Operele lui

SPIRU HARET

VOLUMUL X
1878–1912

OPERELE ȘTIINȚIFICE

comunicare.ro

Operele lui Spiru C. Haret

Spiru C. Haret

Operele lui Spiru C. Haret

Ediție îngrijită și note de Constantin Schifirneț

Volumul X
Operele științifice

1878–1912

comunicare.ro

Redactor: Lucian Pricop
Coperta: Cristian Lupeanu
Tehnoredactor: Olga Machin

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Editurii Comunicare.ro, 2010

SNSPA, Facultatea de Comunicare și Relații Publice
Strada Povernei 6, București
Tel./fax: 021 313 58 95
E-mail: editura@comunicare.ro
www.comunicare.ro
www.editura.comunicare.ro

Editat cu sprijinul Autorității Naționale pentru Cercetare Științifică.
Tiraj: 1000 de exemplare.
Preț de vânzare al unui exemplar (mai puțin adaosul comercial): 107 lei (vol. VII–XII).

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
HARET C., SPIRU
Operele lui Spiru C. Haret / Haret C. Spiru; pref.: Remus Pricopie, Constantin Schifirneț. Ed. a 2-a, rev. – București: Comunicare.ro, 2010
11 vol.
ISBN 978-973-711-206-4
Vol. X: Operele științifice: 1878–1912. – Bibliogr.
ISBN 978-973-711-217-0

I. Pricopie, Remus (pref.)
II. Schifirneț, Constantin (pref.)

821.135.1-821
821.135.1

NOTĂ REDACȚIONALĂ

Volumul de față reprezintă retipărirea anastatică a textelor din volumul X, *Operele științifice. 1878–1912*, al seriei *Operele lui Spiru C. Haret*, *Publicate de Comitetul pentru ridicarea monumentului său*, cu o *Introducere* de G. Țițeica, Secretarul General al Academiei Române, la Editura „Cartea Românească", București, [s.a.].

Am completat volumul cu o nouă traducere în limba română a studiului tipărit inițial în franceză *Mécanique sociale*, cea mai importantă contribuție a lui Spiru Haret la științele socioumane, pe care am plasat-o în secțiunea „Anexă – *Mecanica socială*", la paginile 539–680.

Am ales soluția reproducerii textului din ediția Adamescu, având în vedere dificultățile de prelucrare tipografică a textelor de matematică, fizică, inginerie, astronomie, economie ale lui Spiru Haret, dar și din condescendență editorială față de cei care au îngrijit din punct de vedere științific lucrările academice ale savantului român. La stabilirea textelor, anexelor și notelor volumului, tipărit probabil în 1938, au colaborat: acad. G. Țițeica, prof. Miron Nicolescu, prof. Nic. Coculescu, prof. Dionisie Germani, prof. Andrei Ioachimescu, prof. C. Stătescu. Fără îndoială, întreprinderea noastră de recuperare se legitimează și grație informațiilor oferite cu acribie de cei pe care i-am enumerat, cărora li s-a adăugat profesorul și editorul Constantin Schifirneț, care, cu exigență savantă, a redactat note pentru 187 de personalități, noțiuni, expresii a căror relevanță peste timp poate scăpa cititorului de azi. Notele inițiale ale cărții sunt numerotate independent la subsolul fiecărei pagini, în text cifra fiind însoțită de o paranteză. În cazul notelor profesorului Schifirneț – încercând să fim consecvenți în raport cu celelalte zece volume ale seriei – am pus notele între două paranteze și se regăsesc la finalul cărții, la paginile 681-693.

Revenind asupra cuprinsului cărții, sunt de precizat câteva borne inconturnabile în lectura acestui volum:

Sur l'invariabilité des grandes axes des orbites planétaires. 1878,

Despre măsura capacității buților. 1878,

Cercetări asupra părții financiare a proiectului de răscumpărare a căilor ferate. 1880,

Despre acceleraţiunea seculară a mişcării medii a Lunii. 1880,

Morişcă cu indicaţiuni electrice, indicator electric şi sistemul de suspensiune al morişcei – pentru a măsura iuţeala unui curent lichid într-un punct oarecare. 1882,

Consideraţiuni relative la studiul experimental al mişcării apei în canale descoperite şi la constituţiunea intimă a fluidelor. 1883,

Adaos la relaţiunea dlui N. Coculescu despre observarea eclipsei totale de Soare de la 4 aprilie. 1893,

Teorema ariilor în mişcarea sistemelor materiale. 1894,

Notă asupra poporaţiunii României. 1903,

Raport despre cartea „Contribuţii la munca pentru ridicarea poporului“ de Sp. Popescu, prezentată la Academie pentru premiu. 1905,

Mécanique sociale. 1910,

Despre mecanica socială. 1911,

Meteorul de la 29 noiembrie 1911,

Raport despre aeroplanul Vlaicu, prezentat Academiei pentru premiu. 1912,

Pata cea mare roşie de pe planeta Jupiter. 1912,

Henri Poincaré. 1912.

Cele 17 studii incluse în volum, arondate preocupărilor academice ale lui Spiru Haret, sunt organizate cronologic, din 1878 până în 1912, de la teza de doctorat până la *Comunicarea la Academia Română în şedinţa din 9 noiembrie 1912* asupra operei lui Henri Poincaré. Maniera în care se succed între 1878–1894, cu o distanţă de 1-3 ani, şi respectiv 1903–1912, cu o variaţie de 1-5 ani, probează implicarea constantă a lui Spiru Haret în cercetarea ştiinţifică.

Noua traducere a *Mécanique sociale* se justifică prin necesitatea actualizării terminologice, dar, mai ales, prin senescenţa pe care o suferă unele texte (cu precădere traduceri) publicate în anii ’60 ai secolului trecut. Prima traducere aparţine Adinei Gabriela Apostol şi a apărut în 1969, la Editura Ştiinţifică, cu un studiu introductiv şi note de Leon Ţopa. Aceeaşi traducere, cu puţine intervenţii, a fost retipărită în 2001, la Editura 100+1 Gramar, studiul introductiv fiind semnat de Constantin Schifirneţ.

Prezenţa între paginile volumului de faţă a textului original tipărit la Paris în 1910 (Gauthier-Villars şi Bucharest: Carol Göbl, I. St. Rasidescu; S-sor Imprimeur)

și a traducerii noastre finalizate în 2010 (*coincidentia apostolorum!*) favorizează o lectură multiplă.

De asemenea, erorile de tipar ale ediției Adamescu, precum și elementele specifice ortografiei limbii române de la începutul secolului XX nu au fost eliminate, intervenția noastră pe text riscând să falsifice statutul anastatic al ediției.

Lucian Pricop

PRECUVÂNTARE

Volumul al X-lea cuprinde operele de știință ale lui Spiru Haret. Am făcut o alegere din cele tipărite de dânsul, lăsând la o parte traducerile și cărțile didactice. Am adăugat, însă, trei scrieri inedite, alegând din numeroasele manuscrise pe care familia ni le-a pus la dispoziție pe acestea care se înfățișau ca lucrări definitive. Lipsesc numai – cum se va vedea – câteva desene și tablouri grafice care nu s-au găsit.

Publicarea acestui volum este rodul unei largi colaborări.

În primul rând trebuie să mulțumim d-nei *Ana Haret*, pentru bunăvoința cu care ne-a pus la dispoziție bogatul material din care am putut face alegerea; apoi dlui *Mihai Haret*, nepotul marelui Ministru, care a strâns cu răbdare și sârguință recenziunile și scrisorile din care s-a putut alcătui notița introductivă la *Mécanique Sociale*.

Afară de comisiunea special însărcinată cu adunarea, orânduirea și darea la tipar a lucrărilor lui Spiru Haret, s-a făcut apel și la alte persoane:

Dl *G. Țițeica*, profesor la Facultatea de Științe din București, urmașul lui Haret în locul de membru al Academiei Române, ne-a ajutat să alegem, din numeroasele manuscrise rămase de la Haret, pe acele care formau lucrări încheiate. Tot d-sa a binevoit a se însărcina cu scrierea introducerii la acest volum.

Dl *Miron Nicolescu*, profesor de geometria analitică la Facultatea de Științe din Cernăuți, cu un adevărat devotament, s-a oferit să facă corectura lucrărilor de pură specialitate, cu competența d-sale de matematician;

Dl *Nic. Coculescu*, profesor la Facultatea de Științe din București, a dat indicațiunile bibliografice necesare pentru notița istorică privitoare la Teza de doctorat;

Dl *Dionisie Germani*, profesor de hidraulică la Școala politehnică din București, a studiat „Morișca“ și ne-a sfătuit să publicăm această operă postumă;

Dl *Andrei Ioachimescu*, profesor de mecanică generală la Școala politehnică din București, ne-a ajutat la alegerea și orânduirea materialului introductiv pentru *Mécanique Sociale*.

Dl *C. Stătescu*, directorul general al Serviciului de Măsuri și Greutăți, ne-a dat informațiunile cerute de noi, necesare pentru introducerea la chestiunea măsurării capacității buților.

Mulțumim cu recunoștință tuturor pentru bunăvoința cu care ne-au ajutat.

Comitetul

INTRODUCERE

Volumul de față cuprinde lucrările științifice ale lui Spiru Haret. Se potrivește de minune apariția acestui volum odată cu încheierea a 25 de ani de la moartea acestui mare român, în același timp om de știință și om de stat. Judecata noastră e mai sigură astăzi, când sentimentele în privința lui au căpătat forma definitivă.

Citind aceste pagini științifice, care par reci, regăsesc în ele pe Haret așa cum l-am cunoscut, care și el părea rece.

Simplu în expunere, limpede și cristalin, mergând drept la ideea fundamentală, arătându-i întreaga însemnătate, fără să ocolească greutățile întâmpinate, pe care le atacă cu toată vigoarea și le învinge.

Parcă-l văd făcând cursul de Mecanică, în anul 1894–1895, în sala mică a Facultății de Științe din vechiul local. Nu se poate lecție mai curgătoare și mai sigură.

Așa se înfățișează și lucrările din acest volum, dintre care unele au mai fost tipărite, altele au fost găsite în manuscris. E același stil, aceeași cugetare, aceeași preocupare de a spune neted și lămurit ideea, ca să fie cât mai bine și mai deplin înțeleasă.

Dl Adamescu, cu o grijă care merită toată recunoștința, a arătat la fiecare lucrare informațiile esențiale care o privesc. În special, a căutat să pună cât mai bine în lumină însemnătatea științifică a tezei de doctorat.

Problema tratată și rezultatul căpătat a produs în lumea științifică de pretutindeni o deosebită impresie. Puține teze de doctorat au fost primite așa de favorabil și au fost înscrise așa de repede în analele științei, ca teza lui Haret.

Și acum vin la partea tragică a vieții științifice a lui Spiru Haret, pe care am căutat s-o deslușesc, acum 23 de ani, în cuvântarea mea de recepție la Academia Română. S-o spun și aici în câteva cuvinte, care vor lămuri toate lucrările din acest volum.

Pe vremea când și-a trecut Haret teza de doctorat, *Mecanica cerească*, în care se specializase el, se găsea în grea criză, din care n-a putut ieși decât introducând în metodele ei de cercetare rezultatele noi, fine și pătrunzătoare la care ajunsese Analiza matematică. Metodele clasice pe care le stăpânea Haret nu mai erau potrivite spre a urmări și căpăta rezultate noi din ce în ce mai înalte. Haret n-a mai putut lucra în specialitatea sa.

Se vede din volumul de față încercările, aș putea zice sforțările, interesante făcute de el spre a-și deschide câmpuri noi în care să-și întrebuințeze și cunoștințele și pătrunderea. Toate au fost și au rămas dibuiri răzlețe, care nu puteau duce departe. Cotitul vaselor, curgerea apei în canale, în care Haret a desfășurat fără îndoială spirit creator, nu puteau duce la o lucrare de însemnătatea universală și înaltă a tezei de doctorat.

Dintre toate lucrările cuprinse în acest volum, singura lucrare, care prin proporțiile și însemnătatea ei stă cu cinste alături de teza de doctorat, e fără îndoială *Mecanica socială*.

Scrisă cu avânt și cu convingerea adâncă de a fi reușit să îmbine în ea cele două preocupări ale vieții sale, științifică și politică. *„Mecanica socială* a lui Haret, cu toate rezervele ce se pot face în privința metodei întrebuințate, e o lucrare de o deosebită valoare.

Astfel, volumul de față e o dovadă că, deși Haret a fost prins în viața politică, plină și istovitoare, el n-a încetat de a se ocupa de știință, el n-a încetat de a fi până la capăt om de știință.

Din acest punct de vedere viața lui Haret, așa de simplă, așa de plină și așa de curată, este, mai ales pentru tineret, o admirabilă învățătură.

G. Țițeica
Secretarul general al Academiei Române

1.

Sur l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires

1878

NOTIȚĂ ISTORICA

După terminarea studiilor la Facultatea de Științe din Paris, Spiru Haret și-a trecut doctoratul în ziua de 30 Ianuarie (st. n.) 1878.

Examenul era compus din două probe numite *teze*: o chestiune desvoltată pe larg și expusă într'o carte ce trebuia să fie tipărită înainte de examen, după aprobarea decanului Facultății; două chestiuni date de facultate și la cari candidatul avea să răspundă oral în ziua examenului. Haret a avut pentru teza scrisă o chestiune din *Mecanica cerească*: „Despre invariabilitatea marilor axe ale orbitelor planetare" și pentru teza orală două chestiuni de *analiză*, formulate astfel: 1. „Théorèmes généraux relatifs à la l'intégration des équations différencielles de la Dinamique"; 2. „Developpement en série d'une fonction de deux variables à l'aide des fonctions Y_n de Laplace".

Volumul în care s'a tipărit prima teză are pe copertă numele comisiunii examinatoare (Prezident: *Puiseux*[1]; membri: *Briot*[2] și *Baillaud*[3]) și data 1878. Pe verso găsim numele tuturor profesorilor facultății. Apoi pe foaia următnare dedicația: „*A la mémoire de mon père et de ma mère*; — *à Mr. N. Cretzulesco, témoignage de reconnaissance*".[4]

Succesul lui Haret a fost repede cunoscut în țara noastră. Ziarul *Dorobanțul*[5] a anunțat faptul în Nr. dela 30 Ianuarie (st. v.). *Românul*[6] dela 1 Februarie 1878, reproducând informația, adaogă că Ministerul de Instrucție a primit din partea decanului Facultății de Științe o adresă, în care face elogii tânărului matematic și felicită România c'a produs și posedă asemenea talente.

Revista științifică, condusă de P. S. Aurelian și Grigore Ștefănescu, publică o cronică științifică în Nr. său dela 15 Iunie 1878 (pag. 366), în care vorbește de examenul lui Haret și reprodnce raportul lui *Puiseux*, președintele comisiunii.

„Teza de mecanică prezentată de d-l Haret avea de obiect celebra problemă a invariabilității marilor axe ale orbitelor planetare.

„Laplace[7] și Lagrange[8] au demonstrat că, dacă se mărginește aproximația la întâia parte a maselor perturbatrice, marile axe nu sunt afectate decât de inegalități periodice. In 1808 Poisson[9] probă că aceeași propoziție subsistă când se întinde aproximația la termenii de ordine ai patratului maselor.

„Acum în urmă, d-l Tisserand[10] a arătat că raportând mișcările la sisteme de coordonate deja întrebuințate de Jacobi[11] într'un memoriu celebru, se simplifică foarte mult demonstrațiunea lui Poisson.

„Dificultatea consista mai cu seamă în a clasa termenii foarte numeroși ce formau această nouă aproximație. Autorul tezei izbutește, printr'o discuțiune bine condusă, a-i reduce la un mic număr de forme distincte și arată că una din aceste forme, cu escluderea tuturor celorlalte, procură în expresiunea marilor axe părți seculare.

„Nu trebue să ne grăbim a conchide din aceasta că diferențele între valorile viitoare ale marilor axe și valorile lor actuale vor înceta a fi prea mici, căci aparițiunile termenilor de a 3-a ordine proporționali cu timpul poate ține de metoda de aproximație întrebuințată și poate se vor putea face să dispară, dând o altă formă expresiunilor analitice a marilor axe. Era interesant, cu toate acestea, de a constata că niște asemenea termeni se prezintă în realitate. Aceasta a făcut d-l Haret și dând această demoustrațiune în teza sa, a probat că făcuse un studiu foarte serios al teoriei perturbațiunilor planetare. El a știut asemenea să expuie cu claritate și eleganță mersul ce a urmat.

„In a doua parte a examenului, candidatul a răspuns *într'un mod satisfăcător la chestiunile ce i s'au pus de Facultate ca subiect de teză de analiză.*

„De aceea Comisiunea *i-a confirmat gradul de doctor, acordându-i cinci bile albe, din șase de cari dispunea.*"

Presa de specialitate din Paris din acel timp se ocupă de teza lui Haret. Reproducem aci o apreciere interesantă din „Bulletin des sciences mathématiques"[12] (1878, pag. 215):

„Mr. Haretu, dans un intéressant mémoire présenté comme thèse à la Faculté des sciences de Paris, étend cette demonstration, aux 3-mes puissances des masses. La substitution de Jacobi, utilisée par Mr. Haretu, le dispense en quelque sorte de distinguer la planète troublée de la planète perturbatrice; en suivant une marche indiquée par Tisserand, il a donc pu faire une étude complète de la question."

Studiul lui Haret ajunge la niște concluziuni cari devin, de atunci, adevăruri câștigate pentru știință; despre ele vorbesc specialiștii cari tratează chestiunea.

Iată, de exemplu, ce spune celebrul matematician Henri Poincaré[13] în „*Traite de mecanique celeste*" 1889 (Tom. I, p. 402):

„Après le decouverte de Poisson, on crut longtemps que le théorème était général et que, après l'avoir demontré d'abord pour la première approximation; puis pour la seconde, on ne turderait pas à la démuntrer également pour les approximations suivantes. De grands efforts furent faits dans ce sens et, naturellement, ils furent infructueux.

„En 1878 M. Spiru Haretu montra l'existence de termes en $\mu^3 t$ et ce résultat *causa un grand étonnement, bien que, dès cette epoque, quelque personnes en aient soupçonné la raison. Il n'a plus aujourd'hui rien qui puisse nous surprendre.*"

Tisserand în ale sale „Leçons de mécanique céleste". 1905 (Tom I, p. 308) zice:

„Laplace a le premier énoncé le théorème de l'invariabilité des grands axes... Lagrange démuntra ensuite que le théorème subsiste quand on a égard à toutes les puissances des excentricités et des inclinaisons, mais en se bornant toujours aux premières puissances des masses. Poisson réussit à étendre le théorème en tenant compte des termes qui sont dn second ordre par rapport aux masses; mais son calcul était long et compliqué. Lagrange a cherché à le simplifier; mais il avait commis une faute de calcul qui reduit sa demonstration à néant... Dans une thèse soutenue à la Sorbonne en 1878 M. Spiru C. Haretu... a repris une ancienne démonstration dans laquelle Poisson croyait avoir prouvé que les grands axes n'ont pas d'inégalités séculaires du troisième ordre par rapport aux masses, quand on a égard seulement aux variations des éléments de la planète troublée. M. Ha-

retu arrive à montrer que les grands axes ont des inégalités séculaires du troisième ordre par rapport aux masses ; mais il n'a pas cherché à se faire une idée de la grandeur de ces inégalités... Le Verrier[14] a trouvé un petit terme du troisième ordre en t^2 dans le développement de la partie $\int^n dt$ de la longitude moyenne de Saturne troublé par Jupiter, ce qui confirmerait le resultat de M. Haretu... Il y aurait lieu de chercher l'expression analytique du terme en question ; peut-etre pourrait-on y arriver en partant des formules de M. Haretu."

Profesorul universitar italian *R. Marcolongo*[15] în lucrarea sa de priviri generale intitulată *„Il problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni"*, Milano 1919 (pg. 64) zice :

„Il sig. *Spiru C. Haretu*, riprendendo la memoria del 1816 di Poisson, ha dimostrato che la invariabilità dei grandi assi non esiste pei termini di terzo ordine nelle masse (cubi delle medesime) per la presenza di un termine di terzo ordine, proporzionale al tempo, di cui peraltro egli non ha dato l'espressione analitica. Queste ricerche furono completate da quelle di *Tisserand* e di *Eginitis*. *Tisserond* si fonda sulla teoria di *Delaunay* cercando, in funzione del tempo, gli elementi osculatori, ed il grande asse dell'ellissi kepleriana in funzione delle masse e dei rapurti dei moti medi ; e da queste espressioni potè dedurre che la invariabilità non si estende ai termini di quarto e nemmeno a quelli di terzo, come già aveva provato l'*Haretu...*".

Dintre aprecierile specialiştilor români, vom cita studiul lui *Traian Lalescu*,[16] fost profesor la Facultatea de ştiinţe din Bucureşti, care s'a publicat în „Omagiul" dedicat lui Haret în 1911,[17] sub titlu : *„Spiru Haret ca om de ştiinţă"*. (pg. 12 şi urm.). Aci autorul scrie :

„In această lucrare, Sp. Haret, aplicând o metodă a lui Tisserand pentru calculul funcţiunii perturbatrice, a obţinut un rezultat sensaţional, arătând că, dacă se introduc în calcul puterile de ordinul al treilea al maselor plantelor perturbătoare, expresiunea axei mari a orbitei descrise de planeta principală conţine termeni seculari ; cu alte cuvinte, stabilitatea sistemului solar nu este aşa de sigură, cum o prezenta Poisson.

„Tânărul matematician de atunci avea de înfruntat un adevăr admis de toată lumea şi verificat parţial de un savant de primul ordin".

D. *G. Ţiţeica*, profesor la Facultatea de ştiinţe, membru al Academiei, ales în locul lui Haret, zice în *„Discursul de recepţiune"*[18] (19...) următoarele despre teza de care ne ocupăm :

„Ea e citată în articolele şi cărţile lui H. Poincaré, e menţionată în enciclopedii ştiinţifice şi pretutindeni unde se vorbeşte de aplicarea legii lui Newton la mişcarea planetelor. Ea arată o însuşire specială a minţii sale, darul de a privi problemele mari în faţă şi de a găsi calea pe care aceste probleme pot fi atacate mai uşor".

D-l *N. Coculescu*, profesorul de astronomie de la Facultatea de Ştiinţe din Bucureşti, spune în cursul său de „Astronomie teoretică" 1929 (pag. 464) :

„In frumoasa sa teză de doctorat, Spiru Haret a demonstrat că ar apărea termeni seculari în expresia axelor mari, dacă se ţine seamă de perturbaţiile de ordinul al 3-lea în raport cu masele".

Gh. Adamescu.

SUR L'INVARIABILITÉ DES GRANDS AXES DES ORBITES PLANÉTAIRES

(TEZE DE DOCTORAT 1878)

1. Il y a peu de problèmes qui aient exercé la sagacité des géomètres les plus éminents pendant aussi longtemps que celui *des n corps*. L'importance pratique, ainsi que l'intérêt purement scientifique et philosophique qui s'attache à la loi de la gravitation universelle, explique la ténacité avec laquelle les savants, depuis Newton, ont poursuivi l'étude de ce problème.

Malheureusement les équations différentielles des mouvements des corps célestes sont loin d'être complètement intégrées ; et, pour aborder la résolution numérique du problème, on est obligé de recourir à des méthodes d'approximation d'un emploi très laborieux ; mais les propriétés auxquelles on arrive ainsi n'ont nécessairement qu'un degré d'exactitude relatif.

Cependant, parmi ces propriétés, il y en a une qui mérite une atenttion particulière, à cause des conséquences qu'on en peut tirer à l'égard de la stabilité du système du monde ; elle est connue sous le nom d'*invariabilité des grands axes des orbites planétaires*. Voici en quoi elle consiste :

2. On sait que, à cause de la petitesse des masses des planètes par rapport à celle du Soleil, l'orbite que chacune d'elles décrit autour du Soleil s'écarte très peu de la forme de l'ellipse qu'elle décrirait si toutes les masses perturbatrices venaient à disparaître. Cela étant, il était naturel que les géomètres prissent le mouvement elliptique comme point de départ dans les calculs d'approximation qu'ils devaient faire pour arriver à la connaissance du mouvement réel. Tel est le principe de la *méthode de la variation des constantes arbitraires* de Lagrange. Dans cette méthode, on considère les *éléments elliptiques* de la planète comme variant sans cesse à cause des perturbations produites par

les autres planètes, et l'on a trouvé des formules d'une simplicité remarquable qui expriment les variations des éléments elliptiques. Pour intégrer ces formules, il est nécessaire de développer ce que l'on appelle la *fonction perturbatrice* R en une série convergente de sinus ou de cosinus d'arcs proportionnels au temps, ce que l'on peut toujours faire, vu que dans la nature R est toujours fini et continu, et que les orbites des diverses planètes sont toujours peu excentriques et peu inclinées les unes sur les autres. Cela fait, on considère, dans une première approximation, les éléments comme constants, et de simples quadratures donnent alors les *inégalités* que chaque terme du développement de R introduit dans la valeur des éléments elliptiques. Dans la seconde approximation, on substitue les valeurs trouvées pour chaque élément par la première approximation dans les formules qui donnent les variations de ces éléments, et par de nouvelles quadratures on trouve de nouvelles inégalités ; et ainsi de suite.

On peut facilement se faire une idée du degré d'approximation que l'on réalise par ces diverses opérations. La fonction R est linéaire par rapport aux masses des planètes perturbatrices. En supprimant R, on suppose par cela même que ces masses sont nulles ; on a alors les intégrales du mouvement elliptique. Dans la première approximation, l'intégration des équations qui donnent la variation des éléments elliptiques introduit dans les valeurs de ces éléments des termes du premier ordre par rapport aux masses perturbatrices. Ces valeurs étant substituées dans les mêmes équations, on aura, en intégrant, des termes du second ordre par rapport à ces masses ; et ainsi de suite. Ainsi l'ordre des inégalités successivement introduites est égal au nombre des approximations successives que l'on a effectuées pour y arriver.

3. On doit distinguer deux espèces d'inégalités : 1° celles provenant des termes de R qui contiennent le temps explicitement, et qui par l'intégration donnent toujours des termes périodiques à courte période ; ces inégalités sont peu importantes, parce que dans une longue suite de siècles elles se compensent et ne peuvent pas apporter des changements considérables dans le système du monde ; 2° celles qui sont produites par les termes de R qui ne contiennent pas le temps explicitement ; celles-ci

augmentent lentement, mais continuellement, pendant très longtemps et toujours dans le même sens, et peuvent introduire avec le temps des modifications très sensibles dans la constitution de l'Univers : on les appelle des *inégalités séculaires*.

Or il est très remarquable que les grands axes des orbites planétaires ne sont pas affectés d'inégalités séculaires, du moins quand on tient compte seulement des deux premières puissances des masses ; c'est en cela que consiste l'*invariabilité des grands axes des orbites*.

4. Ce n'est que peu à peu et avec beaucoup de difficultés que cette belle propriété a été établie. Laplace est le premier qui l'énonça [1]) ; mais il ne tenait compte que des premières puissances des masses et des quantités du premier et du second ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons. Lagrange démontra ensuite [2]) qu'elle était vraie même quand on tenait compte de toutes les puissances des excentricités et des inclinaisons ; mais il ne dépassa pas la première puissance des masses. Dans un Mémoire lu à l'Institut le 20 juin 1808 ([3]), Poisson réussit à l'étendre aux secondes puissances des masses ; mais son calcul est extrêmement long et pénible. Plus tard on réussit à le simplifier beaucoup en faisant usage de la méthode de la variation des constantes arbitraires, découverte par Lagrange ; c'est cette méthode que M. Liouville[(19)] a suivie dans ses leçons au Collège de France en 1841, et que M. V. Puiseux a reproduite avec quelques modifications dans la Thèse pour le Doctorat qu'il a présentée à la même époque à la Faculté des Sciences de Paris.

Dans le Mémoire de Poisson, ainsi que dans la Thèse de M. Puiseux, on doit distinguer deux parties : dans la première, on considère seulement les variations des éléments de la planète troublée, et l'on prouve qu'elles ne produisent pas, dans le grand axe, des inégalités séculaires du second ordre par rapport aux masses ; cette partie de la démonstration est assez simple et facile à suivre. Dans la seconde, on tient compte des variations des éléments des planètes perturbatrices ; le calcul diffère entièrement du précédent, par la raison que la fonction perturba-

1. Mémoire présenté à l'Académie des Sciences de Paris en 1773.

2. *Mémoires de l'Académie de Berlin* pour 1776.

3. Ce Mémoire a été publié dans le XV-e Cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, année 1809, p. 1—56.

trice varie d'une planète à l'autre ; c'est pourquoi on a été obligé de recourir à l'équation des forces vives et de faire des combinaisons très ingénieuses, mais indirectes et assez laborieuses, pour prouver qu'il n'existe pas dans le grand axe de l'orbite de la planète troublée d'inégalités séculaires du second ordre provenant de cette espèce de variations.

5. Lagrange a eu l'idée, en 1808 [1], de considérer le mouvement des corps célestes autour de leur centre de gravité commun ; dans ce cas, la fonction perturbatrice est la même pour toutes les planètes ; mais son calcul est entaché de plusieurs fautes de signe, ce qui en détruit toute la valeur.

M. Tisserand, dans une Note insérée aux *Comptes rendus* [2], a indiqué un autre moyen pour arriver au même résultat : il fait usage d'un changement de coordonnées employé par Jacobi dans son célèbre Mémoire *Sur l'élimination des noeuds dans le problème des trois corps*. Il arrive ainsi à faire en sorte que les diverses fonctions perturbatrices ne diffèrent que par un facteur constant, ce qui permet de ramener la seconde partie de l'analyse de Poisson à la première.

Je me propose, dans ce travail, d'exposer la méthode de M. Tisserand. De plus, je reprends une ancienne démonstration de Poisson [3], par laquelle l'illustre géomètre croyait être parvenu à prouver que le grand axe n'éprouve pas d'inégalités séculaires du troisième ordre par rapport aux masses, quand on tient compte seulement des variations des éléments de la planète troublée ; il avait reculé devant la tâche d'aborder la seconde partie de la question, à cause de la complication excessive qu'auraient eue les calculs s'il avait appliqué la même méthode qui lui avait servi pour les carrés des masses. Mais la démonstration de Poisson n'est pas complète encore à un autre point de vue : c'est qu'il ne tient pas compte d'une classe de termes d'une forme particulière, qui s'introduisent dans l'expression du demi-grand axe, dès la seconde puissance des masses. En comblant cette lacune, je fais voir quedes termes séculaires apparaissent

1. *Mémoires de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France*, t. IX, année 1808. — *Oeuvres complètes*, édition de M. J.-A. Serret, t. VI.

2. T. LXXXII, numéro du 21 février 1876.

3. *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. I, p. 55—67, année 1816.

dans la valeur du demi-grand axe, dès la troisième puissance des masses, ce qui est diamétralement opposé à la conclusion du Mémoire de Poisson. Dans la suite de ce Mémoire, je montre, d'après la mèthode de Poisson, que les termes séculaires ainsi introduits ne peuvent pas disparaître avec d'autres, puisque tous les autres termes séculaires de l'ordre du cube des masses s'entre-détruisent ; je complète cette partie de la démonstration de Poisson en tenant compte aussi des variations des éléments des planètes perturbatrices, ce qui n'est pas difficile si l'on fait usage de la transformation de M. Tisserand.

Ainsi cette propriété de l'invariabilité des grands axes, que beaucoup de géomètres, et Poisson lui-même, croyaient être tout à fait géuérale, a ce point qn'on avait même essayé de le pronver directement [1]), n'existe pas même pour la troisième puissance des masses ; ce qui est un résultat assez important, tant au point de vue analytique qu'à celui de la pratique de l'Astronomie mathématique

I.

6. On sait que, dans le problème de $n+1$ corps, les équations différentielles du mouvement absolu des différents mobiles sont de la forme

$$m_i\frac{d^2x_i}{dt^2}=\frac{m_im_j(x_j-x_i)}{\delta_{ij}^3}+\frac{m_im_k(x_k-x_i)}{\delta_{ik}^3}+\ldots,$$

$$m_i\frac{d^2y_i}{dt^2}=\frac{m_im_j(y_j-y_i)}{\delta_{ij}^3}+\frac{m_im_k(y_k-y_i)}{\delta_{ik}^3}+\ldots,$$

$$m_i\frac{d^2z_i}{dt^2}=\frac{m_im_j(z_j-z_i)}{\delta_{ij}^3}+\frac{m_im_k(z_k-z_i)}{\delta_{ik}^3}+\ldots,$$

$$m_j\frac{d^2x_j}{dt^2}=\frac{m_jm_i(x_i-x_j)}{\delta_{ij}^3}+\frac{m_jm_k(x_k-x_j)}{\delta_{jk}^3}+\ldots,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

où

$$\delta_{ij}^2=(x_j-x_i)^2+(y_j-y_i)^2+(z_j-z_i)^2,\ \ldots.$$

1. *Voir* un *Mémoire* de M. Maurice et plusieurs Notes sur ce Mémoire dans le tome XV des *Comples rendus*.

Si l'on pose

$$U=\sum\frac{m_i m_j}{\delta_{ij}},$$

le signe Σ s'étendant à tous les termes que l'on obtient quand on fait varier chacun des indices i et j de zéro jusqu'à n, sauf ceux pour lesquels $i=j$, ces équations prennent la forme

$$(1)\qquad m_i\frac{d^2x_i}{dt^2}=\frac{\partial U}{\partial x_i},\quad m_i\frac{d^2y_i}{dt^2}=\frac{\partial U}{\partial y_i},\quad m_i\frac{d^2z_i}{dt^2}=\frac{\partial U}{\partial z_i},\ldots.$$

U est ce que l'on appelle la *fonction des forces.*

7. Remplaçons maintenant les variables x_i, y_i, z_i, x_j,... par un système de coordonnées ainsi défini. Soient G_1 le centre de gravité de m_0 et de m_1 ; G_2 celui de m_0, m_1 et m_2 ;... ; G_{n-1} celui de m_0 m_1, ..., m_{n-1} : G celui de tout le système. Nous prendrons pour nouvelles variables : ξ_1, η_1, ζ_1, coordonnées de m_1 par rapport à trois axes, parallèles aux axes fixes et passant par m_0 ; ξ_2, η_2, ζ_2 celles de m_2 par rapport à des axes passant par G_1,... ; ξ_n, η_n, ζ_n celles de m_n par rapport à G_{n-1} ; enfin les coordonnées X, Y, Z de G par rapport aux axes fixes.

Soient X_i, Y_i, Z_i les coordonnées de G_i par rapport aux axes fixes, et posons

$$m_0+m_1+m_2+\ldots+m_i=\mu_i.$$

On a

$$(2)\quad x_1=x_0+\xi_1,\ x_2=X_1+\xi_2,\ \ldots,\ x_{n-1}=X_{n-2}+\xi_{n-1},\ x_n=X_{n-1}+\xi_n.$$

Mais, d'après les propriétés du centre de gravité, on a aussi

$$(3)\qquad \begin{cases} \mu_1X_1=m_0x_0+m_1x_1,\\ \mu_2X_2=m_0x_0+m_1x_1+m_2x_2,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,\\ \mu_nX_n=m_0x_0+m_1x_1+\ldots+m_nx_n. \end{cases}$$

Substituant dans (2) ces valeurs de $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$, puis éliminant successivement entre les n équations qui résultent

de cette substitution $n-1$ des variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$, on trouve

$$(4)\quad \begin{cases} x_1 = x_0 + \xi_1, \\ x_2 = x_0 + \dfrac{m_1}{\mu_1}\xi_1 + \xi_2, \\ x_3 = x_0 + \dfrac{m_1}{\mu_1}\xi_1 + \dfrac{m_2}{\mu_2}\xi_2 + \xi_3, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ x_n = x_0 + \dfrac{m_1}{\mu_1}\xi_1 + \dfrac{m_2}{\mu_2}\xi_2 + \ldots + \dfrac{m_{n-1}}{\mu_{n-1}}\xi_{n-1} + \xi_n. \end{cases}$$

Portant ces valeurs dans la dernière équation (3), on obtient

$$x_0 = X - \frac{m_1}{\mu_1}\xi_1 - \frac{m_2}{\mu_2}\xi_2 - \ldots - \frac{m_n}{\mu_n}\xi_n;$$

et cette relation, combinée avec les équations (4), donnera enfin les formules de transformation suivantes :

$$(5)\quad \begin{cases} x_0 = X - \dfrac{m_1}{\mu_1}\xi_1 - \dfrac{m_2}{\mu_2}\xi_2 - \dfrac{m_3}{\mu_3}\xi_3 - \ldots - \dfrac{m_n}{\mu_n}\xi_n, \\ x_1 = X + \dfrac{\mu_0}{\mu_1}\xi_1 - \dfrac{m_2}{\mu_2}\xi_2 - \dfrac{m_3}{\mu_3}\xi_3 - \ldots - \dfrac{m_n}{\mu_n}\xi_n, \\ x_2 = X + \dfrac{\mu_1}{\mu_2}\xi_2 - \dfrac{m_3}{\mu_3}\xi_3 - \dfrac{m_4}{\mu_4}\xi_4 - \ldots - \dfrac{m_n}{\mu_n}\xi_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ x_{n-1} = X + \dfrac{\mu_{n-2}}{\mu_{n-1}}\xi_{n-1} - \dfrac{m_n}{\mu_n}\xi_n, \\ x_n = X + \dfrac{\mu_{n-1}}{\mu_n}\xi_n. \end{cases}$$

Un calcul identique donnerait $y_0, y_1, \ldots y_n$ et $z_0, z_1, \ldots, z_n$, en fonction de $Y, \eta_1, \eta, \ldots, \eta_n$ et $Z, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$.

8. On sait que, lorsque la fonction des forces existe, ce qui est notre cas, Lagrange a donné le moyen d'écrire les équa-

tions du mouvement dans un système de coordonnées quelconques. Pour cela, on exprime U, la fonction des forces, et T, la demi-somme des forces vives, en fonction des nouvelles coordonnées réduites au plus petit nombre possible par les équations de liaison ; alors les équations du mouvement sont de la forme

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \xi_i'} - \frac{\partial U}{\partial \xi_i} = 0.$$

Dans le problème de $n+1$ corps, U, étant simplement fonction des différences des coordonneés rectangulaires, x_0, x_1, . . ., sera indépendant de X, Y, Z, d'après la forme des équations (5) ; on aura donc

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \frac{\partial U}{\partial Z} = 0.$$

Les équations (5) étant linéaires, T sera indépendant de X, ξ_1, ξ_2, ..., ξ_n, Y, . . . On trouve facilement

$$2T = \mu_n (X'^2 + Y'^2 + Z'^2) + \frac{\mu_0 m_1}{\mu_1}(\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2)$$
$$+ \frac{\mu_1 m_2}{\mu_2}(\xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2) + \ldots + \frac{\mu_{n-1} m_n}{\mu_n}(\xi_n'^2 + \eta_n'^2 + \zeta_n'^2),$$

d'où

$$\frac{\partial T}{\partial \xi_i'} = \frac{\mu_{i-1} m_i}{\mu_i}\xi_i', \quad \frac{\partial T}{\partial \xi_i} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial X'} = \mu_n X', \quad \frac{\partial T}{\partial X} = 0.$$

Les équations du mouvement seront donc

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{d^2X}{dt^2} = 0, \quad \dfrac{d^2Y}{dt^2} = 0, \quad \dfrac{d^2Z}{dt^2} = 0, \\ \dfrac{\mu_{i-1} m_i}{\mu_i}\dfrac{d^2\xi_i}{dt^2} - \dfrac{\partial U}{\partial \xi_i} = 0, \quad \dfrac{\mu_{i-1} m_i}{\mu_i}\dfrac{d^2\eta_i}{dt^2} - \dfrac{\partial U}{\partial \eta_i} = 0, \\ \dfrac{\mu_{i-1} m_i}{\mu_i}\dfrac{d^2\zeta_i}{dt^2} - \dfrac{\partial U}{\partial \zeta_i} = 0. \end{cases}$$

Les trois premières donnent la propriété bien connue du mouvement rectiligne et uniforme du centre de gravité.

9. Supposons maintenant que m_0 soit le Soleil, dont je prends la masse pour unité, les masses des diverses planètes étant

considérées comme de petites quantités du premier ordre. Alors

$$U = \sum \frac{m_i}{\delta_{0i}} + \sum \frac{m_i m_j}{\delta_{ij}};$$

mais

$$x_i - x_0 = \xi_i + \frac{m_1}{\mu_1}\xi_1 + \frac{m_2}{\mu_2}\xi_2 + \ldots + \frac{m_{i-1}}{\mu_{i-1}}\xi_{i-1};$$

et, si l'on pose

$$r_i^2 = \xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2,$$

on a

$$\delta_{0i}^2 = r_i^2 + P,$$

P ne contenant que des termes du premier et du second ordre par rapport aux masses ; par suite

$$\sum \frac{m_i}{\delta_{0i}} = \sum \frac{m_i}{r_i}\left(1 + \frac{P}{r_i^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \sum \frac{m_i}{r_i} + Q,$$

Q étant du second ordre ; d'autre part, $\sum \frac{m_i m_j}{\delta_{ij}}$ est encore du second ordre ; donc $U - \sum \frac{m_i}{r_i}$ est une quantité du second ordre, et il en est de même de

$$U - \sum \frac{m_i(1+m_i)\mu_{i-1}}{\mu_i}\frac{1}{r_i} = V.$$

Si, dans (6), on remplace U par sa valeur tirée de cette relation, les équations du mouvement prendront la forme

$$\frac{\mu_{i-1}}{\mu_i} m_i \frac{d^2\xi_i}{dt^2} + \frac{m_i(1+m_i)\mu_{i-1}}{\mu_i}\frac{\xi_i}{r_i^3} - \frac{\partial V}{\partial \xi_i} = 0$$

ou bien

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\xi_i}{dt^2} + \dfrac{(1+m_i)\xi_i}{r_i^3} - \dfrac{\mu_i}{m_i\mu_{i-1}}\dfrac{\partial V}{\partial \xi_i} = 0; \\ \text{et de même} \\ \dfrac{d^2\eta_i}{dt^2} + \dfrac{(1+m_i)\eta_i}{r_i^3} - \dfrac{\mu_i}{m_i\mu_{i-1}}\dfrac{\partial V}{\partial \eta_i} = 0, \\ \dfrac{d^2\zeta_i}{dt^2} + \dfrac{(1+m_i)\zeta_i}{r_i^3} - \dfrac{\mu_i}{m_i\mu_{i-1}}\dfrac{\partial V}{\partial \zeta_i} = 0. \end{cases}$$

On voit que c'est exactement la forme des équations du mouvement d'une planète autour du Soleil, avec la fonction perturbatrice

$$R_i = -\frac{\mu_i}{m_i \mu_{i-1}} V = -\left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{\mu_{i-1}}\right) V,$$

qui est la même pour toutes les planètes, au facteur constant $\frac{\mu_i}{m_i \mu_{i-1}}$ près. Cette fonction est encore du premier ordre par rapport aux masses, comme dans le calcul ordinaire des perturbations ; mais, au lieu d'être linéaire, elle contient des termes de tous les ordres, entiers et positifs, par rapport à ces masses.

10. Négligeons d'abord entièrement les masses perturbatrices et considérons simplement les équations

$$(8)\quad \frac{d^2\xi_i}{dt^2} + \frac{(1+m_i)\xi_i}{r_i^3} = 0, \quad \frac{d^2\eta_i}{dt^2} + \frac{(1+m_i)\eta_i}{r_i^3} = 0, \quad \frac{d^2\zeta_i}{dt^2} + \frac{(1+m_i)\zeta_i}{r_i^3} = 0.$$

Leur intégration donnera le mouvement elliptique de m_i autour de G_{i-1}, et introduira six constantes arbitraires, qui sont les *éléments du mouvement elliptique de* m_i. J'adopterai les éléments astronomiques, qui sont : le *demi-grand axe* a_i de l'orbite, qui est lié au *moyen mouvement* n_i par la relation

$$n_i = \sqrt{\frac{1+m_i}{a_i^3}};$$

l'*excentricité* de l'orbite e_i ; l'*inclinaison* φ_i du plan de cette orbite sur le plan XOY ; la *longitude du noeud ascendant* θ_i ; la *longitude du périhélie* π_i ; la *longitude moyenne de l'époque* ε_i.

Mais, si l'on veut avoir les intégrales du système (7), il faut considérer les éléments elliptiques non pas comme des constantes, mais comme des fonctions du temps, assujetties à la condition que les valeurs de ξ_i, η_i, ζ_i, données par l'intégration du système (8), et dans lesquelles on considère ces éléments comme variables, satisfassent au système (7). Si, de plus, on s'impose la condition que les dérivées premières de ξ_i, η_i, ζ_i par rapport au temps aient la même forme dans le mouvement troublé que dans le mou-

vement elliptique, on arrive aux équations suivantes, qui donnent les variations des divers éléments, produites par la force perturbatrice R_i :

$$
(9)\quad \begin{cases}
\dfrac{da_i}{dt} = -\dfrac{2}{n_i a_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial \varepsilon_i}, \\[2ex]
\dfrac{de_i}{dt} = \dfrac{\sqrt{1-e_i^2}}{n_i a_i^2 e_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial \pi_i} + \dfrac{\sqrt{1-e_i^2}\,(1-\sqrt{1-e_i^2})}{n_i a_i^2 e_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial \varepsilon_i}, \\[2ex]
\dfrac{d\varphi_i}{dt} = -\dfrac{1}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}\sin\varphi_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial \theta_i} + \dfrac{\operatorname{tang}\frac{\varphi_i}{2}}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\left(\dfrac{\partial R_i}{\partial \pi_i} + \dfrac{\partial R_i}{\partial \varepsilon_i}\right), \\[2ex]
\dfrac{d\theta_i}{dt} = -\dfrac{1}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}\sin\varphi_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial \varphi_i}, \\[2ex]
\dfrac{d\pi_i}{dt} = -\dfrac{\operatorname{tang}\frac{\varphi_i}{2}}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\dfrac{\partial R_i}{\partial \varphi_i} - \dfrac{\sqrt{1-e_i^2}}{n_i a_i^2 e_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial e_i}, \\[2ex]
\dfrac{d\varepsilon_i}{dt} = \dfrac{2}{n_i a_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial a_i} - \dfrac{\sqrt{1-e_i^2}\,(1-\sqrt{1-e_i^2})}{n_i a_i^2 e_i}\dfrac{\partial R_i}{\partial e_i} - \dfrac{\operatorname{tang}\frac{\varphi_i}{2}}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\cdot\dfrac{\partial R_i}{\partial \varphi_i}.
\end{cases}
$$

Je dis qu'il suffit de prouver que, en vertu des équations (9), a_i n'a pas d'inégalités séculaires d'un ordre quelconque, pour en conclure que, dans la nature, les demi-grands axes des ellipses que décrivent les planètes autour du Soleil n'en ont pas non plus. En effet, d'après le système de coordonnées adopté, les équations (7) donnent pour m_1 précisément le mouvement troublé autour du Soleil ; et, comme on peut prendre pour m_1 n'importe laquelles des planètes considérées, la proposition est démontrée.

11. V est fonction des coordonnées elliptiques ξ_1, η_1, ζ_1 ; $\xi_2, \ldots$; mai ces coordonnées, étant des fonctions périodiques du temps, peuvent être développées en séries suivant les sinus ou les cosinus d'angles tels que $\alpha(n_i t+\varepsilon_i)$, $\beta(n_j t+\varepsilon_j)$, . . . Or, si V_1 désigne l'ensemble des termes de V qui sont du second ordre

par rapport aux masses, V_2 ceux du troisième ordre, etc., on peut se convaincre que V_1, V_2, ... ont les formes suivantes :

$$V_1 = \Sigma m_i m_j f_1(\xi_i, \eta_i, \zeta_i, \xi_j, \eta_j, \zeta_j),$$
$$V_2 = \Sigma m_i m_j m_k f_2(\xi_i, \eta_i, \zeta_i, \xi_j, \eta_j, \zeta_j, \xi_k, \eta_k, \zeta_k),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

et, après le développement,

$$V_1 = \Sigma C_1 m_i m_j \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}[\alpha(n_i t+\varepsilon_i)+\beta(n_j t+\varepsilon_j)+\omega_1],$$

$$V_2 = \Sigma C_2 m_i m_j m_k \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}[\alpha(n_i t+\varepsilon_i)+\beta(n_j t+\varepsilon_j)+\gamma(n_k t+\varepsilon_k)+\omega_2],$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

C_1, C_2, ..., ω_1, ω_2, ... sont des fonctions des éléments elliptiques des diverses planètes considérées, mais qui ne contiennent pas les ε ni les m ; α, β, γ, ... sont des nombres entiers qui prennent toutes les valeurs possibles entre $-\infty$ et $+\infty$.

Enfin on sait, que, pour éviter que $\frac{\partial R_i}{\partial a_i}$ contienne t en dehors des signes sin et cos, il suffit de remplacer, dans les équations (9), ε_i par $\varepsilon_i - n_i t, + \int n_i dt$, et d'y supprimer la partie de $\frac{\partial R_i}{\partial a_i}$ qui provient de la variation de $\int n_i dt$. De même pour les autres planètes.

Pour faciliter l'écritnre, je poserai

$$M_i = -\frac{\mu_i}{m_i \mu_{i-1}} = -\left\{\frac{1}{m_i} + \frac{1}{\mu_{i-1}}\right\}, \quad \rho_i = \int n_i dt,$$
$$l_i = \int n_i dt + \varepsilon_i = \rho_i + \varepsilon_i, \quad \psi = \alpha l_i + \beta l_j ;$$

l_i est la *longitude moyenne* de la planète m_i.

12. L'équation

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{2}{n_i a_i}\frac{\partial R_i}{\partial \varepsilon_i} = -\frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial V}{\partial \varepsilon_i} \tag{10}$$

montre immédiatement que a_i n'a pas d'inégalités séculaires du premier ordre par rapport aux masses. En effet, pour avoir ces

inégalités, il est clair qu'il suffira de considérer, dans le second membre de l'équation (10), le terme $+\frac{2}{m_i n_i a_i}\frac{\partial V_1}{\partial \varepsilon_i}$, et de prendre dans le développement de V_1 seulement les termes dont l'argument ne renferme pas t, en y regardant les éléments elliptiques comme constants. Or ces termes sont en même temps indépendants de ε_i, et, par suite, $\frac{da_i}{dt} = 0$.

II.

13. Passons aux termes de l'ordre du carré des masses, et prouvons qu'il n'en existe pas dans la valeur de $\frac{da_i}{dt}$ qui soient indépendants du temps.

Si l'on néglige les termes d'un ordre supérieur au second, on a d'abord

$$(11)\quad \frac{da_i}{dt} = \frac{2}{m_i n_i a_i}\frac{\partial V_1}{\partial \varepsilon_i} + \frac{2}{\mu_{i-1} n_i a_i}\frac{\partial V_1}{\partial \varepsilon_i} + \frac{2}{m_i n_i a_i}\frac{\partial V_2}{\partial \varepsilon_i},$$

et ces termes sont entièrement périodiques.

Mais ce ne sont pas là les seuls termes du second ordre qui se trouvent dans $\frac{da_i}{dt}$: en effet, supposons que l'on intègre les équations (9) en ne tenant compte que des premières puissances des masses ; on obtiendra alors, pour les divers éléments, des valeurs de cette forme :

$$a_i + \delta a_i,\ \theta_i + \Delta\theta_i + \delta\theta_i,\ e_i + \Delta e_i + \delta e_i, \ldots,\ a_j + \delta a_j, \ldots,$$

Δ désignant les inégalités séculaires et δ les inégalités périodiques ; toutes ces inégalités sont du premier ordre par rapport aux masses. Si donc, dans le second membre de (11), on remplace les divers éléments par les valeurs précédentes, les nouveaux termes que l'on obtiendra en dehors de ceux qui s'y trouvent déjà seront au moins de l'ordre du carré des masses. Il s'agit d'examiner si, dans cette substitution, il ne se produit pas des combinaisons de nature à donner naissance à des termes non périodiques du second ordre dans la valeur de a_i.

Pour cette analyse, il suffirait de conserver dans (11) seulement le terme $+\frac{2}{m_i n_i a_i}\frac{\partial V_1}{\partial \varepsilon_i}$; car, les deux autres étant déjà du second ordre, leurs variations seront du troisième. Cependant il est préférable de considérer la formule générale

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial V}{\partial \varepsilon_i}$$

et de supposer que l'on néglige partout les termes de $M_i V$, dont l'ordre est supérieur à celui que l'on veut conserver. Cette manière de procéder, que nous conserverons aussi quand il s'agira des termes du troisième ordre, permettra d'apporter quelques simplifications et plus d'uniformité dans les calculs qui se rapportent aux carrés et aux cubes des masses.

De plus, il est inutile d'introduire les variations séculaires Δ. En effet, on sait que ces variations s'expriment par des sinus et des cosinus dont les arguments sont de l'ordre des masses; les termes de V, au contraire, ont des arguments finis, et, par conséquent, il est impossible que la multiplication de ces deux espèces de termes fasse disparaître le temps dans les arguments et donne naissance à des termes séculaires.

14. Faisons d'abord varier seulement les éléments de la planète troublée m_i; si l'on pose

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_i} = \frac{\partial V}{\partial \varepsilon_i} = V'_i, \quad \frac{\partial V}{\partial \rho_j} = \frac{\partial V}{\partial \varepsilon_j} = V'_j,$$

on aura

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{2M_i}{n_i a_i}V'_i - \frac{M_i}{n_i a_i^2}V'_i \delta a_i - \frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial M_i}{\partial \rho_i}\delta\rho_i - \frac{2M_i}{n_i a_i}\left(\frac{\partial V'_i}{\partial \varepsilon_i}\delta\varepsilon_i + \frac{\partial V'_i}{\partial p_i}\delta p_i + \frac{\partial V'_i}{\partial q_i}\delta q_i + \dots\right); \tag{12}$$

$p_i, q_i, \dots$ désiguent les divers éléments de m_i. Dans $M_i V$ et ses dérivées, il faut négliger tous les termes d'un ordre supérieur au premier, excepté dans $-\frac{2M_i}{n_i a_i}V'_i$, où l'on doit conserver ceux

du premier et du second ordre. Quant aux variations $\delta\varepsilon_i$, δp_i, δq_i, ..., on les calculera par les formules (9), dans les seconds membres desquelles on ne conservera que les termes du premier ordre, et l'on considérera les éléments comme constants.

Le premier terme de (12), $-\frac{2M_i}{n_i a_i}V'_i$, est périodique.

Dans le second, V'_i et δa_i sont tous les deux périodiques ; et, pour avoir un terme séculaire, il faudrait multiplier des termes de même argument de V'_i et de δa_i. Si l'on réduit $M_i V$ aux seuls termes dont l'argument est ψ, on a

$$M_i V = A \sin\psi + B \cos\psi = C \sin(\psi+\omega). \tag{13}$$

où A, B, C, ω ne contiennent ni t, ni ε_i, ε_j, ... et A, B, C sont du premier ordre ; on tire de là

$$M_i V'_i = C\alpha \cos(\psi+\omega),$$

et alors (10) donne

$$\delta a_i = -\frac{2C\alpha}{n_i a_i(\alpha n_i+\beta n_j)}\sin(\psi+\omega) ;$$

donc

$$-\frac{M_i}{n_i a_i^2}V'_i\delta a_i = \frac{C^2\alpha^2}{n_i^2 a_i^3(\alpha n_i+\beta n_j)}\sin 2(\psi+\omega),$$

quantité périodique.

Le terme $-\frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i}\delta\rho_i$ est encore périodique ; en effet,

$$M_i\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i} = -C\alpha^2\sin(\psi+\omega) ;$$

ensuite

$$\rho_i = \int n_i dt,\ \frac{d^2\rho_i}{dt^2} = -\frac{3}{2}\frac{n_i}{a_i}\frac{da_i}{dt} = \frac{3M_i}{a_i^2}V'_i,$$

$$\delta\rho_i = -\frac{3C\alpha}{a_i^2(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\psi+\omega_i) ;$$

donc

$$-\frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i}\delta\rho_i = -\frac{3C^2\alpha^3}{n_i a_i^3(\alpha n_i+\beta n_j)^3}\sin 2(\psi+\omega).$$

Enfin, pour le dernier terme, on doit remarquer que, en vertu des formules (9), on a

$$\begin{aligned}
\delta\varepsilon_i &= +\,\mathrm{FM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt + \mathrm{GM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_i}\,dt + \ldots,\\
\delta p_i &= -\,\mathrm{FM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_i}\,dt + \mathrm{HM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_i}\,dt + \ldots,\\
\delta q_i &= -\,\mathrm{GM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_i}\,dt - \mathrm{HM}_i\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt + \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}$$

F, G, H,... étant fonctions de $p_i, q_i, \ldots$, mais ne contenant pas ε_i; donc ce dernier terme sera composé de parties de la forme

$$(14)\qquad \left\{\begin{aligned}
&-\frac{2\mathrm{FM}_i^2}{n_i a_i}\left(\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial \varepsilon_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt - \frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial p_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_i}\,dt\right) - \ldots.\\
&-\frac{2\mathrm{HM}_i^2}{n_i a_i}\left(\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial p_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_i}\,dt - \frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial q_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt\right) - \ldots.
\end{aligned}\right.$$

Si l'on remplace M_i V par $\mathrm{A}\sin\psi + \mathrm{B}\cos\psi$, on trouve

$$\begin{aligned}
\mathrm{M}_i^2\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial \varepsilon_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt &= \mathrm{M}_i^2\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial p_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_i}\,dt\\
&= \frac{\alpha^2}{\alpha n_i + \beta n_j}(\mathrm{A}\sin\psi + \mathrm{B}\cos\psi)\left(\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial p_i}\cos\psi - \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial p_i}\sin\psi\right),\\
\mathrm{M}_i^2\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial p_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_i}\,dt &= \mathrm{M}_i^2\frac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial q_i}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_i}\,dt\\
&= -\frac{\alpha}{\alpha n_i + \beta n_j}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial p_i}\cos\psi - \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial p_i}\sin\psi\right)\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q_i}\cos\psi - \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial q_i}\sin\psi\right);
\end{aligned}$$

la dernière partie de $\frac{da_i}{dt}$, dans (12), est donc nulle, quant aux termes séculaires.

15. Il importe de remarquer que, parmi les termes compris dans l'expression générale (14), il s'en trouve un certain nombre qui ne peuvent pas se réduire à la forme A cos $(\psi+\omega)$; ce sont ceux que l'on forme en prenant pour V, sous le signe d'intégra-

tion, dans l' expression (14), ses termes constants. On obtient alors des termes tels que $At\cos(\psi+\omega)$. Les termes de cette espèce introduiront dans la valeur de a_i des inégalités de la forme $At\sin(\psi+\omega)$, qui sont, en quelque sorte, intermédiaires entre les inégalités séculaires et les inégalités périodiques. En effet, la période du cosinus est $\frac{2\pi}{\alpha n_i+\beta n_j}$, et elle est ordinairement assez peu considérable ; mais, d'autre part, la valeur absolue du terme peut devenir très grande, à cause du facteur t qu'il renferme en dehors du signe cos, ce qui rapproche l'inégalité à laquelle il donne lieu des inégalités séculaires, dont la valeur maxima est d'habitude beaucoup plus considérable que celle des inégalités périodiques.

Du reste, on peut remarquer que tous les termes de la forme $At\cos(\psi+\omega)$ que l'on introduit ainsi sont du second ordre, et que la forme la plus générale de leur argument est $\psi=\alpha l_i+\beta l'_j$.

16. Examinons maintenant les termes qui proviennent de la variation des éléments des planètes perturbatrices. Ce sont

$$(15)\qquad -\frac{2M_i}{n_i a_i}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\delta\rho_j - \ldots - \frac{2M_i}{n_i a_i}\left(\frac{\partial V'_i}{\partial \epsilon_j}\delta\epsilon_j+\frac{\partial V'_i}{\partial p_j}\delta p_j+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial V'_i}{\partial q_j}\delta q_j+\ldots\right)-\ldots.$$

Comme la fonction perturbatrice est la même, à un facteur constant près, pour toutes les planètes, le calcul à faire pour prouver que ces termes sont périodiques est identique au précédent. Ainsi l'on a

$$M_i\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}=-C\alpha\beta\sin(\psi+\omega),$$

$$\rho_j=\int n_j dt,\quad \frac{d^2\rho_j}{dt^2}=-\frac{3}{2}\frac{n_j}{a_j}\frac{da_j}{dt}=\frac{3M_j}{a_j^2}V'_j,$$

$$\delta\rho_j=-\frac{3M_jC\beta}{M_i a_j^2(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\psi+\omega);$$

$$-\frac{2M_i}{n_i}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\delta\rho_j=-\frac{3M_jC^2\alpha\beta^2}{M_i a_j^2 n_i a_i(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\sin 2(\psi+\omega).$$

On voit déjà que le premier des termes (15) est périodique.

On a ensuite

$$\delta\varepsilon_j = +\,\mathrm{FM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_j}\,dt + \mathrm{GM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_j}\,dt + \ldots.$$

$$\delta p_j = -\,\mathrm{FM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_j}\,dt + \mathrm{HM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_j}\,dt + \ldots.$$

$$\delta q_j = -\,\mathrm{GM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_j}\,dt - \mathrm{HM}_j \int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_j}\,dt + \ldots.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Le second terme (15) sera donc de la forme

$$-\frac{2\mathrm{FM}_i\mathrm{M}_j}{n_i a_i}\left(\frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial \varepsilon_j}\int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_j}\,dt - \frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial p_j}\int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon_j}\,dt\right) - \ldots,$$

$$-\frac{2\mathrm{HM}_i\mathrm{M}_j}{n_i a_i}\left(\frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial p_j}\int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial q_j}\,dt - \frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial q_j}\int \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial p_j}\,dt\right) - \ldots.$$

Effectuant le calcul, on verra encore que, dans cette quantité, la partie non périodique est nulle. Cependant on peut voir qu'elle renferme aussi des termes de la forme $At\cos(\psi+\omega)$.

L'invariabilité des grands axes est donc démontrée pour les secondes puissances des masses, comme elle l'a été pour les premières.

III.

17. Passons aux termes du troisième ordre. Des termes de cette espèce se trouvent d'abord dans $\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i'$ lorsqu'on y considère les éléments comme constants. On en forme d'autres quand on fait varier ces éléments dans chacun des facteurs $\frac{1}{n_i a_i}$ et $\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i'$, en allant jusqu'aux termes du troisième ordre.

Faisons d'abord varier seulement $\frac{1}{n_i a_i}$; on a alors

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{2}{n_i a_i}\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i' - \frac{1}{n_i a_i^2}\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i'\delta a_i + \frac{1}{4n_i a_i^3}\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i'\delta a_i^2. \tag{16}$$

On doit considérer les coefficients $\frac{2}{n_i a_i}, \frac{1}{n_i a_i^2}, \frac{1}{4n_i a_i^3}$, dans le second membre, comme des constantes absolues. Ensuite, pour avoir tous les termes du troisième ordre, comme $\mathrm{M}_i\mathrm{V}_i'$ et δa_i sont

chacun du premier ordre, il faut, dans le premier terme, calculer $M_i V'_i$ jusqu'au troisième ordre ; dans le deuxième, remplacer chacun des facteurs $M_i V'_i$ et δa_i par sa valeur jusqu'aux quantités du second ordre ; dans le troisième, prendre pour $M_i V'_i$ et δa_i seulement leurs termes du premier ordre.

18. Considérons la partie

$$-\frac{1}{n_i a_i^2} M_i V'_i \delta a_i.$$

L'équation

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{2M_i V'_i}{n_i a_i},$$

dans laquelle on calcule le second membre jusqu'aux termes du second ordre inclusivement, donnera δa_i avec ce degré d'approximation ; on aura donc

$$-\frac{1}{n_i a_i^2} M_i V'_i \delta a_i = +\frac{2}{n_i a_i^2} M_i V'_i \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt$$

D'autre part, on a

$$n_i a_i = n_i a_i - \frac{n_i}{2} \delta a_i = n_i a_i + n_i \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt,$$

en considérant les éléments comme constants dans le second membre. Multiplions le second membre de l'équation précédente par cette valeur de $n_i a_i$ et par $\frac{1}{n_i a_i}$; on aura

$$(17) \quad -\frac{1}{n_i a_i^2} M_i V'_i \delta a_i = \frac{2}{a_i} \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt + \frac{2}{a_i^2} \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} \left(\int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt \right)^2;$$

les coefficients $\frac{2}{a_i}$ et $\frac{2}{a_i^2}$ sont des constantes absolues.

On a aussi

$$(18) \quad +\frac{1}{4 n_i a_i^3} M_i V'_i \delta a_i^2 = +\frac{1}{n_i a_i^3} M_i V'_i \left(\int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt \right)^2.$$

Pour avoir les termes du troisième ordre, il suffit, dans le dernier terme de (17) et dans le second membre de (18), de considérer les éléments comme constants, en conservant seulement les termes du premier ordre de $M_i V'_i$, et, dans le premier

terme du second membre de (17), de calculer $\frac{M_i V'_i}{n_i a_i}$ jusqu'aux quantités du second ordre ; on aura donc

$$(19)\quad -\frac{1}{n_i a_i^2} M_i V'_i \delta a_i + \frac{1}{4 n_i a_i^3} M_i V'_i \delta a_i^2 = \frac{2}{a_i} \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt + \\ + \frac{3}{n_i^3 a_i^5} M_i^3 V'_i (\int V'_i dt)^2.$$

19. On a vu (n^{os} 13, 14, 15, 16) que $\frac{M_i V'_i}{n_i a_i}$ ne renferme pas de termes séculaires jusqua'aux quantités du second ordre inclusivement ; on peut donc poser, avec ce degré d'approximation, et en désignant respectivement par ψ et χ des angles dont l'expressison la plus générale est $\alpha l_i + \beta l_j$ et $\alpha' l_i + \beta' l_j + \gamma' l_k$,

$$\frac{M_i V'_i}{n_i a_i} = \Sigma C_1 \sin(\psi + \omega_1) + \Sigma C_2 \sin(\chi + \omega_2) + \Sigma C'_2 t \sin(\psi + \omega_3),$$

où C_1 est du premier ordre, C_2 et C'_2 du second ordre par rapport aux masses ; on tire de là

$$\int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt = -\sum \frac{C_1}{\alpha n_i + \beta n_j} \cos(\psi + \omega_1) - \sum \frac{C_2}{\alpha' n_i + \beta' n_j + \gamma' n_k} \cos(\chi + \omega_2) \\ - \sum \frac{C'_2 t}{\alpha n_i + \beta n_j} \cos(\psi + \omega_3) + \sum \frac{C'_2}{(\alpha n_i + \beta n_j)^2} \sin(\psi + \omega_3).$$

La partie du troisième ordre $\frac{M_i V'_i}{n_i a_i} \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt$ est

$$\frac{M_i V'_i}{n_i a_i} \int \frac{M_i V'_i}{n_i a_i} dt$$

$$= -\sum \frac{C_1 C_2}{2(\alpha' n_i + \beta' n_j + \gamma' n_k)} [\sin(\psi + \chi + \omega_1 + \omega_2) + \sin(\psi - \chi + \omega_1 - \omega_2)]$$

$$- \sum \frac{C_1 C_2}{2(\alpha n_i + \beta n_j)} [\sin(\psi + \chi + \omega_1 + \omega_2) - \sin(\psi - \chi + \omega_1 - \omega_2)]$$

$$- \sum \frac{C_1 C'_2 t}{2(\alpha n_i + \beta n_j)} [\sin(2\psi + \omega_1 + \omega_3) + \sin(\omega_1 - \omega_3)]$$

$$- \sum \frac{C_1 C'_2}{2(\alpha n_i + \beta n_j)^2} [\cos(2\psi + \omega_1 + \omega_2) - \cos(\omega_1 - \omega_3)]$$

$$- \sum \frac{C_1 C'_2 t}{2(\alpha n_i + \beta n_j)} [\sin(2\psi + \omega_1 + \omega_3) + \sin(\omega_3 - \omega_1)].$$

Dans les deux premières lignes, on pourra avoir des termes séculaires si $\psi+\chi=0$ ou $\psi-\chi=0$, c'est-à-dire si l'on a

$$(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j+\gamma' n_k=0$$

ou

$$(\alpha-\alpha')n_i+(\beta-\beta')n_j-\gamma' n_k=0\ ;$$

mais, dans la nature, ces conditions ne sont jamais remplies, si ce n'est lorsque l'on a en même temps

$$\alpha+\alpha'=0,\ \beta+\beta'=0,\ \gamma'=0,$$

on

$$\alpha-\alpha'=0,\ \beta-\beta'=0,\ \gamma'=0,$$

et alors les deux termes séculaires formés s'annulent mutuellement.

Les trois dernières lignes renferment trois termes séculaires, dont deux se détruisent ; mais il en reste encore un, qui est

$$\frac{C_1C'_2}{2(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\omega_1-\omega_3)\ ; \tag{20}$$

donc le premier des termes (19) renferme un terme séculaire dn troisième ordre.

Cependant on ne peut pas encore affirmer que l'expression du demi-grand axe renferme des termes séculaires de cet ordre : pour ponvoir le faire, il faut prouver que le terme (20) n'est pas détruit par d'autres termes séculaires qui se trouveraient dans les parties non encore examinées de $\frac{da_i}{dt}$. Or je vais démontrer que ces parties ne sont composées que de termes périodiques.

Et d'abord, dans le dernier terme de l'expression (19), on a

$$V'_i(\int V'_i dt)^2=\frac{1}{3}\frac{d.(\int V'_i dt)^3}{dt}.$$

Comme V'_i n'est composé que de termes périodiques du premier ordre, $(\int V'_i\,dt)^3$ ne peut renfermer que des termes périodiques ou des termes constants ; mais ces derniers disparaîtront par la différentiation.

20. Il reste à examiner le terme $-\frac{2M_iV'_i}{n_ia_i}$, et en particulier $M_iV'_i$, puisque l'autre facteur est constant.

Avant d'aller plus loin et ponr simplifier, je ferai un changement des constantes arbitraires choisies au n° 10, que je rem-

placerai par les valeurs initiales des coordonnées et de leurs dérivées premières par rapport au temps. L'avantage de ce changement consiste en ce que, dans les équations analogues à (9), relatives aux nouvelles constantes arbitraires, tous les coefficients des dérivées partielles de R_i, qui se trouvent dans le second membre, seront égaux à zéro, à $+1$ ou à -1, ce qui nous dispensera de chercher leurs variations.

En effet, on sait que les équations qui donnent les variations des constantes arbitraires ont la forme générale suivante, qui leur a été donnée par Poisson :

$$\frac{da_i}{dt} = (a_i, b_i)\frac{\partial R_i}{\partial b_i} + (a_i, c_i)\frac{\partial R_i}{\partial c_i} + \dots ;$$

on sait, de plus, que les coefficients (a_i, b_i), (a_i, c_i), ... sont de simples fonctions des constantes arbitraires, indépendantes du temps, et qu'ils ont la forme

$$(a_i, b_i) = \frac{\partial a_i}{\partial \xi_i}\frac{\partial b_i}{\partial \xi_i} - \frac{\partial a_i}{\partial \xi_i'}\frac{\partial b_i}{\partial \xi} + \frac{\partial a_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial b_i}{\partial \eta_i'} - \frac{\partial a_i}{\partial \eta_i'}\frac{\partial b_i}{\partial \eta_i} + \frac{\partial a_i}{\partial \zeta_i}\frac{\partial b_i}{\partial \zeta_i'} - \frac{\partial a_i}{\partial \zeta_i'}\frac{\partial b_i}{\partial \zeta_i}$$

Supposons maintenant que les équations du mouvement elliptique aient donné les intégrales

$$\xi_i = a_i + \varphi_i(t), \quad \eta_i = b_i + \psi_i(t), \quad \zeta_i = c_i + \chi_i(t),$$
$$\xi_i' = a_i' + \varphi_i'(t), \quad \eta_i' = b_i' + \psi_i'(t), \quad \zeta_i' = c_i' + \chi_i'(t),$$

a_i, b_i, c_i, a_i', b_i', c_i' étant des constantes arbitraires et $\varphi_i(t)$, $\varphi_i'(t)$, $\psi_i(t)$, ... des fonctions du temps qui s'annulent pour $t=0$; pour cette époque particulière, on aura donc

$$(a_i, a_i') = -(a_i', a_i) = 1, \quad (b_i, b_i') = -(b_i', b_i) = 1, \quad (c_i, c_i') = -(c_i', c_i) = 1 ;$$

toutes les autres combinaisons seront nulles. Or, comme ces coefficients sont indépendants du temps, ils conserveront ces mêmes valeurs pour toutes les valeurs de t, et, par conséquent, les différentielles des nouvelles constantes arbitraires seront données par les équations

$$(21) \quad \begin{cases} \dfrac{da_i}{dt} = M_i\dfrac{\partial V}{da_i'}, & \dfrac{db_i}{dt} = M_i\dfrac{\partial V}{\partial b_i'}, & \dfrac{dc_i}{dt} = M_i\dfrac{\partial V}{\partial c_i'}, \\ \dfrac{da_i'}{dt} = -M_i\dfrac{\partial V}{\partial a_i}, & \dfrac{db_i}{dt} = -M_i\dfrac{\partial V}{\partial b_i}, & \dfrac{dc_i'}{dt} = -M_i\dfrac{\partial V}{\partial c_i}. \end{cases}$$

21. Formons maintenant l'expression de $M_i V_i'$ jusqu'au troisième ordre, en faisant varier en même temps les éléments

de la planète troublée, ainsi que ceux des planètes perturbatrices ; on aura ainsi

$$
\begin{aligned}
(22)\quad & M_i V_i' = (M_i V_i')_0 + M_i \delta V_i' \\
&= (M_i V_i')_0 + M_i \left\{ \frac{\partial V_i'}{\partial \rho_1}\delta\rho_i + \frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\delta a_i + \frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\delta a_i' + \dots \right. \\
&\quad + \frac{\partial V_i'}{\partial \rho_j}\delta\rho_j + \frac{\partial V_i'}{\partial a_j}\delta a_j + \frac{\partial V_i'}{\partial a_j'}\delta a_j' + \dots \\
&\quad + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i^2}\delta\rho_i^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i^2}\delta a_i^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'^2}\delta a_i'^2 + \dots \\
&\quad + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j^2}\delta\rho_j^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j^2}\delta a_j^2 + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i \partial a_i}\delta\rho_i\delta a_i + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i \partial a_i'}\delta\rho_i\delta a_i' + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i \partial a_i'}\delta a_i\delta a_i' + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i \partial b_i}\delta a_i\delta b_i + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_j}\delta\rho_j\delta a_j + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_j'}\delta\rho_j\delta a_j' + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j \partial a_j'}\delta a_j\delta a_j' + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j \partial b_j}\delta a_j\delta b_j + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i \partial \rho_j}\delta\rho_i\delta\rho_j + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i \partial a_j}\delta\rho_i\delta a_j + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i \partial a_j'}\delta\rho_i\delta a_j' + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i \partial a_j}\delta a_i\delta a_j + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i \partial a_j}\delta a_i\delta a_j' + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_i}\delta\rho_j\delta a_i + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_i'}\delta\rho_j\delta a_i' + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i' \partial a_j'}\delta a_i'\delta a_j' + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i' \partial a_j}\delta a_i'\delta a_j + \dots \\
&\quad + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial \rho_k}\delta\rho_j\delta\rho_k + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_k}\delta\rho_j\delta a_k + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_j \partial a_k'}\delta\rho_j\delta a_k' + \dots \\
&\qquad \left. + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j \partial a_k}\delta a_j\delta a_k + \frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j \partial a_k'}\delta a_j\delta a_k' + \dots \right\}.
\end{aligned}
$$

Il est inutile d'aller au delà des termes du second ordre par rapport aux variations δ, puisque ces variations sont du

premier ordre par rapport aux masses, ainsi que $M_i V'_i$. De plus, il suffira de prendre les parties du premier et du second ordre des δ dans les termes du premier ordre par rapport à ces variations, et seulement celles du premier dans les termes du second ordre. Les constantes arbitraires doivent être considérées comme des constantes absolues dans tous les coefficients des variations ; d'où il résulte déjà que le terme $(M_i V'_i)_0$, dans lequel on supprime les parties d'ordre supérieur au troisième, est périodique.

22. Les termes du premier ordre des variations se déduisent des équations (21) et de

$$\frac{d^2\rho_i}{dt^2} = \frac{3M_i}{a_i^2} V'_i, \tag{23}$$

ainsi que de leurs analogues pour les autres planètes ; ce sont

$$24\left\{\begin{array}{l} \delta\rho_i = \dfrac{3M_i}{a_i^2}\int\int V'_i dt^2, \quad \delta a_i = M_i \int \dfrac{\partial V}{\partial a'_i}\, dt. \quad \delta a'_i = -M_i \int \dfrac{\partial V}{\partial a_i} dt, \ldots, \\ \delta\rho_j = \dfrac{3M_j}{a_j^2}\int\int V'_j dt^2, \quad \delta a_j = M_j \int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}\, dt, \quad \delta a'_j = -M_j \int \dfrac{\partial V}{\partial a_j} dt, \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots, \end{array}\right.$$

Pour avoir les termes du premier et du second ordre des mêmes variations, il faudra prendre les variations du premier ordre des seconds membres des équations (23) et (21) par rapport à tous les éléments des planètes considérées, et intégrer. Ainsi, par exemple, si l'on pose

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \rho_i^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial \varepsilon_i^2} = V''_i, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial \rho_j^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial \varepsilon_j^2} = V''_j, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial \rho_i \partial \rho_j} = \frac{\partial^2 V}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = V''_{ij},$$

l'équation (23) donnera

$$\begin{aligned} \frac{d^2\rho_i}{dt^2} &= \frac{3M_i}{a_i^2} V'_i + 3M_i V'_i \delta\frac{1}{a_i^2} + \frac{3M_i}{a_i^2}\partial V'_i \\ &= \frac{3M_i}{a_i^2} V'_{i1} + \frac{12 M_i^2 V'_i}{n_i a_i^4}\int V'_i dt \\ &+ \left(\frac{3M_i}{a_i^2}\right)^2 V''_i \int\int V'_i dt^2 + \frac{3M_i^2}{a_i^2}\left(\frac{\partial V'_i}{\partial a_i}\int \frac{\partial V}{\partial a'_i}\, dt - \frac{\partial V'_i}{\partial a'_i}\int \frac{\partial V}{\partial a_i} dt + \ldots\right) \\ &+ \frac{3M_i}{a_i^2}\frac{3M_j}{a_j^2} V''_{ij}\int\int V'_j dt^2 + \frac{3M_i M_j}{a_i^2}\left(\frac{\partial V'_i}{\partial a_j}\int \frac{\partial V}{\partial a'_j}\, dt - \right. \\ &\left. - \frac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\int \frac{\partial V}{\partial a_j} dt + \ldots,\right) + \ldots. \end{aligned}$$

et intégrant

$$
(25)\quad
\begin{cases}
\delta\rho_i = \dfrac{3M_i}{a_i^2}\int\int V_i' dt^2 + \dfrac{12M_i^2}{n_i a_i^4}\int\int (V_i' dt^2 \int V_i' dt) \\
\quad + \left(\dfrac{3M_i}{a_i^2}\right)^2 \int\int (V_i'' dt^2 \int\int V_i' dt^2) + \dfrac{3M_i^2}{a_i^2}\int\int \left(\dfrac{\partial V_i'}{\partial a_i}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i'} dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i} dt + \ldots \right) dt^2 \\
\quad + \dfrac{3M_i}{a_i^2}\dfrac{3M_1}{a_j^2}\int\int (V_{ij}'' dt^2 \int\int V_j' dt^2) + \dfrac{3M_i M_j}{a_i^2}\int\int \left(\dfrac{\partial V_i'}{\partial a_j}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j'} dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial V_i'}{\partial a_j'}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j} dt + \ldots \right) dt^2 + \ldots \\
\quad \text{On trouvera de même} \\
\delta\rho_j = \dfrac{3M_j}{a_j^2}\int\int V_j' dt^2 + \dfrac{12M_j^2}{n_j a_j^4}\int\int (V_j' dt^2 \int V_j' dt) \\
\quad + \left(\dfrac{3M_j}{a_j^2}\right)^2 \int\int (V_j'' dt^2 \int\int V_j' dt^2) + \dfrac{3M_j^2}{a_j^2}\int\int \left(\dfrac{\partial V_j'}{\partial a_j}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j'} dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial V_j'}{\partial a_j'}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j} dt + \ldots \right) dt^2 \\
\quad + \dfrac{3M_j}{a_j^2}\dfrac{3M_i}{a_i^2}\int\int (V_{ij}'' dt^2 \int\int V_i' dt^2) + \dfrac{3M_i M_j}{a_j^2}\int\int \left(\dfrac{\partial V_j'}{\partial a_i}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i'} dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial V_j'}{\partial a_i'}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i} dt + \ldots \right) dt^2 + \ldots, \\
\delta a_i = M_i \int \dfrac{\partial V}{\partial a_i'} dt + \dfrac{3M_i^2}{a_i^2}\int \left(\dfrac{\partial V_i'}{\partial a_i'} dt \int\int V_i' dt^2 \right) \\
\quad + M_i^2 \int \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i' \partial a_i}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i'} dt - \dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i'^2}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_i} dt + \ldots \right) dt \\
\quad + \dfrac{3M_i M_j}{a_j^2}\int \left(\dfrac{\partial V_j'}{\partial a_i'} dt \int\int V_j' dt^2 \right) + M_i M_j \int \left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i' \partial a_j}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j'} dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i' \partial a_j'}\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j} dt + \ldots \right) dt + \ldots,
\end{cases}
$$

$$
(25)\quad
\begin{cases}
\delta a_j = \mathrm{M}_j \int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_j}\,dt + \dfrac{3\mathrm{M}_j^2}{\mathrm{a}_j^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_j}{\partial a'_j}\,dt\int\int \mathrm{V}'_j dt^2\right) \\
\quad + \mathrm{M}_j^2 \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a'_j \partial a_j}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_j}\,dt - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a'^2_j}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_j}\,dt + \ldots\right) dt \\
\quad + \dfrac{3\mathrm{M}_j\mathrm{M}_i}{\mathrm{a}_j^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial a'_j}\,dt\int\int \mathrm{V}'_i dt^2\right) + \mathrm{M}_j\mathrm{M}_i \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a'_j \partial a_i}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_i}\,dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a'_j \partial a'_i}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_i}\,dt + \ldots\right) dt + \ldots, \\
\delta a'_i = -\mathrm{M}_i \int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_i}\,dt - \dfrac{3\mathrm{M}_i^2}{\mathrm{a}_i^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial a_i}\,dt\int\int \mathrm{V}'_i dt^2\right) \\
\quad - \mathrm{M}_i^2 \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_i^2}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_i}\,dt - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_i \partial a'_i}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_i}\,dt + \ldots\right) dt \\
\quad - \dfrac{3\mathrm{M}_i\mathrm{M}_j}{\mathrm{a}_j^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_j}{\partial a_i}\,dt\int\int \mathrm{V}'_j dt^2\right) - \mathrm{M}_i\mathrm{M}_j \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_i \partial a_j}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_j}\,dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_i \partial a'_j}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_j}\,dt + \ldots\right) dt - \ldots, \\
\delta a'_j = -\mathrm{M}_j \int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_j}\,dt - \dfrac{3\mathrm{M}_j^2}{\mathrm{a}_j^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_j}{\partial a_j}\,dt\int\int \mathrm{V}'_j dt^2\right) \\
\quad - \mathrm{M}_j^2 \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_j^2}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_j}\,dt - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_j \partial a'_j}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_j}\,dt + \ldots\right) dt \\
\quad - \dfrac{3\mathrm{M}_j\mathrm{M}_i}{\mathrm{a}_i^2}\int\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}'_i}{\partial a_j}\,dt\int\int \mathrm{V}'_i dt^2\right) - \mathrm{M}_j\mathrm{M}_i \int\left(\dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_j \partial a_i}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a'_i}\,dt - \right. \\
\quad \left. - \dfrac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial a_j \partial a'_i}\int \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial a_i}\,dt + \ldots\right) dt - \ldots, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{cases}
$$

Dans les seconds membres de toutes ces variations, du premier et du second ordre, il faut considérer les constantes arbitraires comme des constantes absolues.

23. Il s'agit maintenant de substituer toutes ces valeurs dans l'expression (22) et de démontrer que tous les termes du troisième ordre qui en résultent sont périodiques ou nuls. Cette opération ne laisse pas d'être assez délicate, a cause du grand

nombre de termes que l'on a à considérer. Je les partagerai en cinq classes, que j'examinerai l'une après l'autre.

Prenons d'abord les termes qui sont du second ordre par rapport à $M_i V$ et à ses dérivées ; ce sont

$$(26)\qquad +\frac{3M_i^2}{a_i^2}\frac{\partial V_i'}{\partial \rho_i}\iint V_i' dt^2+M_i^2\left(\frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\int\frac{\partial V}{\partial a_i'}dt-\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\int\frac{\partial V}{\partial a_i}dt+\dots\right)$$
$$+\frac{3M_jM_i}{a_j^2}\frac{\partial V_i'}{\partial \rho_j}\iint V_j' dt^2+M_iM_j\left(\frac{\partial V_i'}{\partial a_j}\int\frac{\partial V}{\partial a_j'}dt-\frac{\partial V_i'}{\partial a_j'}\int\frac{\partial V}{\partial a_j}dt+\dots\right)+\dots$$

Réduisons $M_i V_i'$ aux seuls termes qui contiennent les angles dont l'expression générale est

$$\psi=\alpha l_i+\beta l_j \quad \text{et} \quad \chi=\alpha' l_i+\beta' l_j+\gamma' l_k,$$

en négligeant ceux qui sont d'un ordre supérieur au second ; on a alors

$$M_iV_i'=C_1\sin(\psi+\omega_1)+C_2\sin(\chi+\omega_2),$$

C_1 étant du premier et C_2 du second ordre par rapport aux masses ; par suite,

$$M_i^2\frac{\partial V_i'}{\partial \rho_i}\iint V_i' dt^2=[\alpha C_1\cos(\psi+\omega_1)+\alpha' C_2\cos(\chi+\omega^2)]\times\iint[C_1\sin(\psi+\omega_1)+C_2\sin(\chi+\omega_2)]\,dt^2.$$

Je néglige le terme du second ordre, qui est périodique et celui du quatrième ; ceux du troisième ordre sont

$$\alpha C_1\cos(\psi+\omega_1)\iint C_2\sin(\chi+\omega_2)\,dt^2$$
$$=-\frac{\alpha C_1C_2}{(\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k)^2}\cos(\psi+\omega_1)\sin(\chi+\omega_2)$$
$$=-\frac{\alpha C_1C_2}{2(\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k)^2}[\sin(\psi+\chi+\omega_1+\omega_2)+\sin(\chi-\psi+\omega_2-\omega_1)],$$
$$\alpha' C_2\cos(\chi+\omega_2)\iint C_1\sin(\psi+\omega_1)dt^2$$
$$=-\frac{\alpha' C_1C_2}{(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\chi+\omega_2)\sin(\psi+\omega_1)$$
$$=-\frac{\alpha' C_1C_2}{2(\alpha n_i+\beta n_j)^2}[\sin(\psi+\chi+\omega_1+\omega_2)+\sin(\psi-\chi+\omega_1-\omega_2)].$$

Dans ces deux expressions, les termes séculaires ne peuvent prendre naissance que si l'on a

$$\text{ou} \qquad \begin{aligned}(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j+\gamma'n_k&=0\\(\alpha-\alpha')n_i+(\beta-\beta')n_j-\gamma'n_k&=0.\end{aligned}$$

Or, dans la nature, ces conditions ne sont jamais remplies que si l'on a séparément

$$\text{ou} \qquad \begin{aligned}\alpha+\alpha'=0,\quad \beta+\beta'=0,\quad \gamma'=0\\ \alpha-\alpha'=0,\quad \beta-\beta'=0,\quad \gamma'=0,\end{aligned}$$

et les termes non périodiques que l'on forme ainsi s'annulent mutuellement.

Si l'on pose

$$M_jV'_j=C_1\sin(\psi+\omega_1)+C_2\sin(\chi+\omega_2),$$

ou verra aussi que le terme

$$\frac{3M_jM_i}{a_j^2}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\int\int V'_j\,dt^2$$

est périodique.

Prenons maintenant les termes

$$M_i^2\left(\frac{\partial V'_i}{\partial a_i}\int\frac{\partial V}{\partial a'_i}dt-\frac{\partial V'_i}{\partial a'_i}\int\frac{\partial V}{\partial a_i}dt\right),$$

et posons

$$M_iV=C_1\sin(\psi+\omega_1)+C_2\sin(\lambda+\omega_2);$$

on aura alors

$$M_i^2\frac{\partial V'_i}{\partial a_i}\int\frac{\partial V}{\partial a'_i}dt=-\left[\alpha\frac{\partial C_1}{\partial a_i}\cos(\psi+\omega_1)+\alpha'\frac{\partial C_2}{\partial a_i}\cos(\chi+\omega_2)\right]$$

$$\times\left[\frac{1}{\alpha n_i+\beta n_j}\frac{\partial C_1}{\partial a'_i}\cos(\psi+\omega_1)+\frac{1}{\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k}\frac{\partial C_2}{\partial a'_i}\cos(\chi+\omega_2)\right].$$

$$M_i^2\frac{\partial V'_i}{\partial a'_i}\int\frac{\partial V}{\partial a_i}dt=-\left[\alpha\frac{\partial C_1}{\partial a'_i}\cos(\psi+\omega_1)+\alpha'\frac{\partial C_2}{\partial a'_i}\cos(\chi+\omega_2)\right]$$

$$\times\left[\frac{1}{\alpha n_i+\beta n_j}\frac{\partial C_1}{\partial a_i}\cos(\psi+\omega_1)+\frac{1}{\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k}\frac{\partial C_2}{\partial a_i}\cos(\chi+\omega_2)\right].$$

Les termes du second ordre, ainsi que ceux du quatrième, se détruisent dans ces deux expressions ; si on les supprime, les valeurs précedentes se réduisent a

$$M_i^2\frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\int\frac{\partial V}{\partial a_i'}dt=-\frac{\alpha}{\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k}\frac{\partial C_1}{\partial a_1}\frac{\partial C_2}{\partial a_i'}\cos(\psi+\omega_1)\times$$

$$\cos(\chi+\omega_2)-\frac{\alpha'}{\alpha n+\beta n_j}\frac{\partial C_2}{\partial a_i}\frac{\partial C_1}{\partial a_i'}\cos(\psi+\omega_1)\cos(\chi+\omega_2),$$

$$M_i^2\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\int\frac{\partial V}{\partial a_i}dt=-\frac{\alpha}{\alpha' n_i+\beta' n_j+\gamma' n_k}\frac{\partial C_1}{\partial a_i'}\frac{\partial C_2}{\partial a_i}\cos(\psi+\omega_1)\cos(\chi+\omega_2)$$

$$-\frac{\alpha'}{\alpha n_i+\beta n_j}\frac{\partial C_2}{\partial a_i'}\frac{\partial C_1}{\partial a_i}\cos(\psi+\omega_1)\cos(\chi+\omega_3).$$

Elles pourraient contenir des termes non périodiques si l'on avait la relation

$$(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j+\gamma' n_k=0$$

ou

$$(\alpha-\alpha')n_i+(\beta-\beta')n_j-\gamma' n_k=0;$$

mais, pour cela, il faut avoir simultanément

$$\alpha+\alpha'=0,\ \beta+\beta'=0,\ \gamma'=0$$

ou

$$\alpha-\alpha'=0,\ \beta-\beta'=0,\ \gamma'=0,$$

et alors les termes séculaires qui prendraient naissance se détruiraient dans l'expression

$$M_i^2\left(\frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\int\frac{\partial V}{\partial a_i'}dt-\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\int\frac{\partial V}{\partial a_i}dt\right).$$

On verra de même que, dans toutes les autres parties restantes de (26), les termes séculaires s'annulent mutuellement.

24. En second lieu, je considère les termes de $M_i\delta V'_i$ qui sont du troisième ordre et qui ne contiennent que les variations des éléments de m_i ; ce sont

$$(27)\quad M_i\left(\frac{\partial V_i'}{\partial \rho_i}\delta\rho_i+\frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\delta a_i+\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\delta a_i'+\ldots+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i^2}\delta\rho_i^2\right.$$

$$+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i^2}\delta a_i^2+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i'^2}\delta a_i'^2+\ldots+\frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_i\partial a_i}\delta\rho_i\,\delta a_i$$

$$+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial \rho_i\partial a_i}\delta\rho_i\,\delta a_i'+\ldots+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i\partial a_i'}\delta a_i\delta a_i'$$

$$\left.+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i\partial b_i}\delta a_i\delta b_i+\ldots\right).$$

Dans cette expression, ainsi que dans les autres parties de $M_i\delta V'_i$, que nous aurons encore à examiner par la suite, il suffit de prendre pour $M_i V$ seulement les termes du premier ordre par rapport aux masses ; puis, ainsi qu'il a été dit au n° 21, il faudra substituer à la place des δ les valeurs (24) dans les termes du second ordre par rapport aux δ ; pour ceux du premier ordre, on doit prendre dans (25) les deux premières lignes de $\delta\rho_i$ et la première seulement de δa_i, $\delta a'_i$, ..., $\delta c'_i$, sauf le premier terme de chacune de ces valeurs. Les termes que l'on obtient ainsi peuvent être partagés en cinq catégories, que je désignerai par des notations particulières ; ce sont

$$
(28)\quad \left\{
\begin{aligned}
&A^{(i)} = \frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i} \iint (V'_i dt^2 \int V'_i dt),\\
&B^{(i)} = \frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i} \iint (V''_i dt^2 \iint V'_i dt^2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_i^2} (\iint V'_i dt^2)^2,\\
&(da_i, da'_i)^{(i)} = \frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i} \int \int \left(\frac{\partial V'_i}{\partial a_i} dt^2 \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right)\\
&\quad - \frac{\partial V'_i}{\partial a'_i} \int \left(\frac{\partial V'_i}{\partial a_i} dt \iint V'_i dt^2 \right) + \frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_i \partial a_i} \left(\int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right) (\iint V'_i dt^2),\\
&(da_i da'_i, da_i, da'_i) = \frac{\partial^2 V'_i}{da_i \partial a'_i} \left(\int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right) \left(\int \frac{\partial V}{\partial a_i} dt \right)\\
&\quad - \frac{\partial V'_i}{\partial a_i} \int \left(\frac{\partial^2 V}{\partial a_i \partial a'_i} dt \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right) - \frac{\partial V'_i}{\partial a'_i} \int \left(\frac{\partial^2 V}{\partial a_i \partial a'_i} dt \int \frac{\partial V}{\partial a_i} dt \right),\\
&(da_i^2, da'_i) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V'_i}{\partial a_i^2} \left(\int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right)^2 - \frac{\partial V'_i}{\partial a'_i} \int \left(\frac{\partial^2 V}{\partial a_i^2} dt \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt \right).
\end{aligned}
\right.
$$

Des trois dernières de ces combinaisons, on en peut déduire d'autres par de simples changements de lettres. A l'aide de ces notations, l'expression (27) peut être écrite sous la forme suivante :

$$
\begin{aligned}
(29)\quad &+ \frac{12 M_i^3}{n_i a_i^4} A^{(i)} + M_i \left(\frac{3 M_i}{a_i^2} \right)^2 B^{(i)}\\
&+ \frac{3 M_i^3}{a_i^2} [(da_i, da'_i)^{(i)} + (db_i, db'_i)^{(i)} + (dc_i, dc'_i)^{(i)} - (da'_i, da_i)^{(i)}\\
&\qquad - (db'_i, db_i)^{(i)} - (dc'_i, dc_i)^{(i)}]
\end{aligned}
$$

$$+ M_i^3[(da_i db_i,\ db'_i, da'_i) + (da_i dc_i,\ dc', da'_i) + (db_i dc_i,\ dc'_i,\ db'_i)$$
$$+ (da'_i db'_i db_i,\ da_i) + (da'_i dc'_i, dc_i, da_i) + (db'_i dc'_i,\ dc_i,\ db_i)$$
$$- (da_i da'_i,\ da_i,\ da'_i) - (da_i db'_i, db_i, da'_i) - (da_i dc'_i,\ dc_i,\ da'_i)$$
$$- (db_i da'_i, da_i,\ db'_i) - (db_i db'_i, db_i, db'_i) - (db_i dc'_i,\ dc_i, db'_i)$$
$$- (dc_i da'_i,\ da_i,\ dc'_i) - (dc_i db'_i,\ db_i, dc'_i) - (dc_i dc'_i,\ dc_i dc'_i)]$$
$$+ M_i^3[(da_i^2,\ da'_i) + (db_i^2,\ db'_i) + (dc_i^2,\ dc'_i) + (da_i'^2,\ da_i)$$
$$+ (db_i'^2,\ db_i) + (dc_i'^2,\ dc_i)].$$

25. Je passe aux termes de $M_i \delta V'_i$ qui sont du troisième ordre et dont chacun ne renferme que des variations relatives à une seule des planètes perturbatrices ; ce sont

$$(30)\quad M_i\Big(\frac{dV'_i}{\partial \rho_j}\delta\rho_j + \frac{\partial V'_i}{\partial a_j}\delta a_j + \frac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\delta a'_j + \frac{\partial V'_i}{\partial b_j}\delta b_j + \dots$$
$$+ \frac{\partial V'_i}{\partial \rho_k}\delta\rho_k + \dots + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j^2}\delta\rho_j^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j^2}\delta a_j^2$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j'^2}\delta a'^2_j + \dots + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_k^2}\delta\rho_k^2 + \dots$$
$$+ \frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j \partial a_j}\delta\rho_j\delta a_j + \frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j \partial a'_j}\delta\rho_j\delta a'_j + \dots + \frac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j \partial a'_j}\delta a_j \delta a'_j$$
$$+ \frac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j \partial b_j}\delta a_j \delta b_j + \dots + \frac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_k \partial a_k}\delta\rho_k \delta a_k + \dots\Big).$$

Je fais les substitutions exactement comme au numéro précédent ; j'adopte encore les notations

$$(31)\quad \begin{cases} A^{(j)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\iint(V'_j dt^2 \int V'_j dt), \\ B^{(j)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\iint(V'_j dt^2 \iint V'_j dt^2) + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j^2}(\iint V'_j dt^2)^2, \\ (da_j, da'_j)^{(j)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\iint\Big(\dfrac{\partial V'_j}{\partial a_j}dt^2 \int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big) \\ \quad - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\int\Big(\dfrac{\partial V'_j}{\partial a_j}dt \iint V'_j dt^2\Big) + \dfrac{\partial}{\partial \rho_j \partial a_j}\dfrac{V'_i}{}\Big(\int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big)(\iint V'_j dt^2), \\ (da_j da'_j, da_j, da'_j) = \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j \partial a'_j}\Big(\int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big)\Big(\int \dfrac{\partial V}{\partial a_j}dt\Big) \\ - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a_j}\int\Big(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_j \partial a'_j}dt \int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big) - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\Big(\int \dfrac{\partial^2 V}{\partial a_j \partial a'_j}dt \int \dfrac{\partial V}{\partial a_j}dt\Big), \\ (da_j^2, da'_j) = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial a_j^2}\Big(\int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big)^2 - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\Big(\int \dfrac{\partial^2 V}{\partial a_j^2}dt \int \dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\Big). \end{cases}$$

On peut former d'autres symboles par des changements de lettres dans les trois derniers. La quantité (30) prend la forme suivante :

$$(32)\quad +\frac{12\,M_j^2 M_i}{n_j a_j^4}A^{(j)}+\ldots+\left(\frac{3\,M_j}{a_j^2}\right)^2 M_i B^{(j)}+\ldots$$

$$+\frac{3\,M_j^2 M_i}{a_j^2}[(da_j,\ da_j')^{(j)}+(db_j,\ db_j')^{(j)}+(dc_j,\ dc_j')^{(j)}-(da_j',\ da_j)^{(j)}$$
$$-(db_j',\ db_j)^{(j)}-(dc_j',\ dc_j)^{(j)}]+\ldots$$

$$+M_j^2 M_i[(da_j db_j,\ db_j',\ da_j')+(da_j dc_j,\ dc_j',\ da_j')+(db_j dc_j,\ dc_j',\ db_j')$$
$$+(da_j' db_j',\ db_j, da_j)+(da_j' dc_j',\ dc_j,\ da_j)+(db_j' dc_j',\ dc_j,\ db_j)$$
$$-(da_j da_j',\ da_j,\ da_j')-(da_j db_j',\ db_j,\ da_j')-(da_j dc_j',\ dc_j,\ da_j')$$
$$-(db_j da_j',\ da_j,\ db_j')-(db_j db_j',\ db_j,\ db_j')-(db_j dc_j',\ dc_j,\ db_j')$$
$$-(dc_j da_j',\ da_j,\ dc_j')-(dc_j db_j',\ db_j,\ dc_j')-(dc_j dc_j',\ dc_j,\ dc_j')]+\ldots$$

$$+M_j^2 M_i[(da_j^2,\ da_j')+(db_j^2,\ db_j')+dc_j^2,\ dc_j')+(da_j'^2,\ da_j)+(db_j'^2,\ db_j)$$
$$+(dc_j'^2,\ dc_j)]+\ldots$$

26. Occupons-nous des termes de $M_i\delta V_i'$, qui contiennent en même temps la variation d'un élément de la planète troublée et celle d'un élément d'une quelconque des planètes perturbatrices. Ils constituent la quantité suivante :

$$+M_i\left(\frac{\partial^2 V_i'}{\partial\rho_i\partial\rho_j}\delta\rho_i\delta\rho_j+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial\rho_i\partial a_j}\delta\rho_i\delta a_j+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial\rho_i\partial a_j'}\delta\rho_i\delta a_j'+\ldots\right.$$

$$+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial\rho_j\partial a_i}\delta\rho_i\delta a_i+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial\rho_j\partial a_i'}\delta\rho_j\delta a_i'+\ldots$$

$$+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i\partial a_j}\delta a_i\delta a_j+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_i\partial a_j'}\delta a_i\delta a_j'+\ldots$$

$$\left.+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j\partial a_i'}\delta a_j\delta a_i'+\frac{\partial^2 V_i'}{\partial a_j'\partial a_i'}\delta a_j'\delta a_j'+\ldots\right)+\ldots$$

Il faut y adjoindre la quantité

$$+M_i\left(\frac{\partial V_i'}{\partial\rho_i}\delta\rho_i+\frac{\partial V_i'}{\partial a_i}\delta a_i+\frac{\partial V_i'}{\partial a_i'}\delta a_i'+\ldots\right.$$
$$\left.+\frac{\partial V_i'}{\partial\rho_j}\delta\rho_j+\frac{\partial V_i'}{\partial a_j}\delta a_j+\frac{\partial V_i'}{\partial a_j'}\delta a_j'+\ldots+\frac{\partial V_i'}{\partial\rho_k}\delta\rho_k+\ldots\right),$$

dans laquelle on remplace $\delta\rho_i$, δa_i, $\delta a'_i, \ldots$, $\delta c'_i$ par les sommes des termes que nous n'avons pas encore considérés dans leurs valeurs [formules (25)]; $\delta\rho_j$, $\delta\rho_k, \ldots$ par les troisièmes lignes, et δa_j, $\delta a'_j, \ldots$, δa_k, $\delta a'_k, \ldots$ par les secondes lignes de leurs valeurs respectives. Je pose

$$
(33)\quad
\begin{cases}
B^{(ij)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_i}\iint(V^*_{ij}\,dt^2\iint V'_j\,dt^2) + \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\iint(V^*_{ij}dt^2\iint V'_i dt^2) \\
\qquad + \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial\rho_i\partial\rho_j}\left(\iint V'_i dt^2\right)\left(\iint V'_j dt^2\right), \\
(da_j, da'_j)^{(i)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_i}\iint\left(\dfrac{\partial V'_i}{\partial a_j}dt^2\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\right) - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\int\left(\dfrac{\partial V'_i}{\partial a_j}dt\iint V'_i dt^2\right) \\
\qquad + \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial\rho_i\partial a_j}\left(\iint V'_i\,dt^2\right)\left(\quad\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}\,dt\right), \\
(da_i, da'_i)^{(j)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\iint\left(\dfrac{\partial V'_j}{\partial a_i}dt^2\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_i}dt\right) - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_i}\int\left(\dfrac{\partial V'_j}{\partial a_i}dt\iint V'_j dt^2\right) \\
\qquad + \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial\rho_j\partial a_i}\left(\iint V'_j dt\right)\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_i}\,dt\right), \\
(da_i da_j,\ da'_i,\ da'_j) = \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial a_i\partial a_j}\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_i}\,dt\right)\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}\,dt\right) \\
\qquad - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_i}\int\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i\partial a_j}\,dt\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\right) - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\int\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_i\partial a_j}dt\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_i}dt\right),
\end{cases}
$$

et d'autres notations analogues. L'expression qui nous occupe en ce moment prendra alors la forme

$$
\begin{aligned}
(34)\quad & + \frac{3M_i^2}{a_i^2}\left(\frac{3M_j}{a_j^2}B^{(ij)} + \frac{3M_k}{a_k^2}B^{(ik)} + \ldots\right) \\
& + \frac{3M_i^2 M_j}{a_i^2}\left[(da_j, da'_j)^{(i)} + (db_j, db'_j)^{(i)} + (dc_j, dc'_j)^{(i)} - (da'_j, da_j)^{(i)}\right. \\
& \qquad \left. - (db'_j, db_j)^{(i)} - (dc'_j, dc_j)^{(i)}\right] + \ldots \\
& + \frac{3M_i^2 M_j}{a_j^2}\left[(da_i, da'_i)^{(j)} + (db_i, db'_i)^{(j)} + (dc_i, dc'_i)^{(j)} - (da'_i, da_i)^{(j)}\right. \\
& \qquad \left. - (db'_i, db_i)^{(j)} - (dc'_i, dc_i)^{(j)}\right] + \ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \mathrm{M}_i^2 \mathrm{M}_j [(da_i da_j,\ da_i',\ da_j') + (da_i db_j,\ da_i',\ db_j') + (da_i dc_j,\ da_i',\ dc_j')\\
&\quad + (db_i da_j,\ db_i',\ da_j') + (db_i db_j,\ db_i',\ db_j') + (db_i dc_j,\ db_i',\ dc_j')\\
&\quad + (dc_i da_j,\ dc_i',\ da_j') + (dc_i db_j,\ dc_i',\ db_j') + (dc_i dc_j,\ dc_i',\ dc_j')\\
&\quad + (da_i' da_j',\ da_i,\ da_j) + (da_i' db_j',\ da_i,\ db_j) + (da_i' dc_j',\ da_i,\ dc_j)\\
&\quad + (db_i' da_j',\ db_i,\ da_j) + (db_i' db_j',\ db_i,\ db_j) + (db_i' dc_j',\ db_i,\ dc_j)\\
&\quad + (dc_i' da_j',\ dc_i,\ da_j) + (dc_i' db_j',\ dc_i,\ db_j) + (dc_i' dc_j',\ dc_i,\ dc_j)\\
&\quad - (da_i da_j',\ da_i',\ da_j) - (da_i db_j',\ da_i'\ db_j) - (da_i dc_j',\ da_i',\ dc_j)\\
&\quad - (db_i da_j',\ db_i',\ da_j) - (db_i db_j',\ db_i',\ db_j) - (db_i dc_j',\ db_i',\ dc_j)\\
&\quad - (dc_i da_j',\ dc_i',\ da_j) - (dc_i db_j',\ dc_i',\ db_j) - (dc_i dc_j',\ dc_i',\ dc_j)\\
&\quad - (da_i' da_j,\ da_i,\ da_j') - (da_i' db_j,\ da_i,\ db_j') - (da_i' dc_j,\ da_i,\ dc_j')\\
&\quad - (db_i' da_j,\ db_i,\ da_j') - (db_i' db_j,\ db_i,\ db_j') - (db_i' dc_j,\ db_i,\ dc_j')\\
&\quad - (dc_i' da_j,\ dc_i,\ da_j') - (dc_i' db_j,\ dc_i,\ db_j') - (dc_i' dc_j,\ dc_i,\ dc_j')] + \ldots
\end{aligned}
$$

27. Il reste enfin à examiner les termes de $\mathrm{M}_i \delta \mathrm{V}_i'$, qui dépendent en même temps des variations des éléments de deux quelconques des planètes perturbatrices. Ces termes proviennent d'abord de la partie

$$
\begin{aligned}
&+ \mathrm{M}_i \Big(\frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_j \partial \rho_k} \delta\rho_j \delta\rho_k + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_j \partial a_k} \delta\rho_j \delta a_k + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_j \partial a_k'} \delta\rho_j \delta a_k' + \ldots\\
&\quad + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_k \partial a_j} \delta\rho_k \delta a_j + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_k \partial a_j'} \delta\rho_k \delta a_j' + \ldots\\
&\quad + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial a_j \partial a_k} \delta a_j \delta a_k + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial a_j \partial a_k'} \delta a_j \delta a_k' + \ldots\\
&\quad + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial a_k \partial a_j'} \delta a_k \delta a_j' + \frac{\partial^2 \mathrm{V}_i'}{\partial a_k' \partial a_j'} \delta a_k' \delta a_j' + \ldots \Big) + \ldots,
\end{aligned}
$$

et ensuite de

$$
+ \mathrm{M}_i \Big(\frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_j} \delta\rho_j + \frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial a_j} \delta a_j + \frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial a_j'} \delta a_j' + \ldots + \frac{\partial \mathrm{V}_i'}{\partial \rho_k} \delta\rho_k + \ldots \Big),
$$

lorsqu'on y remplace $\delta\rho_j,\ \delta a_j, \delta a_j', \ldots,\ \delta\rho_k, \ldots$ par les sommes des termes que nous n'avons pas encore employés dans leurs valeurs (25). Posons

$$
(35)\quad\begin{cases}
B^{(ik)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\int\int(V''_{jk}dt^2\int\int V'_k dt^2) \\
\qquad + \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_k}\int\int(V''_{kj}dt^2\int\int V''_j dt^2) + \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j \partial \rho_k}(\int\int V'_j dt^2)\,(\int\int V'_k dt^2), \\
(da_k, da'_k)^{(ij)} = \dfrac{\partial V'_i}{\partial \rho_j}\int\int\left(\dfrac{\partial V'_i}{\partial a_k}dt^2\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_k}dt\right) \\
\qquad - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_k}\int\left(\dfrac{\partial V'_i}{\partial a_k}dt\int\int V'_j dt^2\right) + \dfrac{\partial^2 V'_i}{\partial \rho_j \partial a_k}(\int\int V'_j dt^2)\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_k}dt\right), \\
(da_j da_k, da'_k, da'_j) = \dfrac{\partial^2 V'_j}{\partial a_j \partial a_k}\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\right)\left(\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_k}dt\right) \\
\qquad - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_j}\int\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_j \partial a_k}dt\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_k}dt\right) - \dfrac{\partial V'_i}{\partial a'_k}\int\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial a_j \partial a_k}dt\int\dfrac{\partial V}{\partial a'_j}dt\right),
\end{cases}
$$

et les combinasisons analogues ; alors les termes qu'il nous reste à formuler formeront l'espression suivante :

$$
\begin{aligned}
(36)\quad & + M_i\left(\frac{3M_j}{a_j^2}\frac{3M_k}{a_k^2}B^{(ik)} + \frac{3M_j}{a_j^2}\frac{3M_i}{a_i^2}B^{(ii)} + \frac{3M_k}{a_k^2}\frac{3M_j}{a_j^2}B^{(kj)} + \dots\right) \\
& + \frac{3M_iM_jM_k}{a_j^2}[(da_k, da'_k)^{(j)} + (db_k, db'_k)^{(j)} + (dc_k, dc'_k)^{(j)} - (da'_k, da_k)^{(j)} \\
& \quad - (db'_k, db_k)^{(j)} - (dc'_k, dc_k)^{(j)}] + \dots \\
& + \frac{3M_iM_kM_j}{a_k^2}[(da_j, da'_j)^{(k)} + (db_j, db'_j)^{(k)} + (dc_j, dc'_j)^{(k)} - (da'_j, da_j)^{(k)} \\
& \quad - (db'_j, db_j)^{(k)} - (dc'_j, dc_j)^{(k)}] + \dots \\
& \qquad + M_iM_jM_k[(da_j da_k, da'_k, da'_j) + (da_j db_k, db'_k, da'_j) \\
& \quad + (da_j dc_k, dc'_k, da'_j) + (db_j da_k, da'_k, db'_j) + (db_j db_k, db'_k, db'_j) \\
& \quad + (db_j dc_k, dc'_k, db'_j) + (dc_j da_k, da'_k, dc'_j) + (dc_j db_k, db'_k, dc'_j) \\
& \quad + (dc_j dc_k, dc'_k, dc'_j) + (da'_j da'_k, da_k, da_j) + (da'_j db'_k, db_k, da_j) \\
& \quad + (da'_j dc'_k, dc_k, da_j) + (db'_j da'_k, da_k, db_j) + (db'_j db'_k, db_k, db_j) \\
& \quad + (db'_j dc'_k, dc_k, db_j) + (dc'_j da'_k, da_k, dc_j) + (dc'_j db'_k, db_k, dc_j) \\
& \quad + (dc'_j dc'_k, dc_k, dc_j) - (da_j da'_k, da_k, da'_j) - (da_j db'_k, db_k, da'_j) \\
& \quad - (da_j dc'_k, dc_k, da'_j) - (db_j da'_k, da_k, db'_j) - (db_j db'_k, db_k, db'_j) \\
& \quad - (db_j dc'_k, dc_k, db'_j) - (dc_j da'_k, da_k, dc'_j) - (dc_j db'_k, db_k, dc'_j) \\
& \quad - (dc_j dc'_k, dc_k, dc'_j) - (da'_j da_k, da'_k, da_j) - (da'_j db_k, db'_k, da_j) \\
& \quad - (da'_j dc_k, dc'_k, da_j) - (db'_j da_k, da'_k, db_j) - (db'_j db_k, db'_k, db_j) \\
& \quad - (db'_j dc_k, dc'_k, db_j) - (dc'_j da_k, da'_k, dc_j) - (dc'_j db_k, db'_k, dc_j) \\
& \quad - (dc'_j dc_k, dc'_k, dc_j)] + \dots
\end{aligned}
$$

L'expression complète de $M_i\delta V'_i$ se compose de la somme des quantités (26), (29), 32), 34) et (36). Nous avons vu que la première ne renferme pas de termes séculaires du troisième ordre ; les quatre autres sont des fonctions linéaires d'un certain nombre de quantités, qui peuvent se réduire aux dix-sept types compris dans les formules (28), (31), (33), 35). Or ces dernières quantités se ramènent elles-mêmes à huit formes seulement de la manière suivante.

28. Je désigne par P, Q, R trois fonctions qui, comme V, peuvent se développer en séries convergentes de termes procédant suivant les sinus ou les cosinus d'arcs proportionnels au temps, tels que ψ, et je pose, comme pour V,

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_i} = P'_i, \quad \frac{\partial P}{\partial \rho_j} = P'_j, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \rho_i^2} = P''_i, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \rho_j^2} = P''_j, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \rho_i \partial \rho_j} = P''_{ij},$$

et de même pour Q et R.

Examinons successivement les diverses quantités $A^{(i)}, B^{(i)}, \ldots$

On a d'abord

$$\int\int (V'_i dt^2 \int V'_i dt) = \tfrac{1}{2}\int (\int V'_i dt)^2 dt ;$$

donc

$$A^{(i)} = \frac{1}{2}\frac{\partial V'_i}{\partial \rho_i}\int (\int V'_i dt)^2 dt ;$$

et, si l'on pose

$$P = \int V'_i dt,$$

on a

$$(a) \qquad A^{(i)} = -\frac{1}{2}\frac{dP'_i}{dt}\int P^2 dt.$$

$A^{(j)}$ se ramène exactement à la même forme en posant

$$P = \int V'_j dt.$$

Pour transformer $B^{(i)}$, je prends

$$P = \int\int V'_i dt^2,$$

d'où

$$\frac{\partial V'_j}{\partial \rho_i} = \frac{d^2 P'_j}{dt^2}, \quad \frac{\partial^2 V'_j}{\partial \rho_i^2} = \frac{d^2 P''_i}{dt^2} ;$$

alors

$$(b)\qquad B^{(i)}=\frac{d^2P'_i}{dt^2}\int\int\left(\frac{d^2P'_i}{dt^2}P\,dt^2\right)+\frac{1}{2}\frac{d^2P''_i}{dt^2}P^2.$$

Pour $B^{(j)}$, on aura aussi

$$P=\int\int V'_j dt^2,\quad V''_j=\frac{d^2P'_j}{dt^2},\quad \frac{\partial V'_j}{\partial\rho_j}=\frac{d^2P'_j}{dt^2},\quad \frac{\partial^2V'_j}{\partial\rho_j^2}=\frac{d^2P''_{jj}}{dt^2},$$

$$(c)\qquad B^{(j)}=\frac{d^2P'_j}{dt^2}\int\int\left(\frac{d^2P'_j}{dt^2}P\,dt^2\right)+\frac{1}{2}\frac{d^2P''_{jj}}{dt^2}P^2.$$

$B^{(ij)}$ se transforme d'une manière analogue en posant

$$P=\int\int V'_i dt^2,\quad Q=\int\int V'_j dt^2,$$

d'où

$$\frac{\partial V'_i}{\partial\rho_i}=\frac{d^2P'_i}{dt^2},\quad V''_{ij}=\frac{d^2P'_j}{dt^2}=\frac{d^2Q'_i}{dt^2},\quad \frac{\partial^2V'_i}{\partial\rho_i\partial\rho_j}=\frac{d_2P''_{ij}}{dt^2}=\frac{d^2Q''_i}{dt^2};$$

d'où il suit

$$(d)\quad B^{(ij)}=\frac{d^2P'_i}{dt^2}\int\int\frac{d^2Q'_i}{dt^2}Q\,dt^2+\frac{d^2Q'_i}{dt^2}\int\int\frac{d^2P'_j}{dt^2}P\,dt^2+\frac{d^2Q''_i}{dt^2}PQ;$$

mais il faut faire attention à la forme particulière que doivent avoir les quantités P et Q dans $B^{(ij)}$. Supposons que l'on réduise en un seul tous les termes de V qui dépendent d'un même argument $\psi=\alpha l_i+\beta l_j$, et prenons

$$V=G\sin(\psi+\omega);$$

on en tire

$$V'_i=G\alpha\cos(\psi+\omega),\quad V'_j=G\beta\cos(\psi+\omega),$$

et, par conséquent,

$$P=\int\int V'_i dt^2=-\frac{G\alpha}{(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\psi+\omega),$$

$$Q=\int\int V'_j dt^2=-\frac{G\beta}{(\alpha n_i+\beta n_j)^2}\cos(\psi+\omega).$$

On voit que, si P contient un terme tel que $G\alpha\cos(\psi+\omega)$, Q doit contenir le terme $G\beta\cos(\psi+\omega)$; de plus, tous les termes de P contiennent ρ_i et tous ceux de Q, ρ_j.

On ramène $B^{(ik)}$ à une forme analogue à (*b*), (*c*), (*d*), en posant

$$P = \int\int V'_i dt^2, \quad Q = \int\int V'_k dt^2,$$

d'où

$$\frac{\partial V'_i}{d\varrho_j} = \frac{d^2 P'_i}{dt^2}, \quad \frac{\partial V'_i}{\partial \varrho_k} = \frac{d^2 Q'_i}{dt^2}, \quad V''_{jk} = \frac{d^2 P'_k}{dt^2} - \frac{d^2 Q'_j}{dt^2},$$

$$\frac{\partial^2 V'_i}{\partial \varrho_j \partial \varrho_k} = \frac{\partial^2 P''_{ik}}{dt^2} = \frac{d^2 Q''_{ij}}{dt^2}$$

ce qui donne

$$(e) \quad B^{(ik)} = \frac{d^2 P'_i}{dt^2}\int\int \frac{d^2 Q'_j}{dt^2} Q dt^2 + \frac{d^2 Q'_i}{dt^2}\int\int \frac{d^2 P'_k}{dt^2} P dt^2 + \frac{d^2 P''_{ik}}{dt^2} P Q.$$

On verra encore que, si P contient le terme $G\beta \cos(\psi+\omega)$, Q contiendra $G\gamma \cos(\psi+\omega)$, et que tous les termes de P dépendent de ϱ_j et ceux de Q de ϱ_k.

L'expression $(da., da'_i)^{(j)}$ se transforme en posant

$$P = \int\int V'_i dt^2, \quad Q = \frac{\partial V'_j}{\partial a_i}, \quad R = \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt;$$

on a alors

$$(f) \qquad (da_i, da'_i)^{(j)} = \frac{d^2 P'_i}{dt^2}\int\int QR dt^2 - \frac{dR'_i}{dt}\int QP dt + Q'_i PR.$$

C'est encore à la forme (*f*) que l'on ramène les quantités suivantes :

$(da_j, da'_j)^{(i)}$, en posant $P = \int\int V'_j dt^2$, $Q = \frac{\partial V'_j}{\partial a_j}$, $R = \int \frac{\partial V}{\partial a'_j} dt$;

$(da_j, da'_j)^{(i)}$, en posant $P = \int\int V'_i dt^2$, $Q = \frac{\partial V'_i}{\partial a_j}$, $R = \int \frac{\partial V}{\partial a'_j} dt$;

$(da_i, da'_i)^{(j)}$, en posant $P = \int\int V'_j dt^2$, $Q = \frac{\partial V'_j}{\partial a_i}$, $R = \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt$;

$(da_k, da'_k)^{(j)}$, en posant $P = \int\int V'_j dt^2$, $Q = \frac{\partial V'_j}{\partial a_k}$, $R = \int \frac{\partial V}{\partial a'_k} dt$.

Si l'on prend

$$P = \int \frac{\partial V}{\partial a_i} dt, \quad Q = \int \frac{\partial V}{\partial a'_i} dt, \quad R \frac{\partial_2 V}{\partial a_i \partial a'_i},$$

on aura

$$(g) \quad (da_i da'_i, da_i da'_i) = PQR'_i - \frac{dP'_i}{dt}\int QR dt - \frac{dQ'_i}{dt}\int PR dt.$$

Pour donner cette forme aussi aux expressions $(da_j\ da'_j,\ da_j,\ da'_j)$, $(da_i\ da_j, da'_i, da'_j)$, $(da_j du_k, da'_k, da'_j)$, il suffira de poser respectivement

$$P=\int\frac{\partial V}{\partial a_j}dt,\quad Q=\int\frac{\partial V}{\partial a'_j}dt,\quad R=\frac{\partial^2 V}{\partial a_j\partial a'_j},$$
$$P=\int\frac{\partial V}{\partial a'_i}dt,\quad Q=\int\frac{\partial V}{\partial a'_j}dt,\quad R=\frac{\partial^2 V}{\partial a_i\partial a_j},$$
$$P=\int\frac{\partial V}{\partial a'_j}dt,\quad Q=\int\frac{\partial V}{\partial a'_k}dt,\quad R=\frac{\partial^2 V}{\partial a_j\partial a_k}.$$

Enfin on prendra

$$P=\int\frac{\partial V}{\partial a'_i}dt,\quad R=\frac{\partial^2 V}{\partial a^2_i},$$

et alors on aura la forme

$$(h)\qquad (da^2_i,\ da'_i)=\tfrac{1}{2}P^2R'_i-\frac{dP'_i}{dt}\int PR\,dt,$$

à laquelle on ramènera aussi $(da^2_j,\ da'_j)$, en posant

$$P=\int\frac{\partial V}{\partial a'_j}dt,\quad R=\frac{\partial^2 V}{\partial a^2_j}.$$

Ce qui nous reste à faire maintenant, c'est de démontrer que les huit formes (a), $(b)\ldots$, (h) ne sont composées que de termes périodiques : mais, comme (h) se déduit de (g) en y faisant $P=Q$, il suffit de nous occuper seulement des sept premières.

Je supposerai que, dans les séries qui représentent P, Q, R, on ait réuni en un seul tous les termes qui dépendent d'un même argument ψ, et je poserai, pour abréger l'écriture,

$$\psi+\psi'+\psi''+\omega+\omega'+\omega''=u.$$

29. *Forme* $A^{(0)}$. — Prenons dans le développement de P les trois termes suivants :

$$P=G\cos(\psi+\omega)+G'\cos(\psi'+\omega')+G''\cos(\psi''+\omega'');$$

on sait que G, G' G'', ω, ω', ω'' sont des constantes qui ne renferment pas ε_i, ε_j, ..., et

$$\psi=\alpha l_i+\beta l_j,\qquad \psi'=\alpha' l_i+\beta' l,\qquad \psi''=\alpha'' l_i+\beta'' l_j.$$

On tire de là

$$\frac{dP_i'}{dt} = -G\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)\cos(\psi+\omega)$$
$$-G'\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)\cos(\psi'+\omega') - G''\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)\cos(\psi''+\omega'').$$

Avec ces valeurs, je forme l'expression (a) de $A^{(j)}$ et je réunis tous les termes qui dépendent de $\sin u$; ce sont

$$-\frac{GG'G''}{4}\sin u\times\left[\frac{\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)}{(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j}\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)}{(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j}+\frac{\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)}{(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j}\right].$$

Il suffit de considérer ce seul terme, car tous les autres qui résultent de la valeur précédente de P peuvent s'en déduire, en y supposant égales entre elles quelques-unes des constantes G, G', G'' ; α, α', α'' ; β, β', β'', ou bien en changeant leurs signes. Or, pour que ce terme donne lieu à une inégalité séculaire, il faut que u soit indépendant du temps, c'est-à-dire que l'on ait

$$(37)\qquad (\alpha+\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'+\beta'')n_j=0.$$

Mais, dans la nature, les quantités n_i, n_j, sont toujours incommensurables entre elles ; et, comme α, α', α'', β, β' β'' sont des nombres entiers, cette équation se décompose en deux autres

$$(38)\qquad \alpha+\alpha'+\alpha''=0,\quad \beta+\beta'+\beta''=0,$$

et, dans ce cas, le coefficient qui multiplie $-\frac{GG'G''}{4}\sin u$ devient

$$-\alpha-\alpha'-\alpha''=0.$$

Les termes constants de $A^{(j)}$ sont donc nuls.

Dans ce calcul, j'ai pris des termes de P qui dépendent des longitudes moyennes des deux mêmes planètes ; mais il conduit au même résultat si les trois termes considérés de P renferment des longitudes moyennes relatives à des planètes différentes ; seulement, dans ce cas, l'équation (37) se décomposerait en un nombre d'équations secondaires égal à celui des planètes dont les moyens mouvements y figurent.

On peut remarquer que $A^{(i)}$ contient aussi des termes de la forme $A\,t\cos(\psi+\omega)$; tel est, par exemple,

$$-\frac{G^3}{4}\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)\,t\cos(\psi+\omega).$$

30. *Forme* $B^{(i)}$. — La même valeur de P donne encore

$$\frac{d^2P'_i}{dt^2}=G\alpha\,(\alpha n_i+\beta n_j)^2\sin(\psi+\omega)+G'\alpha'\,(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2\sin(\psi'+\omega')$$
$$+G''\alpha''\,(\alpha'' n_j+\beta'' n_i)^2\sin(\psi''+\omega''),$$
$$\frac{d^2P''_i}{dt^2}=G\alpha^2(\alpha n_i+\beta n_j)^2\cos(\psi+\omega)+G'\alpha'^2(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2\cos(\psi'+\omega')$$
$$+G''\alpha''^2(\alpha'' n_j+\beta'' n_i)^2\cos(\psi''+\omega'').$$

Le terme en cos u de $B^{(i)}$, que je considère seul, est alors

$$\frac{GG'G''}{4}\cos u\times\left\{\frac{\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2[\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]}{](\alpha'+\alpha'')n^i+(\beta'+\beta'')n_i]^2}\right.$$
$$+\frac{\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2[\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2+\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2]}{[(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j]^2}$$
$$+\frac{\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2[\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2]}{[(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j]^2}$$
$$\left.+\alpha^2(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'^2(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\alpha''^2(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2\right\}.$$

Or les conditions (38), nécessaires et suffisantes pour que ce terme soit indépendant du temps, réduisent le coefficient entre crochets à

$$[\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2](\alpha+\alpha'+\alpha''),$$

quantité nulle, à cause de $\alpha+\alpha'+\alpha''=0$; donc $B^{(i)}$, pas plus que $A^{(i)}$, ne donne des termes séculaires.

31. *Forme* $B^{(i)}$. — Un calcul analogue au précédent montrera que le terme en cos u de $B^{(i)}$ est

$$\frac{GG'G''}{4}\cos u\times\left\{\frac{\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2[\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]}{[(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j]^2}\right.$$

$$+\frac{\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2[\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]}{[(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j]^2}$$

$$+\frac{\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2[\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2]}{[(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j]^2}$$

$$\left.+\alpha\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\alpha''\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2\right\},$$

et le coefficeint entre crochets devient, par les relations (38),

$$[\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2](\alpha+\alpha'+\alpha'')=0.$$

32. *Forme $B^{(ij)}$.* — Puisque chaque terme de P doit contenir ρ_i et chaque terme de Q, ρ_j, et comme P et Q doivent être formés respectivement de termes tels que $G\alpha\cos(\psi+\omega)$ et $G\beta\cos(\psi+\omega)$, je pose

$$P=G\alpha\cos(\psi+\omega)+G'\alpha'\cos(\psi'+\omega')+G''\alpha''\cos(\psi''+\omega''),$$

$$Q=G\beta\cos(\psi+\omega)+G'\beta'\cos(\psi'+\omega')+G''\beta''\cos(\psi''+\omega''),$$

où

$$\psi=\alpha l_i+\beta l_j,\quad \psi'=\alpha' l_i+\beta' l_j,\quad \psi''=\alpha'' l_i+\beta'' l_j.$$

La démonstration qui va suivre pourra s'étendre anssi aux termes de P et Q qui dépendent des longitudes moyennes des autres planètes.

On a

$$\frac{d^2P'_i}{dt^2}=\frac{d^2Q'_i}{dt^2}=G\alpha\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2\sin(\psi+\omega)+G'\alpha'\beta(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2$$

$$\sin(\psi'+\omega')+G''\alpha''\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2\sin(\psi''+\omega''),$$

$$\frac{d^2P'_i}{dt^2}=G\alpha^2(\alpha n_i+\beta n)^2\sin(\psi+\omega)+G'\alpha'^2(\alpha' n_i+\beta' n)^2$$

$$\sin(\psi'+\omega')+G''\alpha''^2(\alpha'' n_i+\beta'' n)^2\sin(\psi''+\omega''),$$

$$\frac{d^2Q''_i}{dt^2}=G\alpha^2\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2\cos(\psi+\omega)+G'\alpha'^2\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2$$

$$\cos(\psi'+\omega')+G''\alpha''^2\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2\cos(\psi''+\omega'').$$

Si l'on forme l'expression (*d*), on verra que le terme de $B^{(ij)}$, qui contient cos u, est

$$\frac{GG'G''}{4}\cos u \times \left\{ \frac{\beta'\beta''\alpha^2}{[(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j]^2}(\alpha n_i+\beta n_j)^2[\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2] \right.$$

$$+\frac{\beta\beta''\alpha'^2}{[(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j]^2}(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2[\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]$$

$$+\frac{\beta\beta'\alpha''^2}{[(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n]^2}(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2[\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2]$$

$$+\frac{\alpha'\alpha''\alpha\beta}{[(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j]^2}(\alpha n_i+\beta n_j)^2[\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2+\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]$$

$$+\frac{\alpha\alpha''\alpha'\beta'}{[(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j]^2}(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2]\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2]$$

$$+\frac{\alpha\alpha'\alpha''\beta''}{[(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j]^2}(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2[\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2+(\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2]$$

$$+\alpha^2\beta(\alpha n_i+\beta n_j)^2(\alpha'\beta''+\alpha''\beta')+\alpha'^2\beta'(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2$$

$$\left.(\alpha\beta''+\alpha''\beta)+\alpha''^2\beta''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2(\alpha\beta'+\alpha'\beta)\right\}.$$

Les conditions (38) réduisent le coefficient de $-\frac{GG'G''}{4}\cos u\,\dot{a}$

$$[\alpha\beta(\alpha'\beta''+\alpha''\beta')(\alpha n_i+\beta n_j)^2+\alpha'\beta'(\alpha''\beta+\alpha\beta'')(\alpha' n_i+\beta' n_j)^2$$
$$+\alpha''\beta''(\alpha'\beta+\alpha\beta')(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)^2](\alpha+\alpha'+\alpha'')=0,$$

et, par conséquent, $B^{(ij)}$ ne renfermera pas de terme indépendant du temps.

33. *Forme* $B^{(ik)}$. — Soient

$$\psi=\alpha l_i+\beta l_j,\quad \psi'=\alpha' l_i+\gamma l'_k,\quad \psi''=\beta'' l_j+\gamma'' l_k.$$

D'après ce qui a été dit au n° 28, à chaque terme tel que $G''\beta''\cos(\psi''+\omega'')$ de P correspond un terme $G''\gamma''\cos(\psi''+\omega'')$ de Q ; de plus, tous les termes de P dépendent de ρ_j et tous ceux

de Q de ρ_k. Pour notre démonstration, il suffit de considérer les termes suivants :

$$P = G\beta \cos(\psi + \omega) + G''\beta'' \cos(\psi'' + \omega''),$$
$$Q = G\gamma' \cos(\psi' + \omega') + G''\gamma'' \cos(\psi'' + \omega''),$$

d'où l'on tire

$$\frac{d^2 P'_i}{dt^2} = G\alpha\beta\,(\alpha n_i + \beta n_j)^2 \sin(\psi + \omega),$$
$$\frac{d^2 Q_i}{dt^2} = G'\alpha'\gamma'\,(\alpha' n_i + \gamma' n_k)^2 \sin(\psi' + \omega').$$
$$\frac{d^2 P'_k}{dt^2} = \frac{d^2 Q'_j}{dt^2} = G''\beta''\gamma''(\beta'' n_j + \gamma'' n_k)^2 \sin(\psi'' + \omega'')$$

On a aussi

$$P''_{ik} = 0,$$

car chaque terme de P ne dépend en même temps que des moyens mouvements de deux planètes, dont l'une est toujours m_j. D'après cela, l'expression de $B^{(ik)}$ sera formée de termes tels que

$$+ \frac{GG'G''}{4}\beta\beta''\gamma'\gamma''(\beta'' n_j + \gamma'' n_k)^2 \left\{ \frac{\alpha\,(\alpha n_i + \beta n_j)^2}{[\alpha' n_i + \beta'' n_j + (\gamma' + \gamma'') n_k]^2} + \frac{\alpha'\,(\alpha' n_i + \gamma' n_k)^2}{[\alpha n_i + (\beta + \beta'') n_j + \gamma'' n_k]^2} \right\} \cos u ;$$

et, pour que le temps disparaisse, il faut avoir

$$(\alpha + \alpha') n_i + (\beta + \beta'') n_j + (\gamma' + \gamma'') n_k = 0.$$

Or, dans la nature, les moyens mouvements des planètes ne remplissent jamais cette condition, si ce n'est lorsqu'on a simultanément

$$\alpha + \alpha' = 0, \quad \beta + \beta'' = 0, \quad \gamma' + \gamma'' = 0 ;$$

mais, dans ce cas, le coefficient de $\frac{GG'G''}{4} \cos u$ devient

$$\beta\beta''\gamma'\gamma''(\beta'' n_j + \gamma'' n_k)^2 (\alpha + \alpha'),$$

et il est nul.

34. *Forme* $(da_i, da'_i)^{(i)}$. — Soient encore

$$\psi = \alpha l_i + \beta l_j, \quad \psi' = \alpha' l_i + \beta' l_j, \quad \psi'' = \alpha'' l_i + \beta'' l_j,$$

et prenons dans chacune des fonctions P, Q, R un terme dépendant des moyens mouvements des deux mêmes planètes

$$P=G\cos(\psi+\omega),\quad Q=G'\cos(\psi'+\omega'),\quad R=G''\cos(\psi''+\omega'');$$

d'où

$$\frac{d^2P'_i}{dt^2}=G\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2\sin(\psi+\omega),\quad Q'_i=-G'\alpha'\sin(\psi'+\omega'),$$

$$\frac{dR'_i}{dt}=G''\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)\cos(\psi''+\omega''),$$

Le terme en $\sin u$ de $(da_i,\ da'_i)^{(i)}$ est

$$-\frac{GG'G''}{4}\sin u\times\left\{\frac{\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)^2}{[(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j]^2}-\frac{\alpha''(\alpha'' n_i+\beta'' n_j)}{(\alpha+\alpha')n_i+(\beta+\beta')n_j}+\alpha'\right\},$$

et, quand il est indépendant du temps, il se réduit à

$$-\frac{GG'G''}{4}\sin(\omega+\omega'+\omega'')\times(\alpha+\alpha'+\alpha'')=0.$$

Il est facile de voir que $(da'_i,\ da'_j)^{(i)}$ renferme aussi des termes de la forme $At\cos(\psi+\omega)+Rt^2\cos(\psi+\omega)$.

35. *Forme* $(da_i da'_i,\ da_i,\ da'_i)$. — Je prends encore

$$P=G\cos(\psi+\omega),\quad Q=G'\cos(\psi'+\omega'),\quad R=G''\cos(\psi''+\omega''),$$

ce qui donne

$$\frac{dP'_i}{dt}=-G\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)\cos(\psi+\omega),\quad \frac{dQ'_i}{dt}=-G'\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)\cos(\psi'+\omega'),$$

$$R'_i=-G''\alpha''\sin(\psi''+\omega'').$$

L'expression (g) sera formée de termes tels que

$$\frac{GG'G''}{4}\sin u\times\left[\frac{\alpha(\alpha n_i+\beta n_j)}{(\alpha'+\alpha'')n_i+(\beta'+\beta'')n_j}+\frac{\alpha'(\alpha' n_i+\beta' n_j)}{(\alpha+\alpha'')n_i+(\beta+\beta'')n_j}-\alpha''\right]$$

qui, lorsqu'on leur applique les conditions (38), prennent la forme

$$-\frac{GG'G''}{4}(\alpha+\alpha'+\alpha'')\sin(\omega+\omega'+\omega'');$$

or cette quantité est nulle.

En dehors des termes simplement périodiques, on trouve aussi, dans $(da_i da'_i,\ da_i da'_i)$, des termes de la forme $At\cos(\psi+\omega)$.

36. Il est facile de s'assurer que les démonstrations exposées dans les n^os 29, 30, . . . , 35 sont tout à fait générales ; par conséquent, $M_i \delta V_i'$ ne contient pas des termes constants du troisième ordre par rapport aux masses. Il résulte de là que le terme séculaire (20) ne peut pas se réduire avec d'autres, et ,par suite, le demi-grand axe est soumis à des inégalités séculaires du troisième ordre.

Il est inutile de pousser plus loin l'approximation pour voir ce qui arrive à l'égard des termes du quatrième, du cinquième, . . . ordre. En effet, l'existence de termes de la forme A, $Bt \cos(\psi+\omega)$, $Ct^2 \cos(\psi+\omega)$ parmi ceux du deuxième et du troisième ordre permet d'admettre d'une manière presque certaine que, parmi les termes d'un ordre supérieur au troisième, on en doit trouver de séculaires. L'invariabilité des grands axes n'existe donc que pour la première et la seconde puissance des masses.

2.

Despre măsura capacității buților

Memoriu

1878

(Inedit)

NOTIȚĂ ISTORICĂ

Măsurarea capacității buților de vin și alte băuturi a fost o chestiune de mare importanță pentru comerțul acestor produse. După indicațiunile ce ni s'au dat de d. C. Stătescu,[20] directorul general al serviciului de măsuri și greutăți, putem preciza cele ce urmează, pentru a înțelege rostul lucrării lui Spiru Haret ce se publică aici.

Măsurarea capacității unui vas a purtat și poartă în popor numele de *cotitul* buților. Desigur că, în veacurile trecute, cu ocazia transacțiunilor ce se făceau, au fost și unelte de măsurat și regule după cari se făcea măsurătoarea. O culegere de asemenea regule am aflat în bibl. Academiei Române *„Învățătură pentru măsura codului"* tip. 1824, fiind *a treia* ediție. S'au găsit niște vergele lungi de 2 metri cari erau marcate cu marca Moldovei și purtau data 1853.

In 1864 s'a decretat legea pentru introducerea sistemului metric, acordându-se o perioadă de transițiune până la 1 Ianuarie 1866; dar această perioadă s'a tot prelungit până la sfârșitul anului 1884.

Firește, în acest timp, oamenii au căutat să se deprindă cu noile unități, dar trebuia să cunoască și pe cele vechi, pentrucă — mai ales în procese sau în facerea actelor judecătorești — era nevoie să se facă comparațiuni. De aceea și în școale se învățau ambele feluri de măsurători: cel vechiu și cel nou. Eu am apucat în clasele primare acest învățământ. Vechile măsuri se numeau *numere complexe* și cereau o mare sforțare de memorie, iar problemele ce ni se dădeau aveau de obiect mai ales *transformarea* măsurilor vechi în noi și vice-versa.

Desrădăcinarea vechilor măsuri s'a făcut cu mare greutate; putem zice că nici nu s'a terminat definitiv. E de observat că acest lucru s'a petrecut chiar în Franța, țara de origine a sistemului metric. Mi-aduc aminte că în anii 1905 și urm., când mă găseam în Paris, am fost nevoit să mă deprind cu vechea unitate de măsură franceză numită *la livre* = ½ kilogram, căci în toate prăvăliile toate socotelile se făceau după vechia *livre*. Imi vine să râd și acum de pățania din primele zile ale așezării mele, când, văzând prețurile pe cartoanele înfipte în mărfuri am crezut că sunt calculate pe kilograme și am rămas uimit când am constatat la cântăreală că nu cumpărasem decât jumătate din ce socoteam eu.

De observat este că măsura pe care o numeau *livre* în 1900 nu era chiar aceea dinaintea sistemului metric, care cântărea 489 grame, ci se făcuse printr'o anume convențiune 500 grame. Cu alte cuvinte: era tot măsură metrică, dar cu *numele* cel vechiu.

La noi s'a petrecut un fapt și mai curios. In vechiul sistem de măsuri, pentru greutăți și pentru lichide aveam *ocaua*, împărțită în 4 litre (o oca de vin și o oca de brânză). După porunca stăpânirii a dispărut *ocaua*, dar *litra* veche s'a întâlnit cu *litrul* nou și s'a produs o confuziune de numiri. Cei bătrâni și mulți locuitori din sate au uitat *ocaua*, au adoptat *kilogramul* (numit *kil*), dar l-au întrebuințat ca *ocaua* și la greutate și la lichide (un kil de brânză

şi un kil de vin). Ba, fiindcă în vechiul sistem exista *chila* (p. cereale), am auzit zicându-se : *o chilă* de vin.

Observ că, poate nu pretutindeni, dar în multe locuri, se socoteşte şi azi producţia cerealelor nu în *hectolitri*, ci în *chile* la *pogon*. Adică şi pentru măsurarea suprafeţelor vechile numiri nu au murit cu desăvârşire. Pogonul este jumătate de hectar, de şi această potrivire este nouă convenţională, căci *pogonul* vechiu u'avea peste tot valoarea de 5000 m. p.

Pentru măsurătoarea vaselor s'a decretat în 1871 (21 Februar) cotul numit *noul cot Fălcoianu*. Cred că autorul este generalul de mai târziu Ştefan Fălcoianu. Dar acesta era alcătuit după vechile măsuri, căci aşa văd în broşura din 1873 : „Instrucţiune pentru măsurătuarea capacităţii cu noul cot Fălcoianu", unde se vorbeşte de *ocale* şi *dramuri*. De ce s'a numit *nou*? D. C. Stătescu socoteşte că ţinea socoteală şi de sistemul metric, „cotul având pe lângă „diviziunile corespunzătoare vedrelor, ocalelor şi diviziunile pentru litri".

In 1879 s'a publicat un fel de concurs pentru un alt sistem de cotit, la care s'au prezentat : inginerul Pisone, Sp. Haret, Caralea şi colonelul Fălcoianu.[21] Haret era atunci profesor la facultatea de ştiinţe.

Atunci vedem că-s'a trimes lui Haret următoarea adresă din partea Ministerului lucrărilor publice, Inspecţiunea serviciului de control al căilor ferate. Nr. 5100 (23 Dec. 1878, 4 Ianuar 1879).

Domnule,

Comisiunea instituită de Ministerul Lucrărilor Publice pentru a examina şi a se pronunţa asupra diferitelor systeme propuse pentru cotitul vasselor, se va întruni, spre a începe studiul său, Miercuri 27 Decembrie la ora 2 p. m. în localul Inspecţiunei Generale de Control.

Pentru a se putea pronunţa în deplină cunoştinţă de cauză, Comisiunea doreşte ca fiecare autor al unui atare system să asisto asemenea la desbaterile sale, pentru ca astfel fiecare să-şi desvolte în faţa membrilor chiar bazele ce au servit la calculul cotului şi tablelor sale, precum şi, la trebuinţă, a face experienţe ad-hoc.

In consecinţă am onoare a vă ruga, Domnul meu, să bine-voiţi a vă prezinta şi D-voastră ca unul ce aveţi un atare sistem de propus, la întrunirea ce va avea loc la 27 Decembrie a. c.

Primiţi vă rog, Domnule, asigurarea osebitei mele consideraţiuni.

Inspector General,
(ss) *C. Olănescu*

Comisiunea era compusă din : inginerii *C. Olănescu*,[22] fost mai târziu ministru, *Aninoşanu* şi *Cerchez*.

In faţa acestei comisiuni a prezentat Haret memoriul său.

E curios că nu s'a ales nici una din metodele prezentate, ci printr'o lege din acelaşi an 1879 Ministerul de Finanţe a stabilit că pentru perceperea taxelor asupra spirtoaselor să se întrebuinţeze sistemul metric aplicându-se cotul din Franţa, numit *Jauge*.

Haret n'a publicat atunci memoriul său, o lucrare, după spusa specialiştilor, de o reală valoare, ci l-a păstrat în manuscris. După acest manuscris l-am reprodus în paginele următoare.

Gh. Adamescu

DESPRE MĂSURA CAPACITĂȚII BUȚILOR.

MEMORIU.

1878

1. Îmi propun în acest Memoriu a studia chestiunea măsurării capacității buților, a examina metodele propuse în anii din urmă de D-l Lt.-Col. St. Fălcoianu și de D-l Inginer B. Pisone, și a desvolta o nonă metodă, pe care o cred mai rațională și mai practică, pentru a ajunge la acelaș scop.

Forma buților e destul de greu de asimilat cu vreo formă geometrică; doaga are forma care se apropie de arcul de elipsă, de arcul de parabolă și de donă drepte racordate prin un arc de cerc, fără a putea fi, în general, identificată cu vreuna din aceste curbe. Această împrejurare face destul de grea problema măsurării capacității lor, mai ales când e vorba a evalua golurile. Cu toate acestea, deoarece chestiunea este una din acelea care se prezintă mereu în viața de toate zilele, a fost nevoie a se găsi mijloace de a se evalua capacitatea nnui vas în modul cel mai repede posibil.

2. Un butoi este un solid de revoluție născut prin învârtirea în jurul unui ax XY a unei curbe AB, concave către axul de revoluție și simetrică în raport cu dreapta CD; volumnl e mărginit prin două plane, AA′ și BB′, perpendiculare pe axul XY și situate la egală distanță de amândouă părțile ecuatorului CD.

Curba AB este *doaga* vasului; Cercurile paralele AA′, BB′ se numesc *fundurile* lui; distanța perpendiculară, EF, între

dânsele, este *lungimea* lui; diametrul CD al secțiunii mijlocii se chiamă *vrană*.

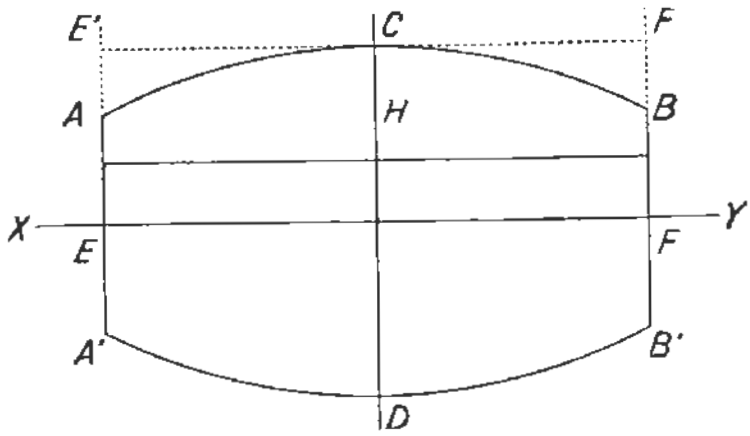


Fig. 1.

Pentru aflarea capacității întregi a vasului, se măsoară diametrele fundului, al vranei și lungimea.

Când vasul e numai în parte plin, se mai măsoară și înălțimea DH a lichidului sub vrană, sau *lancul* CH, care este diferența între vrană și înălțime.

Se presupune totdeauna, în practică, că axul XY est e orizontal, și că diametrul CD al vranei e vertical și întâlnește axul XY.

3. In practică, e peste putință ca măsura capacității vaselor să fie de o exactitate riguroasă. In adevăr, sunt o mulțime de cauze de erori, de cari e imposibil a ține seama în calcul; astfel:

a) Lungimea EF se măsoară de ordinar în unul din modurile următoare: dacă doaga nu e prea curbă, se măsoară lungimea ei, AB, și această lungime se ia drept lungimea EF a vasului. Dacă curbura e mai pronunțată, se întinde o panglică divizată deasupra butoiului paralel cu axul său, și se observă diviziunile ce sunt în dreptul fundurilor. In fine mai este un mijloc, care mai niciodată nu e utilizat în practică, și care constă întru a măsura diametrul fundului, $AA'=2b$, al vranei $CD=2a$,

și diagonala CA′=*d* cu un baston introdus pe *vrana* C; atunci, în triunghiul dreptunghiu CA′E′ avem:

$$CE' = \frac{EF}{2} = \sqrt{\overline{CA'}^2 - \overline{A'E'}^2} = \sqrt{d^2 - (a+b)^2},$$

formula care dă lungimea EF.

Niciuna din aceste metode nu dă rezultate certe: cea-dintâi înlocuește coarda EF prin arcul AB ce ea subîntinde; în cea de-a doua este nesiguranță când se citesc diviziunile ce sunt în dreptul fundului; grosimea fundurilor nu e cunoscută; în fine nu e cineva sigur că panglica este în adevăr paralelă cu axul vasului. In cea din urmă se introduc erori atât din cauza celor ce provin din măsurarea fundului și vranei, despre care vom vorbi îndată, cât și din măsura lungimii CA′, măsură care este jenată prin oblicitatea ce trebue să o dea bastonul cu care se măsoară și prin dificultatea de a găsi punctul cel mai de jos al fundului.

b) Diametrul fundului circular AA′, se măsura căutând cu o riglă divizată care este cea mai mare lungime rectilinie ce se poate cuprinde în interiorul circomferinței lui; însă această măsură comportă și ea cauze de erori, din cauza capetelor doagelor care trec în afară în jurul fundului.

Se mai întâmplă însă de multe ori că cele două funduri nu sunt de acelaș diametru; în acest caz se ia media aritmetică a acestor două funduri drept fundul vasului, ceeace în genere nu este exact.

c) Diametrul vranei CD se măsoară introducând pe vrana C un baston vertical. Dacă însă axul XY nu este perfect orizontal sau dacă verticala vranei C nu întâlnește acest ax, diametrul vranei astfel găsit nu va fi exact.

d) Înălțimea HD a lichidului se măsoară tot ca diametrul vranei și are aceleași cauze de erori.

e) In evaluarea capacității vaselor fundurile se consideră ca plane, ceeace nu este adevărat deoarece ele încearcă în vecinătatea circomferinței lor o mișcare de grosime, pentru a se introduce în *gardin*.

f) Chiar pentru vasele cele mai bine condiționate nu se poate garanta că au forma de tot regulată, adică că toate doagele sunt egale, că fundurile sunt egale și perpeudiculare pe ax,

etc.; şi de erorile de felul acesta este imposibil a ţine seamă în calcul.

g) Chiar supozând că vasul ar avea la un moment oarecare o formă regulată, el nu o poate conserva, din cauza deformărilor inevitabile ce încearcă şi care fac că forma sa nu este totdeauna identică cu sine însuşi. Aceste deformări provin din presiunea lichidului interior şi din greutatea vasului şi pentru a ţine seama de dânsele, ar trebui să avem în vedere : natura materialului din care e făcut vasul, dimensiunile lui, modul cum e aşezat, greutatea şi natura lichidelor care au umplut succesiv vasul, timpul cât au stat într'însul, etc. Este evident că acestea toate nu se pot introduce în formule.

4. Acestea sunt cauzele principale de erori în măsura capacităţii vaselor; şi din enumeraţia precedentă se vede că, fiind imposibil a se da o metodă care să fie riguros exactă în toate cazurile posibile, oamenii au fost nevoiţi a se mulţumi cu metode aproximative; toată greutatea a fost a alege aceste metode în astfel de mod fucât rezultatele date de ele să se apropie cât se poate mai mult de cele date de experienţă. Voi cita aci cele mai principale din cele adoptate până astăzi.

Să considerăm două trunchiuri de con circular drept, egale şi lipite unul de altul pe baza lor cea mare; fie AA'DC şi BB'CD secţiunile acestor truuchiuri prin un plan ce trece prin axul comun EF; să numim $2a$=CD diametrul bazei celei mari, $2b$=AA'=BB' diametrul bazei celei mici, c=EH=HF înălţimea fiecărui trunchiu, volumul solidului întreg este

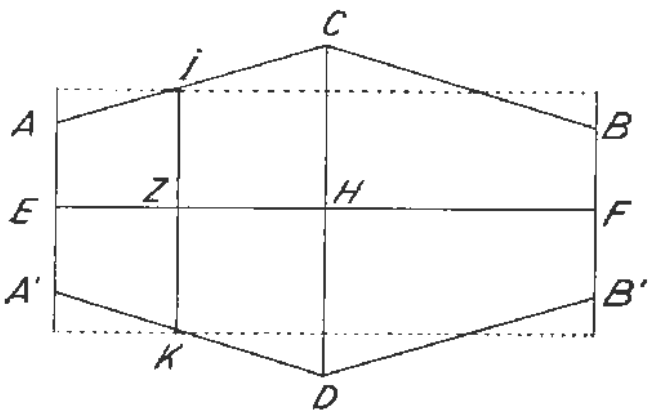


Fig. 2.

$$V = \frac{2\pi c}{3}(a^2+ab+b^2). \qquad (1)$$

Aceasta a fost formula propusă de D-l P. Poenaru,[23] și întrebuințată în România pentru măsura capacității vaselor până când D-l Lt. Colonel Fălcoianu propuse metoda sa.

Este evident însă că volumul dat de această formulă e mai mic decât volumul vasului, că se neglijază toată partea cuprinsă între doage, care sunt curba și suprafața laterală a trunchiului dublu-conic. Oughtred propuse a schimba termenul ab în a^2, și înlocui formula (1) prin

$$V = \frac{2\pi c}{3}(2a^2+b^2), \tag{2}$$

care servă și până astăzi în Anglia pentru măsura capacității vaselor. (*Sonnet* Dictionnaire des Mathématiques appliquées, article Jangeorge; *Tombeck*. Tr. de Géom. élém.).

In Franța s'a întrebuințat mai întâi formula următoare:

$$V = 2\pi c\left[b + \frac{2}{3}(a-b)\right]^2 - 2\pi c\,[b + 0{,}666(a-b)]^2, \tag{3}$$

care fusese impusă printr'un decret al guvernului revoluționar din anul al VII-lea (Puille). Acum însă se aplică *formula lui Dez*:

$$V = 2\pi c\,[b + 0{,}625(a-b)]^2. \tag{4}$$

Iată cum s'a ajuns la această formulă: dacă considerăm secțiunea IK făcută în unul din trunchiurile de con la egală depărtare de bazele sale, raza acestei secțiuni va fi

$$IZ = \frac{a+b}{2},$$

și prinurmare volumul V' al unui cilindru care ar avea drept bază secțiunea IK și drept înălțime lungimea $2c$ a vasului, ar fi

$$V' = 2\pi c\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

așa că diferența V—V' între volumul trunchiului dublu-conic și volumul acestui cilindru este

$$V-V' = \frac{2\pi c}{3}(a^2+ab+b^2) - 2\pi c\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{\pi c}{6}(a-b)^2;$$

şi prin urmare dacă diferenţa $a—b$ este mică, V va diferi foarte puţin de V', şi se va putea lua unul în locul altuia. Insă valoarea lui V' se poate transforma în modul următor:

$$V'=2\pi c\left[b+\frac{4}{8}(a-b)\right]^2$$

Dez a înlocuit coeficientul $\frac{4}{8}$ prin $\frac{5}{8}=0{,}625$, şi a luat valoarea corespunzătoare a lui V' drept expresie a volumului butoiului care are dimensiunile $2a$, $2b$, $2c$; astfel s'a găsit formula (4) (Tombeck, Sonnet).

In raportul D-lui Inginer N. Cucu[24] asupra metodei D-lui M. Pisoue, publicat în *Pressa* din 6 Noembrie 1877, precum şi un articol recent al D-lui Caralle publicat tot în *Pressa* (numărul din 17 Noembrie 1878) se zice că în Anglia se întrebuinţează formula (3), iar în Franţa pentru doage de o curbură mare formula (3); pentru doage de curbură mijlocie, formula

$$V=2\pi c\,[b+0{,}6(a—b)]^2;$$

pentru doage puţin curbe, formula

$$V=2\pi c\,[b+1{,}1(a—b)]^2;$$

Dicţionarul de Matematică aplicată al D-lui *H. Sonnet*, precum şi *tratatul de geometrie elementară de Tombeck şi cursul de arpentagiu* de *Puille* concordă pentru a afirma că în Anglia se întrebuinţează numai formula (2) a lui Oughtred, care nici nu poate a se reduce la formula (3); că formula (3) s'a întrebuinţat altădată în Franţa dar că acum e în uz formula (4) în toate cazurile. Cât pentru celelalte două formule din raportul D-lui Cucu, pe una n'o găsesc menţionată nicăeri; cea din urmă, este chiar imposibilă, căci ea se poate scrie astfel:

$$V=2\pi c\,[a+0{,}1(a—b)]^2:$$

şi volumul dat de această formulă este mai mare decât volumul $2\text{-}ca^2$ al unui cilindru având aceeaşi lungime ca şi butoiul şi drept bază secţiunea dela urmă ceeace este absurd.

In anul 1871, D-l Lt. Col. Fălcoianu propuse o metodă, care constă în aplicarea formulei lui Dez prin ajutorul unui *cot*

construit într'un mod ingenios, deși nu ajunge pe deplin scopul de a simplifica aplicarea acestei formule.

Cum că metoda D-lui Fălcoianu e bazată pe formula lui Dez, se poate vedea din examinarea cotului D-sale, căci d-sa pe cât știu n'a publicat niciun memoriu în această privință.

In fine, în 1876 D-l Ing. B. Pisone propuse o nouă metodă bazată pe formula

(5) $$V = 2\pi c[b + 0{,}656(a - b)];$$

care nu diferă de formula lui Dez decât prin coeficientul 0,656, care înlocuiește pe 0,625. Motivele pentru care d-sa a adoptat acest număr îmi sunt necunoscute.

Din inspecția formulelor (1), (2), (3), (4), (5) rezultă că ele revin a înlocui vasul de măsurat cu un cilindru circular drept având aceeași lungime ca și vasul și drept rază a bazei $\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}}$ sau $\sqrt{\frac{2a^2+b^2}{3}}$ sau $[b+0{,}666(a-b)]$, sau $[b+0{,}625(a-b)]$, sau $[b+0{,}656(a-b)]$.

5. In acest Memoriu eu întreprind a trata chestiunea, adoptând o doagă de formă geometrică care să împlinească condițiunile următoare: să treacă priu punctele A, B, C, pe cari le determină măsurile despre cari am vorbit la § 2; să fie o curbă concavă către axul vasului și simetrică în raport cu CD; să fie cuprinsă între formele extreme de doage care se realizează în practică.

Avantagiile doagei astfel alese sunt multiple; *a*) ecuațiunea doagei fiind cunoscută, deoarece ea are o formă geometrică, se poate trata chestiunea întreagă în mod analitic și studia toate circumstanțele problemei în toate cazurile posibile, ceeace nu se poate face cu formulele (2), (3), (4), (5), care țin seamă numai de volumul vasului, fără a se ocupa de forma lui.

b) Prin adoptarea unei doage curbe, care să treacă prin punctele A, B, C, se ține seamă de curbura doagei într'un mod mult mai rațional și mai conform cu realitatea cazurilor decât prin metodele descrise la § 4. In fine metoda ce propun eu, permite a rezolva în mod analitic problema măsurării golurilor în toate cazurile posibile; metodele până aici propuse, sunt departe de a împlini această condițiune.

In adevăr, metoda ce dă D-l Fălcoianu pentru măsurarea golurilor când axul este orizontal, este bazată pe cât se pare, pe oarecari considerații de similitudine, pe cari nimic nu le justifică. Zic *pe cât se pare*, pentrucă D-l Fălcoianu nu expune considerațiunile teoretice prin care a ajuns la metoda ce propune, și de aceea nu se poate ști cu siguranță care este în realitate principiul ei.

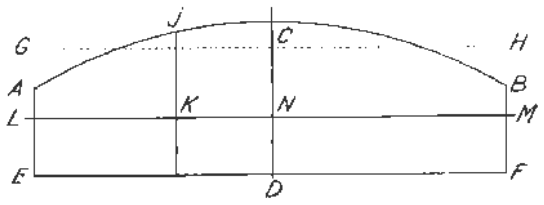


Fig. 3

D-l Pisone, pentru a măsura golul, propune a-l considera iarăși ca un cilindru de o lungime egală cu a golului și de un fund IK egal cu secțiunea făcută în gol la distanța KN=0,344c socotită dela vrană.

Această metodă introduce erori relativ mai simțitoare decât când e aplicată la măsura capacității pline a vasului. Pentru a ne convinge de aceasta, să considerăm un gol ABC, cuprins din sus de gardin.

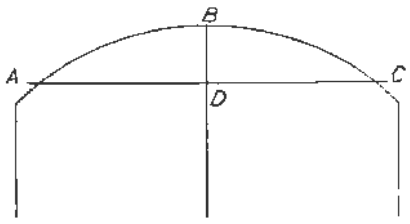


Fig. 4.

Cu cât țancul BD, al acestui gol e mai mic, cu atât fundul mijlociu se apropie mai mult de mijlocul distanței AD, pentrucă pe o mică întindere de ambele părți ale vranei, vasul se confundă aproape cu un trunchiu dublu-conic. Dacă țancul crește, fundul mijlociu se află între mijlocul lui AD și între vrană și se apropie de vrană cu cât crește țancul. Așa dar, chiar admițând valoarea 0,656 a coeficientului D-lui Pisone pentru vasele pline, când e vorba de goluri, poziția fundului mijlociu ar varia între poziții extreme corespunzătoare la distanțele 0,344c și 0,500c socotite dela vrană; prin urmare, D-sa fixând poziția fundului mijlociu la distanța 0,344 c, comite o eroare care se poate ridica pânăla 0,156c în poziția acestui fund. Afară de aceasta, metoda D-lui Pisone reclamă cunoștința lungimii golului, care nu se poate măsura dacă golul este deasupra gardinului.

Din contra, dacă forma geometrică a doagei e cunoscută, e totdeauna posibil a evalua în mod analitic nu numai volumul

întreg al vasului, dar și volumul cuprins între pereții vasului și un plan oarecare dus în interiorul lui, adică golul vasului în orice poziție ar ocupa el. Aceasta este numai o afacere de calcul integral.

6. Rămâne a alege forma geometrică de doagă care să împlinească condițiile impuse în § 5.

Am spus că pentru determinarea capacității vasului se măsoară *dimensiile* următoare: lungimea vasului, DE=2*c* diametrul fundurilor AA′=BB′=2*b*; diametrul vranei, CC′=2*a*. Se știe însă că vasele bine construite sunt simetrice în raport cu planul median, adică cu planul perpendicular pe ax care trece prin vrană. Așa dar luând ca axe coordonate axul vranei și perpendiculara pe acest ax care trece prin vrană, lungimile măsurate sunt coordonate cari determină punctele A, B, C. E însă de observat că, dreapta OY fiind un ax de simetrie al doagei, punctul C este un vârf al ei. Așa dar curba căutată trebue să treacă prin A și B și să aibă pe C drept vârf, ceeace, după cum se știe din geometria analitică, echivalează cu patru condițiuni.

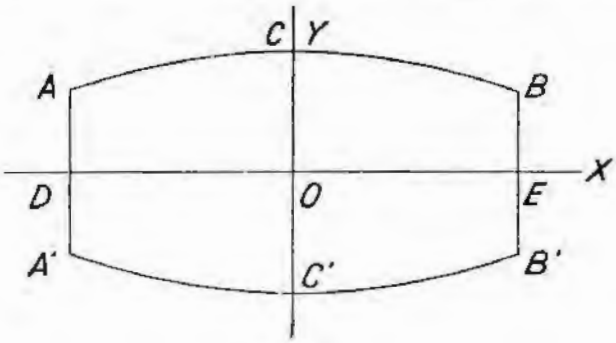


Fig. 5.

Dacă ne impunem restricția de a nu alege doaga decât printre curbele de gradul I sau II, — restricție care e justificată prin cunoștința necomplectă a proprietăților curbelor de un grad superior și prin complicarea extremă a calculelor la care ar da naștere alegerea unei astfel de curbe, — singurele feluri de curbe cari pot fi cu totul determinate prin cele patru condiții determinate prin măsurători, sunt: cercul, parabola, hiperbola echilateră și linia poligonală ACB.

Nu vom putea lua doaga eliptică, nici hiperbolică, nici cea formată din două drepte racordate printr'un arc de cerc pentrucă ecuația unei elipse sau a unei hiperbole depinde de cinci parametre, dintre care numai patru ar putea fi determinate prin

condițiile sus citate; cel de al cincilea ar rămâne nedeterminat. Tot asemenea ar rămâne un parametru nedeterminat, când am admite doaga formată din două drepte racordate prin un arc de cerc.

Din contră, un cerc, o hiperbolă echilateră, o parabolă san două drepte, sunt perfect determinate prin condițiile de a trece prin A, B, C și de a fi simetrice în raport cu dreapta O Y.

Dintre aceastea însă trebuie să lăsăm la o parte cele două drepte, care ar da naștere la un vas format din două trunchiuri de con egale lipite la bază; vasele natnrale sunt totdeauna mai mari decât vasele dublu-conice înscrise într'însele.

Hiperbola echilateră nu corespunde la chestiune, pentrucă asimptotele sale sunt rectangulare, și simpla inspecțiune ne arată că niciodată doaga unni vas natnral nu are o curbură atât de mare încât să tindă a deveni tangentă la două drepte așa de tare înclinate nna pe alta.

Cercul încă trebuie lăsat la o parte. In adevăr, simpla inspecție arată că doagele vaselor naturale uu au niciodată o curbură egală în toate părțile lor: ea descrește către extre mități. Pe lângă aceasta, se știe din calculul variațiunilor că dintre toate curbele de aceeași lungime cuprinse între două puncte date, cercul este cel care prin învârtirea în jurul unui ax naște volumul a cărei secțiune meridiană este cea mai mare; așa că, chiar dacă la un moment dat doaga ar fi circulară, toate cauzele de deformațiune cum presiunea lichidului, defectul de soliditate, etc., ar avea de efect a micșora această secțiune, și a altera prin urmare forma circulară a doagei. In fine, cum arată § 17 sunt și alte motive care m'au făcct să nu adopt doaga circulară.

Așa dar, nu rămâne a adopta decât doaga parabolică, și aceasta și este ipoteza ce voiu admite în tot restul acestui memoriu.

Volumul vasului găsit în această ipoteză va fi totdeauna cuprins între cel corespunzător la doaga circnlară și cel născut de doaga poligonală; ba încă voi demonstra (§ 15) că el este totdeauna cuprins între cele date de formula lui Oughtred și a lui Dez.[25]

Vom vedea încă că hipoteza doagei parabolice reproduce mult mai bine decât formulele D-lor Dez și Pisone, toate circumstanțele chestiunii.

7. Volumul vaselor pline sau goale se poate măsura în două feluri, având amândouă de scop a conta calculele: sau prin întrebuințarea unui cot (jauge), sau prin table. D-l Fălcoianu a adoptat primul mijloc, D-l Pisone pe cel de-al doilea.

In această privință se poate zice că cotul ar avea un mare avantajiu asupra oricărei alte metode dacă ar da volumul prin o singură lectură, și fără niciun calcul. Insă cotul D-lui Fălcoianu nu împlinește această condițiune; el nu dispensează de calcule destul de complicate pentru oamenii cari de cele mai multe ori au a se servi cu dânsul, și cari sunt în mare parte, fără nicio instrucțiune.

De aceea chiar până astăzi nu sunt mulți funcționari ai accizelor cari să-l întrebuințeze cu îndemânare ceeace dă totdeauna loc la reclamațiuni nesfârșite. Trebue să adaog că instrumentul mai are inconvenientul de a fi de un preț relativ mare.

In fine erorile de lectură pe cot sunt mai mari decât cele făcute în măsurătorile obicinuite, ceea ce mărește încă erorile comise prin adoptarea formulei aproximative a lui Dez.

Aceste inconveniente dispar când se face uz de table: în formarea tablelor cineva poate calcula numerele cu toată rigoarea cerută, și e mijloc de a forma tablele în astfel de chip, încât să suprime calculul cu totul, fără să fie prea voluminoase și costisitoare. Tablele d-lui Pisone nu prea sunt în aceste condițiuni: nici D-sa nu a reușit a înlătura calculul de tot; și pe urmă tablele D-sale nu sunt complete, deoarece lungimile vasului nu sunt introduse decât din 10 în 10 centimetri, și pentru lungimile intermediare cer a se face interpolațiuni. Mai în urmă, D-l Pisone a fabricat și un instrument pentru aflarea fundului mijlociu, ceea ce face că metoda D-sale nu mai evită astăzi inconvenientele ce se imputau metodei D-lui Fălcoianu.

8. Eu am adoptat metoda Tablelor. Volumul fiind o funcțiune omogenă și de gradul al treilea de dimensiuinile a, b, c, h ale vasului, el se va exprima prin o formulă

$$V_1 = c^3 . f_1\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}\right),$$

pentru vasele pline, și

$$V_2 = c^3 f_2\left(\frac{a}{c}, \frac{b}{c}, \frac{h}{c}\right)$$

pentru goluri. Calculul ce desvolt în acest Memoriu arată însă că, în cazul doagei parabolice, expresia acestor volume este de forma

$$V_1 = cf_1(a, b),\quad V_2 = cf_2\ (a, b, h).$$

f_1 şi f_2 fiind nişte funcţiuni omogene de gradul al doilea în a b, h. Această circumstanţă permite a se aduce o enormă simplificare în construcţia tablelor.

Tablele construite de mine, deocamdată numai pentru calculul volumului vaselor pline, introduc dimensiunile vasului din jumătate în jumătate de centimetru şi suprimă orice calcul, afară de o adunare de două numere întregi de câte şase cifre. Chiar această adunare ar fi putut fi înlăturată în teorie; însă atunci tablele ar fi avut o întindere prea considerabilă, ceeace le-ar fi mărit preţul fără niciun folos, deoarece toată lumea ştie să facă o adunare de doi întregi.

PARTEA INTAIA.

VASELE PLINE.

9. Calculul volumului vaselor pline. Fie ACB doaga parabolică, OX axul vasului; OY axa parabolei perpendiculară pe OX; parabola ACB prin învârtirea sa în jurul axului OX naşte suprafaţa buţii. Fie $CC' = 2a$, diametrul vranei, $AA' = 2b$, diametrul fundului, $DE = 2c$ lungimea vasului.

Ecuaţia parabolei ACB, raportată la axele OX şi OY, este

$$x^2 = 2p(-y + a). \tag{6}$$

Expresia volumului cuprins între snprafaţa de revoluţie considerată şi planele AA' şi BB' este

$$V = \pi \int_{-c}^{+c} y^2 dx,$$

şi înlocuind pe y cu valoarea sa scoasă din (6),

$$V = \pi \int_{-c}^{+c} \left(\frac{x^2}{2p} - a\right)^2 dx = \pi \int_{-c}^{+c} \left(\frac{x^4}{4p^2} - \frac{ax^2}{p} + a^2\right) dx$$

Această integrală este foarte lesne de efectuat; avem:

$$(7)\quad V=\pi\left(\frac{2c^5}{20p^2}-\frac{2ac^3}{3p}+2a^2c\right)=2\pi c\left(\frac{c^4}{20p^2}-\frac{ac^2}{3p}+a^2\right).$$

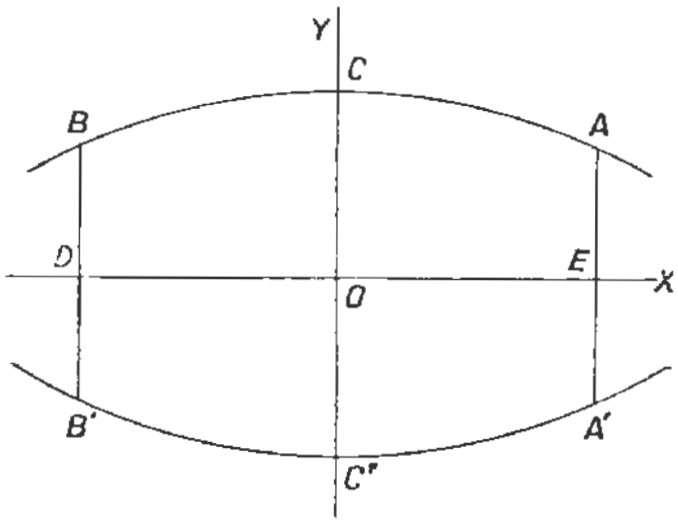


Fig. 6.

Parametrul p al parabolei se poate determina în funcție de dimensiunile a, b, c ale vasului. Pentru aceasta să exprimăm că parabola (6) trece prin punctul A, ale cărui coordonate sunt c, b; vom avea atunci:

$$c^2=p(a-b),$$

de unde

$$(8)\qquad p=\frac{c^2}{2(a-b)}.$$

Substituind această valoare în (7) și făcând toate reducerile obținem:

$$(9)\qquad V=\frac{2\pi c}{15}(8a^2+4ab+3b^2),$$

formulă care dă volumul întreg al vasului în funcție de dimensiunile lui măsurate.

Dacă $a=b$, avem: $V=2\pi ca^2$ care este în adevăr expresia volumului cilindrului circular de înălțimea $2c$ și a cărui bază are raza a.

10. *Examinarea formulelor* (3), (4) și (5).

Aceaste formule pot fi toate cuprinse în una singură :

$$V=2\pi c[b+K(a-b)]^2, \tag{10}$$

în care K este un coeficient constant însă având valori diferite în acele trei formule.

Acest coeficient trebue să fie mai mic decât 1 ; în adevăr formula (10) se poate scrie astfel :

$$V=2\pi c[a+(K-1)(a-b)]^2,$$

și dacă $K>1$, avem $V>2\pi ca^2$; adică volumul vesului ar fi mai mare decât volumul cilindrului circumscris, ceea ce este absurd.

Egalând valorile (9) și (10), avem :

$$8a^2+4ab+3b^2=15[b+K(a-b)]^2 ;$$

Divizând cu a^2 și punând $\frac{b}{a}=i$ avem :

$$15[i+K(1-i)]^2=8+4i+3i^2. \tag{11}$$

Această ecuație arată că coeficientul K este funcție de i, adică de raportul diametrului fundului către diametrul vranei.

Prin urmare pentru ca formula (10) să convină la toate cazurile, ar trebui ca dintr'însa să dăm lui K câte o valoare particulară la fiecare valoare a lui i.

Tot din ecuația (11) rezultă consecința însemnată că K depinde numai de i, iar nu de valorile absolute ale lui b și a, cum nici de valoarea lui c.

Ordonând ecuațiunea (11) după puterile lui i, ea ia forma

$$(15K^2-30K+12)i^2+2(-15K^2+15K-2)i+ \\ +(15K^2-8)=0. \tag{12}$$

Această ecuație este satisfăcută prin valoarea $i=1$ sau $b=a$, oricare ar fi valoarea lui K ; în cazul acesta vasul este cilindric. Prin urmare, formula aproximativă (10) este riguros exactă în cazul unui cilindru, ceea ce era evident, căci atunci (10) se reduce la

$$V=2\pi cb^2,$$

formulă cunoscută.

Soluțiile ecuației (12) sunt

$$(13) \qquad i=1,\ i=\frac{15K^2-8}{15K^2-30K+12}.$$

11. Formula (10) înlocuește vasul dat prin un vas cilindric de aceeași lungime; baza acestui cilindru este secțiunea făcută la distanța dela fund $EH=Kc$ în trunchiul dublu-conic înscris în vasul dat.

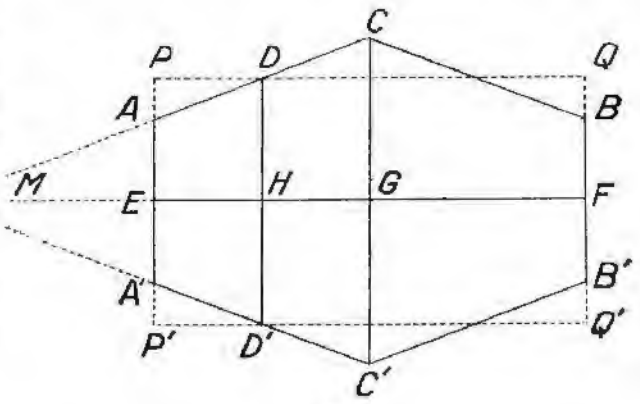


Fig. 7.

In adevăr, fie: $EM=h$, $GM=H$, $HM=h'$; avem

$$\frac{DH}{h'}=\frac{a}{H}=\frac{b}{h},$$

de unde

$$\frac{DH-b}{EH}=\frac{a-b}{c},$$

sau

$$DH=b+\frac{EH}{c}(a-b),$$

și dacă $EH=Kc$,

$$DH=b+K(a-b);$$

volumul cilindrului $PP'Q'Q$ este

$$2\pi c[b+K(a-b)]^2.$$

Este evident că dacă curbura vasului, adică diferența $a-b$ între bazele trunchiului dublu-conic crește, poziționea secțiunii DD' care servă de bază cilindriului $PP'Q'Q$ echivalent cu vasul dat, se va schimba, apropiindu-se de vrana CC'. Insă coeficientul K, care determină această poziție, e constant în formula (10); de unde urmează că valoarea lui V dat de această formulă nu convine decât pentru o singură valoare a curburei și pentru toate celelalte este numai aproximativă. Astfel fiind,

era necesar ca să se aleagă valoarea lui K în astfel de mod, încât să fie o medie între valorile ce ia el pentru diferențele curburii posibile ; formula (10) ar fi dat atunci rezultatele cele mai aproape de adevăr.

Formele vaselor întrebuințate variază între două forme extreme : cea cilindrică, când $a=b$, când adică $i=1$, și cea în care diametrul vranei e îndoit de al fundului, adică $i=\frac{1}{2}$; ar fi trebuit dar ca în formula (10) să se dea lui K o valoare care să corespundă la media valorilor extreme ale lui i, adică la

$$i = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}.$$

Vasul parabolic așa cum l'am definit la §5 are totdeauna aceeași figură ca și vasul natural de aceleași dimensiuni. Să ne imaginăm însă că vasul dat îl înlocuim mai întâiu cu vasul cilindric al D-lor Dez sau Pisone și apoi pe acest din urmă cu un vas parabolic de acelaș volum. Dacă vasul cilindric exprimă în adevăr toate condițiile vasului dat, va trebui ca vasul parabolic la acare vom ajunge în fine să fie identic sau aproape identic cu vasul parabolic prin care am înlocuit deadreptul vasul dat.

Insă din cele precedente rezultă că vasul cilindric al D-lor Dez și Pisone nu se poate înloeui decât când acesta este ciliudric sau de o formă cu totul ncobișnuită cu un vas parabolic de aceleași dimensiuni și de acelaș volum cu vasul dat.

De aci rezultă că formula D-lor Dez și Pisone este defectuoasă, și aceasta provine din cauza valorii ce dau D-lor coeficientului K.

Formulele (13) dau însă :

pentru $K=\frac{2}{3}$, $i=1$;

pentru $K=0{,}625$, $i=1$ sau $i=2{,}4035$;
pentru $K=0{,}656$, $i=1$ sau $i=1{,}2612$.

Așa dar în formula (3) valoarea lui K corespunde tocmai la una din valorile extreme ale lui i, în loc de a corespunde la valoarea lui mijlocie ; vasul dat trebuie să fie cilindric pentruca

să se poată găsi un caz parabolic de aceleași dimensiuni care să fie echivalent cu dânsul. Cu cât i descreşte apropiindu-se de ½, diferența între volumul vasului dat de formula (3) şi al vasului parabolic de aceleași dimensiuni merge crescând.

După formulele Dez şi Pisone afară de valoarea $i=1$, K corespunde încă la o valoare imposibilă a lui i, căci niciodată în practică fundul nu e mai mare decât vrana; i totdeauna e mai mic decât 1. Insă rezultatele precedente arată că vasul dat trebue să aibă fundul de 2,4035 ori mai mare decât vrana pentrucă să se poată găsi un vas parabolic de aceleași dimensiuni, al cărui volum să fie egal cu volumul vasului dat calcula după formula lui Dez. Dacă se aplică formula D-lui Pisone, fundul trebue să fie de 1,2612 ori mai mare decât vrana.

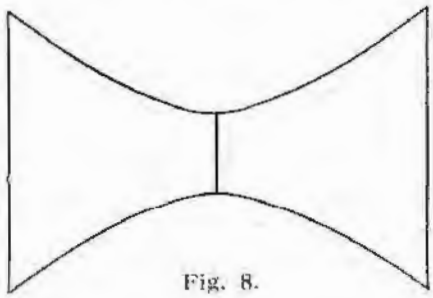


Fig. 8.

Din această observație decurge o consecință însemnată.

12. Dacă în ecuațiunea (12) considerăm pe i ca abscisă şi pe K ca ordonata unui punct mobil, acea ecuație reprezintă şi o curbă de gradul III şi o dreaptă GD paralelă cu OY şi a cărei ecuație este $i=1$.

Să construim partea din această curbă care ne interesează pentru studiul ecuației ce ne ocupă, adică pe cea cuprinsă în unghiul XOY.

Curba taie axa OY în punctul A a cărui ordonanță este $K=\sqrt{\frac{8}{15}}=0,7303$ ea are două asimptote paralele cu OX, ale căror ordonante sunt date prin ecuațiunea

$$15\,K^2-30\,K+12=0,$$

de unde

$$K=1\pm\sqrt{\frac{1}{5}}=\begin{cases}1,44721.\\0,55279.\end{cases}$$

Ceadintâiu, corespunzând la o valoare a lui K mai mare decât 1, nu ne priveşte; cea de a doua dă asimptota BC. Curba trece punctele D şi E ale căror coordonate sunt $i=1$, $K=\frac{2}{3}=$

0,66666 şi $i=\frac{1}{2}$, K=0,69312. Deoarece în practică valorile lui i nu variază decât între $\frac{1}{2}$ şi 1, e destul a ne ocupa numai de partea ED a curbei. In intervalul acesta şi pe toată ramura DF până la infinit se poate admite că curba este convexă către axa OX, ceeace s'ar şi putea demonstra analiticeşte, însă prin un calcul destul de lung.

In practică i fiind totdeauna cuprins între $\frac{1}{2}$ şi 1, şi K trebuind să fie totdeauna mai mic decât 1, din cele două linii reprezentate de ecuaţia (12) noi n'avem să considerăm decât partea ED a curbei şi partea GL a dreptei, mărginită la punctul

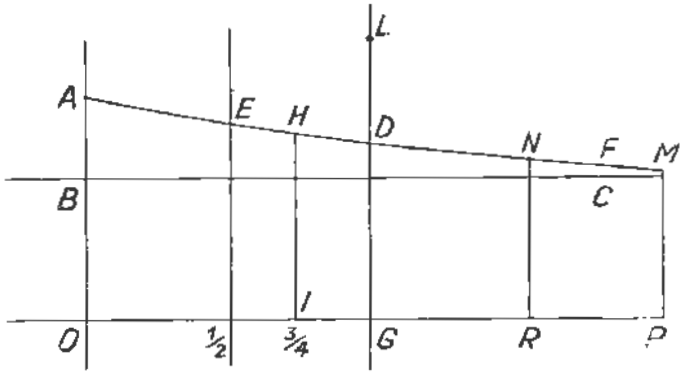


Fig. 9

L a cărei ordonată e 1. Valorile K=0,625 şi K=0,656 nu corespund decât la puncte ale dreptei GL; căci punctele curbei cari au *aceste* ordonate sunt M şi N, ale căror abscise sunt OP=2,1035 şi OR=1,2612; ele nu răspund la chestiune. Formulele D-lor Dez şi Pisone corespund dar numai la cazul limită, când $i=1$.

Pentru a avea o valoare a lui K care să corespundă la o valoare a lui i diferită de 1 nu vom putea utiliza dreapta GL, a cărei abcisă constantă este $i=1$; vom putea însă să ne servim cu partea ED a curbei.

13. Ecuaţiunea (11) se poate rezolva în raport cu K şi dă

$$i+K(1-i)-\pm\sqrt{\frac{8+4i+3i^2}{15}}.$$

Vom lua semnul plus, căci primul membru e pozitiv ; atunci

$$(14) \qquad K = -\frac{i}{1-i} + \frac{\sqrt{8+4i+3i^2}}{\sqrt{15}\ (1-i)},$$

formulă care dă valorile lui K pentru fiecare valoare dată a lui i.

Dacă voim a găsi o valoare pentru K care să reprezinte mai bine decât cele date de D-nii Dez și Pisone realitatea lucrurilor, trebuie ca în (14) să facem pe i egal cu media aritmetică între valorile extreme ce i se dau în practică. Una din aceste limite este $i=1$, care este pentru vasele cilindrice ; drept a doua limită putem lua $i=\frac{1}{2}$, deoarece niciodată curbura doagei nu e așa de mare încât diametrul vranei să fie mai mare decât de două ori diametrul fundului. Vom lua dar $i = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, și valoarea corespunzătoare a lui K este 0,6788.

Repet, această valoare a lui K nu are alt avantagiu asupra celor date până aci decât că este mai în acord cu datele practice ; însă formula

$$V = 2\pi c[b+0{,}6788(a-b)]^2$$

s'ar raporta tot la un singur caz acela când $i = \frac{3}{4}$, pe când pentru toate celelalte ar da numai rezultate aproximative, care însă ar fi mai aproape de adevăr decât cele date de formulele D-lor Dez și Pisone.

14. **Examinarea formulei lui Oughtred.** — Să egalăm valorile lui V date de formula (2) a lui Orghtred și de formula (9) ; avem atunci

$$\frac{2\pi c}{15}(8a^2+4ab+3b^2) = \frac{2\pi c}{3}(2a^2+b^2).$$

de unde, făcând toate reducerile,

$$a-b=0,$$

sau

$$i=1.$$

Așa dar, singurul caz când volumul vasului dat calculat după formula lui Oughtred este egal cu al unui vas parabolic de aceleași dimensiuni, este când vasul dat este cilindric.

In loc de formula lui Oughtred, să luăm însă formula mai generală

$$V = \frac{2\pi c}{3}(2a^2 + K'b^2)$$

și să o comparăm cu (9); avem atunci după toate reducerile,

$$8i^2+4ab+3b^2=10a^2+5K'b^2,$$

sau divizând cu a^2

$$8+4i+3i^2=10+5Ki^2,$$

de unde $K' = \frac{3i^2+4i-2}{5\,i^2}$.

Dând lui i valoarea mijlocie $\frac{3}{4}$, avem:

$$K' = \frac{43}{45}.$$

Așa dar formula lui Oughtred pentru a corespunde mai bine cu realitatea, ar trebui înlocuită prin cea următoare:

$$V = \frac{2\pi c}{3}\left(2a^2 + \frac{43}{45}b^2\right).$$

15. **Compararea valorilor lui V date de formulele lui Oughtred, Dez și (9).**

Voi demonstra că valoarea lui V dată de ecuațiunea (9) este totdeauna cuprinsă între valorile date pentru același vas de formulele lui Oughtred și Dez.

Fie a, b, c, dimensiunile unui vas oarecare, V_1 volumul aceluiaș vas calculat după formula lui Oughtred, V_2 și V_3 volumul aceluiaș vas calculat după formula (9), și după formula lui Dez.

Avem:

$$V_1 - V_2 = \frac{2\pi c}{3}(2a^2 + b^2) - \frac{2\pi c}{15}(8i^2+4ab+3b^2) =$$

$$= \frac{2\pi c}{15}(2a^2 + 2b^2 - 4\,ab) = \frac{4\pi c}{15}(a-b)^2$$

Membrul al doilea e o cantitate totdeauna pozitivă; prin urmare avem totdeauna:

$$V_1 > V_2.$$

Avem încă:

$$V_2 - V_3 = \frac{2\pi c}{15}(8a^2+4ab+3b^2) - 2\pi c\left[b + \frac{5}{8}(a-b)\right]^2 =$$

$$= \frac{2\pi c}{960}(137a^2 + 57b^2 - 194ab) = \frac{2\pi ca^2}{960}(57i^2 - 194i + 137).$$

Să punem

$$y = 57i^2 - 194i + 137,$$

să considerăm pe i ca abscisă și pe y ca ordonata unui punct și să construim curba reprezentată de această ecuație; această curbă e o parabolă cu axul vertical și cu concavitatea întoarsă spre partea pozitivă a axei oy; ea taie axa $0i$ în punctele alc căror abscise sunt

$$i = 1 \text{ și } i = \frac{137}{57};$$

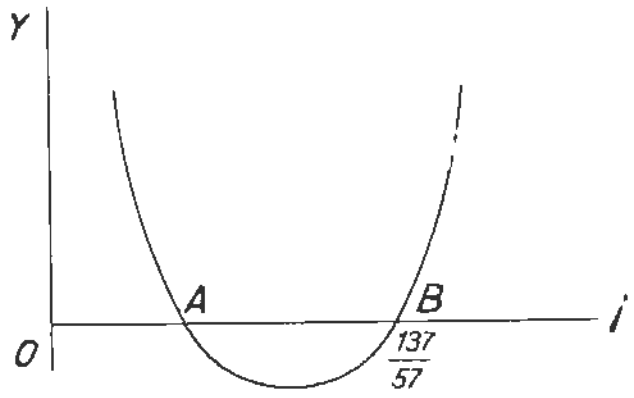


Fig. 10.

Așa dar y nu e negativ decât între valorile 1 și $\frac{137}{57}$ ale lui i: el e pozitiv pentru toate valorile lui i mai mici decât 1. Prinurmare diferența $V_2 - V_3$ este și ea pozitivă pentru toate valorile lui i mai mici decât 1, adică pentru toate cazurile ce se prezintă în practică. Avem dar totdeauna

$$V_1 > V_2 > V_3.$$

16. Deși nu în perfect acord cu realitatea lucrurilor, fiecare din formulele empirice ale lui Oughtred și Dez întrebuințate de atâția ani se poate considera ca dând media între un număr

oarecare de observațiuni. Se știe însă, din elementele calculului probabilităților că dacă V_1 este media unui număr necunoscut, de valori observate ale unei cantități și V_3 media altor valori observate ale aceleiași cantități tot un număr necunoscut, numărul care prezintă cea mai mare probabilitate de a fi valoarea exactă a lui V este media aritmetică a lui V_1 și V_3; însă această medie este cuprinsă între V_1 și V_3; V_2 care și el e cuprins între V_1 și V_3 este mai apropiat de media lor aritmetică decât fiecare din ei și prin urmare prezintă cea mai mare probabilitate de a fi valoarea exactă a lui V.

Vedem dar că afară de considerațiunile expuse și în paragrafele precedente ale acestui Memoriu, valoarea lui V dată de formula (9), care se poate considera ca media observațiunilor făcute în timp de atâția ani de către două popoare de o cultură așa de înaintată, poate fi considerată ca având cele mai multe probabilități de a fi exactă.

17. **Examinarea hipotezei doagei circulare.** — Aici e locul a examina mai de aproape doaga circulară despre care am mai vorbit deja (§ 6).

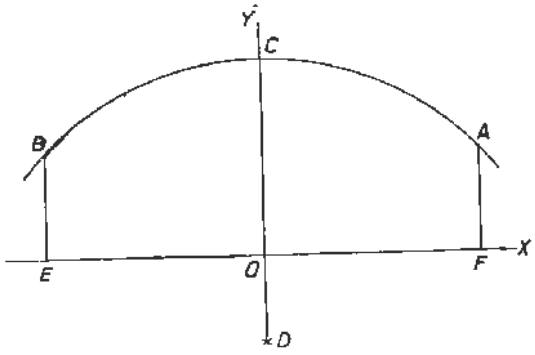


Fig. 11.

Fie AB doaga circulară, al cărei centru e în D; fie OX axul vasului, OC raza vranei, $CO=a$, $AF=b$, $EF=2c$, $OD=g$.

Ecuația arcului ACB este

$$x^2 + (y+g)^2 = (a+g)^2, \tag{15}$$

iar expresia volumului învelit de ACB

$$V = \pi \int_{c}^{+c} y^2\, dx.$$

Ecuația (15) dă:

$$y = -g \pm \sqrt{(a+g)^2 - x^2},$$

și vom avea semnul +, căci g este pozitiv pentru tot arcul ACB; atunci

$$y^2=g^2+(a+g)^2-x^2-2g\sqrt{(a+g)^2-x^2},$$

și prin urmare

$$V=\pi[g^2+(a+g)^2]\int_{-c}^{+c}dx-\pi\int_{-c}^{+c}x^2dx-2\pi g\int_{-c}^{+c}\sqrt{(a+g)^2-x^2}dx$$

Insă avem:

$$\int_{-c}^{+c}dx=2c,\quad \int_{-c}^{+c}x^2dx=\frac{2c^3}{3},\quad \int\sqrt{(a+g)^2-x^2}dx=x\sqrt{(a+g)^2-x^2}+$$

$$+\int\frac{x^2dx}{\sqrt{(a+g)^2-x^2}}=x\sqrt{(a+g)^2-x^2}+(a+g)^2\int\frac{dx}{\sqrt{(a+g)^2-x^2}}-$$

$$-\int\sqrt{(a+g)^2-x^2}dx,$$

de unde

$$\int\sqrt{(a+g)^2-x^2}dx=\frac{x}{2}\sqrt{(a+g)^2-x^2}+\frac{(a+g)^2}{2}\int\frac{dx}{\sqrt{(a+g)^2-x^2}}$$

$$=\frac{x}{2}\sqrt{(a+g)^2-x^2}+\frac{(a+g)^2}{2}\arcsin\frac{x}{a+g},$$

și $$\int_{-c}^{+c}\sqrt{(a+g)^2-x^2}dx=c\sqrt{(a+g)^2-c^2}+(a+g)^2\arcsin\frac{c}{a+g}.$$

Prin urmare

$$(16)\quad V=2\pi c[g^2+(a+g)^2]-\frac{2\pi c^3}{3}-2\pi cg\sqrt{(a+g)^2-c^2}-$$

$$-2\pi g(a+g)^2\arcsin\frac{c}{a+g}.$$

Valoarea lui g în funcție de dimensiile lui a, b, c ale vasului se va găsi exprimând că curba ACB trece prin punctul A, ale cărui coordonate sunt c, b; atunci (15) dă:

$$c^2+(b+g)^2=(a+g)^2,$$

de unde

$$(17)\qquad g=\frac{b^2+c^2-a^2}{2(a-b)},\quad a+g=\frac{(a-b)^2+c^2}{2(a-b)}.$$

și va trebui să substituim aceste valori în (16) pentru a avea expresia lui V în funcție de dimensiile vasului.

Precum vedem, în hipoteza doagei circulare, V se exprimă prin o funcție transcendentă și irațională foarte complicată, ceeace ar aduce o mare greutate în construcția tablelor. Insă ceea ce e mai rău este că formula (16) combinată cu (17) nu are avantajul formulei (9) de a cuprinde pe c numai ca factor comun la puterea întâia; precum am spus, această circumstanță este de un foarte mare avantagiu în construcția tablelor, căci permite a le da o dispoziție foarte simplă și un volum destul de mic, ceea ce trebuie mult să se țină în seamă într'o lucrare de felul acesteia.

18. **Calculul, dispoziția și uzul tablelor.** — Pentru toate motivele expuse până aci, eu am admis formula (9) ca exactă și am redus în table. Fie l lungimea vasului, f diametrul fundului, v diametrul vranei; avem:

$$l = 2c,\ f = 2b,\ v = 2a;$$

atunci formula (9) devine

$$V = \frac{\pi l}{60}(8v^2 + 4vf + 3f^2). \tag{18}$$

Tablele sunt calculate din jumătate în jumătate de centimetru pentru fiecare dimensiuni: pentru practică aceasta este de ajuns, căci erorile de măsurat se pot totdeauna ridica până la o jumătate de centimetru pentru fiecare măsurătoare.

Prima tablă însemnată cu o dungă roșie pe marginea paginei, dă logaritmul produsului πl calculat cu cinci zecimale pentru toate valorile lui l între 0,30 m. și 3,50 m.; între aceste limite sunt cuprinse toate lungimile obicinuite ale vaselor, dela cele mai mici până la cele mai mari. Se caută în coloanele verticale însemnate deasupra cu l numărul de centimetri ce are l și în coloana alăturată dinspre dreapta se găsește pe aceeași linie orizontală logaritmul produsului πl.

A doua tablă, care nu e însemnată en dungă colorată pe marginea paginei dă factorul

$$\frac{8v^2 + 4vf + 3f^2}{60},$$

ca e calculată pentru valorile lui f cuprinse între 0,20 m. și, 1,75 m. și pentru valorile lui v cuprinse între f și $2f$ care nu trec peste 1,75 m.; în adevăr, în practică niciodată nu se iese din aceste limite pentru coustrucția vaselor.

Această tablă este cu două intrări: în prima coloană verticală dinspre stânga se cantă numărul de centimetri cuprins în v, iar în primul rând orizontal numărul de centimetri cuprins în f; la încrucișarea coloanei verticale ce trece prin f cu rândul orizontal ce trece prin v, se găsește logaritmul numărului: $\frac{8v^2+4vf+3f^2}{60}$, calculat cu cinci zecimale.

Acest logaritm se adună cu cel al produsului πl găsit mai sus; pe urmă în a treia tablă însemnată cu o dungă neagră în coloana intitulată sus L se caută suma lor sau nnmărul cel mai apropiat de această sumă, și în coloana alăturată intitulată V găsim volumul căutat al vasului.

Pentru a evita orice dificultate la facerea adunării celor doi logaritmi, s'au evaluat lungimile l, v, f, în decimetri; cu modul acesta fiecare din numerele πl și $\frac{8v^2+4vf+3f^2}{60}$ sunt mai mari decât 1, și prin urmare logaritmii lor au caracteristice positive. In tablele I și II acești logaritmi sunt scriși fără virgulă; așa că adunarea lor este o simplă operație de numere întregi. Tablele negre dau volumnl evaluat în litri și fracțiuni de litri; ele sunt astfel aranjate că pot să dea volumul până la un milimetru pentru vasele de mai puțin de zece litri; până la un centilitru pentru vasele de 10 până la 100 litri; până la un decilitru pentru cele de 100 până la 1000 litri; până la un litru pentru cele de 1000 până la 10.000 litri. Cu modul acesta se poate totdeauna avea voluuiul cu o aproximație de cel mult 0,001 din volumul total; o aproximație mai mare ar fi iluzorie, căci erorile de măsurătură, neregularitățile vasului și hipoteza admisă pentru forma doagei dau desigur loc la o nesiguranță de 0,001 din volumul vasului.

Dungile de diferite culori de pe marginea paginei le-am adoptat pentru a înlesni găsirea tablei necesare și pentru evitarea confuziunilor.

19. După cum se vede, am făcut toate evaluațiile, atât de

lungimi cât şi de volume, în măsuri metrice. Motivele principale care m'au îndemnat la aceasta sunt două : marea înlesnire ce rezultă pentru calcularea tablelor; şi mai ales diversitatea ce există între măsurile întrebuinţate dincoace şi dincolo de Milcov. Insă pentru a face ca tablele să poată servi chiar cui n'ar avea un metru la dispoziţiunea sa, am intercalat o tablă albastră de transformare a măsurilor de lungime, stânjen şi coţi din ambele părţi ale ţării, în metru ; şi o tablă verde de transformare a litrilor în măsuri de capacitate române.

Prin urmare pentru a măsura capacitatea unui vas, se va opera în modul următor : se va măsura lungimea, fundul şi vrana vasului, fie în metri, fie în stânjeni sau coţi de Muntenia ori de Moldova ; în acest din urmă caz, numerele aflate se vor preface în centimetri cu ajutorul tablelor albastre. In tabla roşie, în coloana *l* se caută numărul de centimetri al lungimii vasului, şi alături se găseşte un număr, care se scrie deoparte.

In tabla albă, se caută paginile în care în primul rând orizontal să se afle numărul de centimetri al fundului şi printre aceste pagini se caută aceea în care în prima coloană verticală dela stânga să se găsească numărul de centimetri al vranei ; la încrucişerea coloanei verticale şi a rândului orizontal ce trece prin aceste numere, se găseşte un număr care *se scrie sub cel aflat în tabla roşie şi se adună cu dânsul. Această sumă, sau numărul cel mai apropiat de dânsa*, se caută în coloana L a tablelor negre, şi alături, în coloana V, se găseşte volumul evaluat în litri şi funcţiuni de litru. Dacă vrea cineva să aibă acest volum în măsuri române, se va servi cu tabla verde.

Cu modul acesta, orice calcul este înlăturat, şi totul se reduce la cel puţin trei şi cel mult cinci căutări în table ; pnţin exerciţiu va fi de ajuns pentru a permite persoanei cele mai puţin instruite să înveţe a face aceste căutări cu repeziciune şi uşurinţă.

Pe lângă aceasta nu e nevoie de niciun instrument special pentru a face măsurătorile şi tablele care nu cuprind mai mult de 200 pagini imprimate în 8^0, sunt comode şi de un preţ relativ mic.

PARTEA DOUA.

CALCULUL GOLURILOR.

20. **Ecuaţia suprafeţei vasului.** — Să raportăm vasul la o sistemă de trei axe coordonate astfel alese: vom lua drept axă OX axul vasului, pe care îl vom presupune orizontal; drept axă OZ, o dreaptă perpendiculară pe OX şi trecând prin vrană, şi vom presupune încă că axa OZ e verticală; în fine drept axă OY o dreaptă perpendiculară pe celelalte două.

Fie ACB doaga parabolică; ecuaţiile ei sunt

$$(19) \qquad x^2=2p(a-z),\ y=0$$

şi ştim după formula (8) că $p=\dfrac{c^2}{2(a-b)}$.

Suprafaţa născută de revoluţia doagei în jurul axei OX se poate considera ca locul geometric al unei circomferinţe de cerc al cărei plan e perpendicular, pe axă, şi al cărei centru lunecă în lungul acestei axe, pe când raza îşi schimbă într'una valoarea astfel ca circomferinţa să întâlnească totdeauna parabola meridiană. Ecuaţiile acestei circomferinţe sunt de forma

$$(20) \qquad y^2+z^2=\alpha^2,\ x=\beta,$$

α şi β fiind nişte parametre variabile. Condiţia ca această circomferinţă să întâlnească parabola (19) se va obţine prin eliminarea lui x, y, z, între ecuaţiile (19) şi (20), care dă

$$\beta^2=2p(a\mp\alpha).$$

Inlocuind pe α şi β cu valorile lor (20), dobândim

$$x^2=2p(a\mp\sqrt{y^2+z^2}),$$

care este ecuaţia căutată a suprafeţei de revoluţie. Această suprafaţă e compusă din o parte închisă, a cărei meridiană este GCFC', şi din două părţi în formă de cornete care se întind la infinit la dreapta de punctul F şi la stânga de G.

Abscisele punctelor F şi G se vor obţine făcând $y=z=0$ în ecuaţiunea precedentă, ceea ce dă

$$x^2=OF^2=OG^2=2pa.$$

Suprafața întreagă a vasului, BAA'B', fiind cuprinsă între punctele F și G abscisele tuturor punctelor sale sunt mai mici

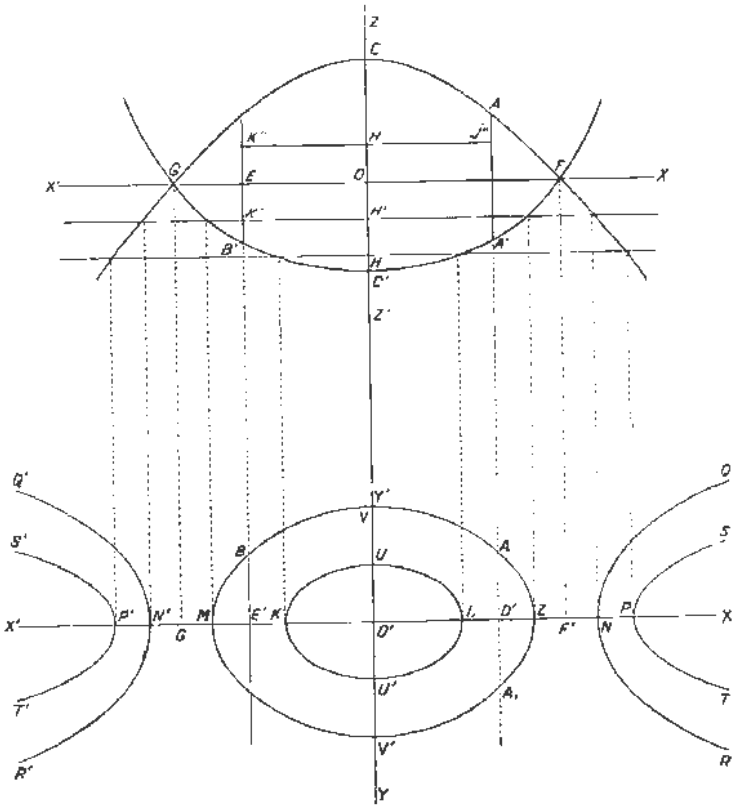


Fig. 12.

decât OF și OG, și fiindcă p este pozitiv, urmează că suprafața vasului este reprezentată prin ecuația

$$x^2 = 2p(a - \sqrt{y^2+z^2}), \tag{21}$$

care se poate pune și sub forma

$$4p^2(y^2+z^2) = 2pa - x^2)^2. \tag{22}$$

Suprafața considerată este deci de gradul al patrulea.

21. **Volumul cuprins între suprafața vasului și un plan orizontal.** — Vom considera numai cazul, singurul obicinuit în practică, când axul vasului este orizontal, atunci, dacă el este plin în

parte cu un lichid suprafața liberă a acestui lichid este un plan orizontal, și prin urmare paralel cu planul *xoy*. Analiza permite a trata și cazul general când axul vasului are o poziție oarecare; însă calculul este mai complicat și afară de aceasta considerația cazului general nu este de nici o utilitate în practică.

Ecuația suprafeței libere a lichidului este

$$z' = h, \tag{23}$$

h fiind distanța OH a nivelului dela planul XOY.

Să presupunem că nivelul lichidului este dedesuptul planului XOY, adică că h este negativ. Cazul când nivelul ar fi deasupra lui XOY se reduce lesne la cel precedent; în adevăr, fie V volumul total al vasului, V' partea acestui volum situată dedesuptul planului I''K'', care este deasupra lui XOY, V'' partea de deasupra planului I'' K''. Avem:

$$V = V' + V''.$$

Dacă însă luăm planul I'K' astfel că OH''=OH', volumul V'' este egal cu volumul I'K'B'C'A', în virtutea simetriei; prin-urmare

$$V = V' + I'K'B'C'A',$$

de unde

$$V' = V - I'K'B'C'A',$$

ecuație care dă pe V' dacă I'K'B'C'A' este cunoscut, căci V este aflat (formula 9).

Să ne ocupăm dar numai de determinarea volumului, când h este negativ.

22. Expresia volumului cuprins între suprafața vasului, a cărei ecuație este (22) și planul

$$z' = -h$$

este

$$V = \int\int (z - z')\, dxdy.$$

Insă z este negativ, căci volumul considerat se află întreg dedesuptul planului XOY; punând semnul lui z în evidență, substituind $-h$ în locul lui z' și luând valoarea absolută a lui V, avem:

$$V = \int\int (z - h)\, dxdy, \quad \text{sau} \quad (24)\ V = \int dx \int (z - h) dy,$$

ecuație în care z va trebui înlocuit cu valoarea sa în funcție de x și y scoasă din (22).

Să precizăm acum limitele celor două integrale. Făcând $z=-h$ în ecuația (22) a suprafeței vasului, dobândim ecuația.

$$4p^2(y^2+h^2)=(2pa-x^2)^2, \tag{25}$$

care reprezintă proiecția orizontală a intersecției suprafeței vasului cu suprafața liberă a lichidului. Curba reprezentată prin această ecuație este de gradul al patrulea; ea e formată din o buclă închisă cum e $I_1UK_1U_1'$ și din două ramuri infinite, SPT și S'P'T', care se întind la infinit către dreapta și către stânga; noi nu avem a ne ocupa decât de bucla închisă, înăuntrul căreia se proiectează tot volumul considerat.

Considerând mai întâiu pe x ca constant, ecuația (25) dă

$$y=\pm\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2};$$

acestea sunt valorile ordonatelor curbei orizontale corespunzătoare la aceeași valoare a lui x, și integrala

$$\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}(z-h)dy$$

reprezintă aria secțiunii întregi făcute în volumul lichidului de planul $X=x$, iar

$$dx\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}(z-h)\,dy \tag{26}$$

este volumul unui cilindru infinit de mic având drept bază acea secțiune și drept înălțime pe dx. Pentru a găsi volumul căutat al lichidului va trebui să integrăm acum în raport cu x între limitele corespunzătoare la limitele volumului de lichid cuprins în vas.

Aci se prezintă două cazuri :

1°. Dacă nivelul lichidului rămâne mai jos de gardinul B'A', nivelul lichidului taie parabola meridiană în punctele K și I, pentru care abscisa este cea mai mare dintre toate punctele secțiunii IK ; aceste abscise se vor găsi făcând $z=-h$ în ecuația

$$x^2 = 2p(a + z)$$

a parabolei FC'G ; găsim astfel

$$x^2 = 2p(a - h),$$

de unde

$$x = \pm\sqrt{2p(a - h)},$$

și înlocuind pe $2p$ cu valoarea sa (8)

$$x = \pm c\sqrt{\frac{a - h}{a - b}}.$$

Acestea sunt limitele integralei în raport cu x a expresiei (26) când nivelul lichidului în vas nu trece de gardin.

2°. Dacă nivelul lichidului trece de gardinul A'B', valorile extreme ale lui x sunt $-c$ și $+c$, și acestea sunt și limitele integralei expresiei (26) în cazul acesta.

Avem dar aceste două expresiuni pentru volumul căutat :

$$(27)\qquad V = \int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} dx \int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} (z-h)dy,$$

dacă nivelul nu trece de gardin ; și

$$(28)\qquad V = \int_{-c}^{+c} dx \int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} (z-h)dy,$$

dacă nivelul trece de gardiu.

23. Să efectuăm acum aceste integrări.
Avem mai întâi pentru integrala indefinită :

$$\int(z-h)dy=\int zdy-h\int dy.$$

Insă

$$h\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} dy = 2h\sqrt{\frac{(2pa-x)^2}{4p^2}-h^2}$$

Rămâne a afla pe

$$\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} zdy$$

Să considerăm deocamdată integrala indefinită

$$I=\int zdy,$$

în care pe z trebuie să-l înlocuim prin valoarea sa

$$z=\sqrt{\frac{(2pa-x)^2}{4p^2}-y^2},$$

scoasă din ecuația (22) a suprafeței. Luăm radicalul cu plus, pentrucă am ținut deja mai sus seama de semnul lui z (§22). Avem dar :

$$I=\int dy\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-y^2},$$

și x trebuie cousiderat ca constant în această integrală ; avem dar :

$$I=\frac{2pa-x^2}{2p}\int\sqrt{1-\frac{4p^2y^2}{(2pa-x^2)^2}}\,dy.$$

Să punem pentru înlesnire

$$\frac{2py}{2pa-x^2}=\eta,$$

de unde

$$dy = \frac{2pa - x^2}{2p} d\eta;$$

atunci

$$I = \frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2} \int \sqrt{1 - \eta^2} d\eta.$$

Insă

$$\int \sqrt{1 - \eta^2}\, d\eta = \eta \sqrt{1 - \eta^2} + \int \frac{\eta^2 d\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

$$= \eta \sqrt{1 - \eta^2} - \int \sqrt{1 - \eta^2}\, d\eta + \int \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

de unde

$$\int \sqrt{1 - \eta^2}\, d\eta = \frac{1}{2} \eta \sqrt{1 - \eta^2} + \frac{1}{2} \text{ arc sin } \eta.$$

Prin urmare

$$I = \frac{(2pa - x^2)^2}{8p^2} [\eta \sqrt{1 - \eta^2} + \text{ arc sin } \eta].$$

Să găsim acum valoarea integralei definite. Pentru aceasta trebuie în valoarea precedentă să înlocuim pe η cu valoarea sa

$$\eta = \frac{2py}{2pa - x^2},$$

și pe y cu valorile sale

$$+ \sqrt{\frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2} - h^2} \quad \text{și} \quad - \sqrt{\frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2} - h^2}$$

la cele două limite, și să scădem valorile găsite una din alta. Avem astfel:

la limita superioară, $\eta = \frac{2p}{2pa - x^2} \sqrt{\frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2} - h^2}$;

la limita inferioară, $\eta = \frac{-2p}{2pa - x^2} \sqrt{\frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2} - h^2}$.

Așa dar, vom avea :
la limita superioară,

$$\eta\sqrt{1-\eta^2} = \frac{2p}{2pa-x^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}.\sqrt{1-1+\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}}$$

$$= \frac{4p^2h}{(2pa-x^2)^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2},$$

$$\text{arc sin}\,\eta = \text{arc sin}\left[\frac{2p}{2pa-x^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}\right]$$

$$= \text{arc sin}\left(\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}}\right);$$

la limita inferioară,

$$\eta\sqrt{1-\eta^2} = \frac{-2p}{2pa-x^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}.\sqrt{1-1+\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)}} =$$

$$-\frac{4p^2h}{(2pa-x^2)^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-}$$

$$\text{arc sin}\,\eta = \text{arc sin}\left[-\frac{2p}{2pa-x^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}\right] =$$

$$-\text{arc sin}\left[\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x)^2}}\right]$$

Așa dar vom avea valoarea integralei definite :

$$\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} z\,dy = \frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}\left[\frac{4p^2h}{(2pa-x^2)^2}\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}\right.$$

$$\left.+\text{arc sin}\left(\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}}\right)\right] =$$

$$h\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}+\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}\text{arc sin}\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}};$$

și prin urmare

$$\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} (z-h)dy = \frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}\arcsin\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}} - h\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}$$

sau

$$\int_{-\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}}^{+\sqrt{\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2}-h^2}} (z-h)dy = \frac{h^2(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}\arcsin\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}} - \frac{h^2(2pa-x^2)}{2ph}\sqrt{1-\frac{4p^2h^2}{(2pa-x^2)^2}}.$$

Să însemnăm cu X valoarea acestei integrale definite; atunci volumul, când nivelul e sub gardin, e dat prin formula

$$V = \int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} X\,dx,$$

și când nivelul trece de gardin prin formula

$$V = \int_{-c}^{+c} X\,dx.$$

Aceste două formule se reduc la una singură

$$V = \int_{-c\gamma}^{+c\gamma} X dx, \tag{29}$$

în care vom face $\gamma = \sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$ când nivelul este dedesuptul gardinului, și $\gamma=1$ când nivelul trece de gardin.

24. Integrala $\int X dx$ nu se poate calcula decât prin serii. Să punem

$$\frac{2pa - x^2}{2ph} = \frac{1}{\xi}; \tag{30}$$

atunci

$$X = \frac{h^2}{\xi^2} \arcsin \sqrt{1 - \xi^2} - \frac{h^2}{\xi} \sqrt{1 - \xi^2}$$

Insă

$$\arcsin \sqrt{1 - \xi^2} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \xi;$$

deci

$$X = \frac{\pi h^2}{2\xi^2} - \frac{h^2}{\xi^2} \arcsin \xi - \frac{h^2}{\xi} \sqrt{1 - \xi^2}. \tag{31}$$

In această expresiune, cantitatea ξ este totdeauna mai mică decât 1, sau cel mult egală cu 1 pentru toate valorile lui x cuprinse între limitele integralei $\int X dx$. In adevăr, dacă nivelul este dedesuptul gardinului, avem, între limitele acestei integrale,

$$x \leqslant c \sqrt{\frac{a-h}{a-b}},$$

de unde

$$x^2 \leqslant \frac{c^2(a-h)}{a-b},$$

şi fiindcă $2p = \frac{c^2}{a-b}$,

$$x^2 \leqslant 2p\,(a-h),$$

sau

$$2pa - x^2 \geqslant 2ph,$$

şi prin urmare, după relaţia (30),

$$\xi \leqslant 1.$$

Dacă nivelul trece de gardin,

$$x \leqslant c, \quad x^2 < c^2,$$

sau

$$x^2 \leqslant 2\,(ap - b)$$

de unde

$$2pb \leqslant 2pa - x^2$$

și *a fortiori*

$$2ph \leqslant 2pa - x^2,$$

căci $h \leqslant b$ când nivelul trece de gardin; așa dar și în cazul acesta

$$\xi \leqslant 1.$$

De aci urmează că putem aplica lui $\arcsin \xi$ și $\sqrt{1-\xi^2}$ desvoltările în serii cunoscute:

$$(a) \quad \arcsin \xi = \frac{\xi}{1} + \frac{1}{2}\frac{\xi^3}{3} + \frac{1.3}{2.4}\frac{\xi^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6}\frac{\xi^7}{7} + \ldots + \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{\xi^{2n+1}}{2n-1} + \ldots$$

$$(b) \quad \sqrt{1-\xi^2} = 1 - \frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1.1}{2.4}\xi^4 - \frac{1.1.3}{2.4.6}\xi^6 - \ldots - \frac{1.1.3.5..(2n-3)}{2.4.6.8..(2n)}\xi^{2n} - \ldots$$

căci aceste serii sunt convergente pentru toate valorile lui ξ mai mici decât 1.

Ele sunt convergente și pentru $\xi = 1$; acesta este știut din tratatele de calcul infinitesimal pentru cea dintâiu; cât pentru cea de a doua, se știe că suma seriei

$$1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1.2} - \ldots + (-1)^p \frac{m(m-1)\ldots(m-p+1)}{1.2\ldots p} - \ldots$$

tinde către zero când m este pozitiv. Pentru demonstrarea acestei proprietăți se poate vedea *Frenet, Recueil d'Exercices sur le Calcul infinitésimal*, chestiunea (7).

Făcând $m = \frac{1}{2}$, această serie devine

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1.1}{2.4} - \frac{1.1.3}{2.4.6} - \ldots,$$

care este chiar membrul al doilea al ecuației (*b*) când facem într'însul $\xi = 1$; așa dar acest membru al doilea are drept sumă zero pentru $\xi = 1$, care este tocmai valoarea lui $\sqrt{1-\xi^2}$ pentru $\xi = 1$; ecuația (*b*) subsistă dar și pentru $\xi = 1$.

Să aplicăm prin urmare desvoltările (*a*) și (*b*) termenilor valorii (31) a lui X; avem:

$$X=\frac{\pi h^2}{2\xi^2}-h^2\left[\frac{1}{\xi}+\frac{1}{2}\,\frac{\xi}{3}+\frac{1.3}{2.4}\,\frac{\xi^3}{5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\,\frac{\xi^5}{7}+\ldots\right.$$

$$\left.+\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\,\frac{\xi^{2n-1}}{2l-1}+\ldots\right] \tag{32}$$

$$-h^2\left[\frac{1}{\xi}-\frac{1}{2}\xi-\frac{1.1}{2.4}\xi^3-\frac{1.1.3}{2.4.6}\xi^5-\ldots-\frac{1.1.3.5.(2n-3)}{2.4.6.8.(2n)}\xi^{2n-1}-\ldots\right],$$

și reducând în unul singur termenii asemeni,

$$X=\frac{\pi h^2}{2\xi^2}-2h^2\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1.3}\xi-\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{1}{3.5}\xi^3-\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{1}{5.7}\xi^5-\ldots\right.$$

$$\left.-\frac{1.3.5.(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\,\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\xi^{2n+1}-\ldots\right].$$

Această serie este mai convergentă decât fiecare din seriile ce intră în ecuația (32) căci termenii săi sunt mai mici decât termenii corespunzători ai acelora.

Inlocuind pe ξ cu valoarea sa dată de (30), X ia forma

$$X=\frac{\pi h^2}{2}\,\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}-2h^2\,\frac{2pa-x^2}{2ph}-2h^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5..(2n-1)}{2.4.6..(2n)}\,\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\,\frac{(2ph)^{2n-1}}{(-2pa+x^2)^{2n-1}} \tag{33}$$

25. Acum trebuie a înmulți această ecuațiune cu dx și a integra între limitele $x=-c\gamma$ și $x=+c\gamma$.

Integrarea celor doi dintâiu termeni se face fără nici o dificultate și dă:

$$\frac{\pi h^2}{2}\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}\,dx=\frac{\pi c\gamma}{4p^2}\left[4p^2a^2-\frac{4pa}{3}c^2\gamma^2+\frac{c^4\gamma^4}{5}\right],$$

$$-2h^2\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{2pa-x^2}{2ph}\,dx=-\frac{2hc\gamma}{p}\left[2pa-\frac{c^2\gamma^2}{3}\right],$$

și dacă înlocuim pe p cu valoarea sa $\frac{c^2}{3(a-b)}$ și facem reducerile,

$$(34)\begin{cases}\dfrac{\pi h^2}{2}\displaystyle\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}dx=\pi c\gamma\left[a^2-\frac{2}{3}a(a-b)\gamma^2+\frac{1}{5}(a-b)^2\gamma^4\right],\\ -2h^2\displaystyle\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{2pa-x^2}{2ph}dx=-4ch\gamma\left[a-\frac{1}{3}(a-b)\gamma^2\right].\end{cases}$$

In acești termeni, după cum știm, va trebui să facem $\gamma=\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$ dacă volumul considerat de lichid este mai jos de gardin, și $\gamma=1$ în cazul contrar; vom avea dar, în fiecare din aceste cazuri:

$$(35)\begin{cases}\dfrac{\pi h}{2}\displaystyle\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}dx=\frac{\pi c}{15}\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}(8a^2+4ah+3h^2),\\ -2h^2\displaystyle\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}\frac{2pa-x^2}{2ph}dx=-\frac{4}{3}c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}(h^2+2ah)\end{cases}$$

$$(36)\begin{cases}\dfrac{\pi h^2}{2}\displaystyle\int_{-c}^{+c}\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}dx=\frac{\pi c}{15}(8a^2+4ab+3b^2)\\ -2h^2\displaystyle\int_{-c}^{+c}\frac{2pa-x^2}{2ph}dx=-\frac{4}{3}c(bh+2ah).\end{cases}$$

26. Rămâne a efectua integrarea celorlalți termeni ai lui X. Acești termeni vor da integrale de forma

$$[37) \qquad -2h^2\frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\cdot\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)}\int\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}$$

Să lăsăm deocamdată la o parte factorul constant și să ne ocupăm numai de integrală. Numitorul expresiunii de sub semnul $\int$ are două rădăcini multiple de ordinul $2n-1$, și anume : $x=+\sqrt{2pa}$ și $x=-\sqrt{2pa}$; prin urmare fracția $\frac{1}{(x^2-2pa)^{2n-1}}$ se poate descompune în modul următor :

$$(38)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{(x^2-2pa)^{2n-1}} = \dfrac{A_1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-1}} + \dfrac{A_2}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-2}} \\ + \dfrac{A_3}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-3}} + \ldots\ldots + \dfrac{A_{2n-1}}{x-\sqrt{2pa}} + \dfrac{B_1}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-1}} \\ + \dfrac{B_2}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-2}} + \dfrac{B_3}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-3}} + \ldots\ldots + \dfrac{B_{2n-1}}{x+\sqrt{2pa}}, \end{array}\right.$$

A_1, A_2, ... B_{2n-1} fiind constante pe care trebuie să le determinăm.

Fie fracțiunea $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$, $\varphi(x)$ și $f(x)$ fiind niște polinoame întregi în x, și gradul lui φ fiind mai mic decât al lui f, fie x_1 o rădăcină multiplă de ordinul $2n-1$ a lui $f(x)$. Se știe că fracțiunea $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ se poate descompune în modul următor :

$$\frac{\varphi(x)}{f(x)} = \frac{A_1}{(x-x_1)^{2n-1}} + \frac{A_2}{(x-x_1)^{2n-2}} + \frac{A_3}{(x-x_1)^{2n-3}} + \ldots\ldots\ldots + \frac{A_{2n-1}}{x-x_1} + \frac{\varphi(x)}{f_1(x)},$$

φ fiind un polinom întreg în x și $f_1(x) = \frac{f(x)}{(x-x_1)^{2n-1}}$ Coe-

ficienții A_1.... A_{2n-1} se determină prin ecuațiile următoare:

$$(39)\quad \begin{cases} \varphi(x_1) - A_1 \dfrac{f^{(2n-1)}(x_1)}{1.2...(2n-1)} = 0, \\ \dfrac{\varphi'(x_1)}{1} - A_1 \dfrac{f^{(2n)}(x_1)}{1.2...(2n)} - A_2 \dfrac{f^{(2n-1)}(x_1)}{1.2...(2n-1)} = 0, \\ \dfrac{\varphi''(x_1)}{1.2} - A_1 \dfrac{f^{(2n+1)}(x_1)}{1.2...(2n+1)} - A_2 \dfrac{f^{(2n)}(x_1)}{1.2...(2n)} \\ \qquad - A_3 \dfrac{f^{(2n-1)}(x')}{1.2...(2n-1)} = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\varphi^{(2n-2)}(x_1)}{1.2...(2n-2)} - A_1 \dfrac{f^{(4n-3)}(x_1)}{1.2...(4n-3)} - A_2 \dfrac{f^{(4n-4)}(x_1)}{1.2...(4n-4)} \\ - A_3 \dfrac{f^{(4n-5)}(x_1)}{1.2..(4n-5)} - \cdots - A_{2n-1} \dfrac{f^{(2n-1)}(x_1)}{1.2...(2n-1)} = 0. \end{cases}$$

Fracțiunea propusă fiind $\dfrac{1}{(x^2-2pa)^{2n-1}}$ avem:

$x_1 = +\sqrt{2pa}$, $\varphi\left(\sqrt{2pa}\right) = 1$, $\varphi'\left(\sqrt{2pa}\right) = 0$..... $\varphi^{(2n-2)}\left(\sqrt{2pa}\right) = 0$, apoi: $f(x) = (x^2-2pa)^{2n-1} = \left(x-\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}\left(x+\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}$.

Fie u, v, două funcțiuni oarecare de o variabilă independentă; Leibnitz a dat o formulă care permite a găsi derivatele succesive ale produsului uv; această formulă este:

$$d^m(uv) = ud^m v + \frac{m}{1} du d^{m-1} v + \frac{m(m-1)}{1.2} d^2 u d^{m-2} v + \cdots\cdots + \frac{m}{1} d^{m-1} u dv + v d^m u.$$

Făcând în această formulă $u = \left(x-\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}$, $v = \left(x+\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}$, și pe m succesiv egal cu $2n-1$, $2n$, $2n+1$,..., $4n-3$, pe urmă în rezultate înlocuind pe x cu $\sqrt{2pa}$ și observând că toți termenii care vor conține derivatele factorului $\left(x-\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}$ de un ordin mai mic decât $2n-1$ se anulează după această substituire, vom dobândi:

$$f^{(2n-1)}\left(\sqrt{2pa}\right) = (2n-1)(2n-2)...3.2.1.\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}$$

$$f^{(2n)}\left(\sqrt{2pa}\right) = \frac{2n}{1}(2n-1).(2n-1)(2n-2)....3.2.1\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n-2}$$

$$f^{(2n+1)}\left(\sqrt{2pa}\right) = \frac{(2n+1)(2n)}{1.2}\cdot(2n-1)(2n-2).(2n-1)(2n-2)....$$
$$3.2.1.\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n-3}$$

$$f^{(2n+2)}\left(\sqrt{2pa}\right) = \frac{(2n+2)(2n+1)(2n)}{1.2.3.}.(2n-1)(2n-2)(2n-3)$$
$$(2n-1)(2n-2)...3.2.1\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n-4}.$$

. . . . . .

$$f^{(4n-3)}\left(\sqrt{2pa}\right) = \frac{(4n-3)(4n-4)...(2n)}{1.2.3....(2n-2)}\cdot(2n-1)(2n-2)....3.2.$$
$$(2n-1)(2n-2)...3.2.1\left(2\sqrt{2pa}\right).$$

Aceste diferite valori trebuie substituite în ecuațiile (39), care vor da atunci pe A_1, A_2, ... A_{2n-1}.

Se poate vedea că coeficienții B_1, B_2, ... B_{2n-1} care figurează în descompoziția (38) se vor găsi tot ca și A_1, A_2, ...A_{2n-1} înlocuind însă pretutindeni pe $\sqrt{2pa}$ prin $-\sqrt{2pa}$.

Făcând aceste diferite operații, vom avea în fine:

$$(40)\quad \begin{cases} A_1 = -B_1 = \dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n-1}}, \\ A_2 = B_2 = -\dfrac{2n-1}{1}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n}}, \\ A_3 = -B_3 = \dfrac{(2n-1)(2n)}{1.2.}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n+1}}, \\ A_4 = B_4 = -\dfrac{(2n-1)(2n)(2n+1)}{1.2.3}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n+2}}, \\ A_5 = -B_5 = \dfrac{(2n-1)(2n)(2n+1)(2n+2)}{1.2.3.4}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{2n+3}}, \\ \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_{2n-2} = B_{2n-2} = -\dfrac{(2n-1)(2n)...(4n-5)}{1.2.3....(2n-3)}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{4n-4}} \\ A_{2n-1} = -B_{2n-1} = \dfrac{(2n-1)(2n)..(4n-4)}{1.2.3...(2n-2)}\cdot\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2pa}\right)^{4n-3}}. \end{cases}$$

Substituind aceste valori în desvoltarea (38), vom avea :

$$\frac{1}{(x^2-2pa)^{2n-1}} = \frac{1}{(2\sqrt{pa})^{2n-1}}\left[\frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-1}} - \frac{1}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-1}}\right]$$

$$-\frac{2n-1}{1}\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n}}\left[\frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-2}} + \frac{1}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-2}}\right]$$

$$+\frac{(2n-1)(2n)}{1.2}\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n+1}}\left[\frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-3}} - \frac{1}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-3}}\right]$$

$$-\frac{(2n-1)(2n)(2n+1)}{1.2.3}\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n+2}}\left[\frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-4}} + \frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-4}}\right]$$

. . . . . .

$$-\frac{(2n-1)(2n)...(4n-5)}{1.2.3...(2n-3)}\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{4n-4}}\left[\frac{1}{(x-\sqrt{2pa})^2} + \frac{1}{(x+\sqrt{2pa})^2}\right]$$

$$+\frac{(2n-1)(2n)...(4n-4)}{1.2.3....(2n-2)}\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{4n-3}}\left[\frac{1}{x-\sqrt{2pa}} - \frac{1}{x+\sqrt{2pa}}\right],$$

care se poate scrie, sub o formă prescurtată

$$(41)\quad \frac{1}{(x^2-2pa)^{2n-1}} = \sum_{q=1}^{q=2n-1}\frac{(2n-1)(2n)(2n+1)...(2n-3+q)}{1.2.3....(q-1)}$$

$$\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n-2+q}}\left[\frac{(-1)^{q-1}}{(x-\sqrt{2pa})^{2n-q}} - \frac{(+1)^{q-1}}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-q}}\right],$$

dacă facem convenția ca pentru $q=1$ să înlocuim coeficientul $\frac{(2n-1)(2n)...(2n-3+q)}{1.2.3....(q-1)}$ prin 1.

27. Trebuie acum să înmulțim expresia (41) cu dx și să o integrăm, ceea ce se poate face fără nici o dificultate, și avem :

$$\int\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}} = \sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n)(2n+1)...(2n-3+q)}{1.\ 2.\ 3...\ (q-1)}$$

$$\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{q n-2+q}} \frac{1}{(2n-q-1)} \left[\frac{(+1)^q}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-1-q}} + \frac{(-1)^q}{(x+\sqrt{2pa})^{2n-1-q}}\right]$$
$$-\frac{(2n-1)(2n)\ldots(4n-4)}{1.2.3.\ldots.(2n-2)} \frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{4n-3}} \alpha \frac{\sqrt{2pa+x}}{\sqrt{2pa-x}}.$$

Luând integrala definită între limitele $x=+c\gamma$ și $x=-c\gamma$,

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} \frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}} = \sum_{q=1}^{q=2n-2} \frac{(2n-1)\ (2n)\ (2n+1)\ldots(2n-3+q)}{1.2.3.\ldots.(q-1)}$$
$$\times \frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n-2+q}} \frac{1}{(2n-q-1)}$$
$$\left[\frac{(+1)^q}{(c\gamma+\sqrt{2pa})^{2n-1-q}} - \frac{(+1)^q}{(-c\gamma+\sqrt{2pa})^{2n-1-q}} + \frac{(-1)^q}{(c\gamma-\sqrt{2pa})^{2n-1+q}} - \right.$$
$$\left. \frac{(-1)^q}{(-c\gamma-\sqrt{2pa})^{2n-1-q}}\right] - \frac{(2n-1)(2n)\ldots(4n-4)}{1.2.3\ldots(2n-2)} \frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{4n-3}} \times$$
$$\left[\mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa+c\gamma}}{\sqrt{2pa-c\gamma}} - \mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa-c\gamma}}{\sqrt{2pa+c\gamma}}\right]$$

Însă

$$\frac{(+1)^q}{(c\gamma+\sqrt{2pa})^{2n-1\ q}} - \frac{(-1)^q}{(-c\gamma-\sqrt{2pa})^{2n-1-q}} = \frac{(+1)^q}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}} -$$
$$\frac{(-1)^q}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}(-1)^{2n-1-q}} = \frac{(+1)^q}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}} -$$
$$\frac{(-1)^{2q-2n+1}}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}} = \frac{2}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}}, \frac{(-1)^q}{(c\gamma-\sqrt{2pa})^{2n-1-q}} -$$
$$\frac{(+1)^q}{(\sqrt{2pa}-c\gamma)^{2n-1-q}} = \frac{(-1)^{2q-2n+1}}{(\sqrt{2pa}-c\gamma)^{2n-1-q}} - \frac{(+1)^q}{(\sqrt{2pa}-c\gamma)^{2n-1-q}}$$
$$= -\frac{2}{(\sqrt{2pa}-c\gamma)^{2n-1-q}}, \quad \mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}+c\gamma}{\sqrt{2pa}-c\gamma} - \mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}-c\gamma}{\sqrt{2pa}+c\gamma} =$$
$$\mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}+c\gamma}{\sqrt{2pa}-c\gamma} + \mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}+c\gamma}{\sqrt{2pa}-c\gamma} = 2\mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}+c\gamma}{\sqrt{2pa}-c\gamma},$$

și însemnând cu log. logaritmii luați în sistemul decimal

$$2\,\mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}+c\gamma}{\sqrt{2pa}-c\gamma}=\frac{-2}{\log e}\log\frac{\sqrt{2pa}-c\gamma}{\sqrt{2pa}+c\gamma}$$

Așa dar, avem în fine:

$$(42)\quad \int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}=\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n)(2n+1)\ldots(2n-3+q)}{1.2.3\ldots(q-1)}$$

$$\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n-2+q}}\frac{2}{(2n-q-1)}\cdot\left[\frac{1}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}}-\frac{1}{(\sqrt{2pa}-c\gamma^{2n-1-q})}\right]$$

$$+\frac{(2n-1)(2n)(2n+1)\ldots.(4n-4)}{1.2.3\ldots(2n-2)}\frac{2}{(2\sqrt{2pa})^{4n-3}}\mathrm{L}\frac{\sqrt{2pa}-c\gamma}{\sqrt{2pa}+c\gamma},$$

sau

$$(42\text{ bis})\quad \int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}=\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n-3+q)}{1.2.3\ldots.(q-1)}$$

$$\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{2n-2+q}}\frac{2}{2n-q+1}\left[\frac{1}{(\sqrt{2pa}+c\gamma)^{2n-1-q}}-\frac{1}{(\sqrt{2pac}-c\gamma)^{2n-1-q}}\right]$$

$$+\frac{(2n-1)(2n)\ldots(4n-4)}{1.2.3\ldots(2n-2)}\cdot\frac{1}{(2\sqrt{2pa})^{4n-3}}\frac{2}{\log e}\log\frac{\sqrt{2pa}-c\gamma}{\sqrt{2pa}+c\gamma}.$$

Aceste integrale intră în expresia lui $\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}X dx$ cu coeficientul

$$-2h^2\cdot\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2n-1)(2n+1)}.$$

28. Să considerăm expresia

$$(2ph)^{2n-1}\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}$$

şi să înlocuim într'însa pe $2p$ cu valoarea sa $\frac{c^2}{a-b}$; vom avea:

$$(2ph)^{2n-1}\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}=\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n-3+q)}{1.2.3\ldots(q-1)}\left(\frac{c^2h}{a-b}\right)^{2n-3}$$

$$\frac{1}{2^{2n-2+q}}\left(\frac{a-b}{c^2a}\right)^{\frac{2n-2+q}{2}}\frac{2}{2n-q-1}\left(\frac{a-b}{c^2a}\right)^{\frac{2n-1-q}{2}}\left(\frac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}\right)+\frac{(2n-1)(2n)(4n-4)}{1.2.3\ldots(2n-2)}\left(\frac{c^2h}{a-b}\right)^{2n-1}\frac{1}{2^{4n-3}}\times$$

$$\times\left(\frac{a-b}{c^2a}\right)^{\frac{4n-3}{2}}\frac{2}{\log e}\log\frac{1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}},$$

şi făcând reducerile şi scoţând de sub semnul Σ factorii care nu depind de q şi care prin urmare sunt comuni,

$$(43)\quad\left\{\begin{array}{l}(2ph)^{2n-1}\displaystyle\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{dx}{(x^2-2pa)^{2n-1}}=-c\sqrt{\frac{a}{a-b}}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1}\\[2ex]\displaystyle\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{2n-1)}{1.}\frac{(2n)\ldots(2n-3+q)}{2.3\ldots(q-1)}\frac{1}{2^{2n-2+1}}\frac{2}{2n-q-1}\times\\[2ex]\times\left(\dfrac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}-\dfrac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}\right)\\[2ex]-c\sqrt{\dfrac{a}{a-b}}\left(\dfrac{h}{a}\right)^{2n-1}\dfrac{(2n-1)(2n)\ldots(4n-4)}{1.2.3\ldots\quad(2n-2)}\cdot\dfrac{1}{2^{4n-3}}\dfrac{2}{\log e}\times\\[2ex]\times\log\dfrac{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}{1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}.\end{array}\right.$$

Când vasul este cilindric, adică când $a=b$, această expresie s'ar părea că devine infinită, din cauza factorului comun $\sqrt{\frac{a}{a-b}}$; e lesne însă a ne convinge că acest factor dispare.

In adevăr, în termenii cuprinşi sub semnul $\sum$, dacă reducem la acelaş numitor fracţiile din paranteză, avem:

$$\frac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}-\frac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}=$$

$$\frac{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}-\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}{\left(1-\gamma^2\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}};$$

desvoltând prin formula binomului pe fiecare din puterile dela numărător, termenii de rang fără soţ vor dispărea şi cei ce vor rămâne vor conţine ca factor comun pe $\sqrt{\frac{a-b}{a}}$, care se va reduce cu factorul comun $\sqrt{\frac{a}{a-b}}$. In termenul din urmă avem:

$$L\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)=\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}-\frac{1}{2}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^3-\frac{1}{4}\gamma\left(\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^4+\ldots$$

$$L\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)=-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}-\frac{1}{2}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^2-\frac{1}{3}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^3-\frac{1}{4}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^4-\ldots$$

făcând diferenţa acestor două expresii, termenii de rang cu soţ dispar; cei ce rămân conţin factorul comun $\sqrt{\frac{a-b}{a}}$ care iarăşi dispare cu $\sqrt{\frac{a}{a-b}}$.

29. Reunind acum toți termenii care intră în expresia lui $V = \int_{-c\gamma}^{+c\gamma} X dx$ și care sunt dați prin formulele (34) și (43), avem în fine:

$$
(44)\quad \begin{cases}
V = \pi c\gamma\left[a^2 - \frac{2}{3}a\,(a-b)\,\gamma^2 + \frac{1}{5}(a-b)^2\gamma^4\right] - 4\,ch\gamma\left[a - \right. \\
\left.\frac{1}{3}(a-b)\gamma^2\right] + 2c\sqrt{\frac{a}{a-b}}\,a^2\sum_{n=2}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\,\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\times \\
\times\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n\ldots.(2n-3+q)}{1.2.3\ldots.(q-1)}\cdot\frac{1}{2^{2n-3+q}} \\
\frac{1}{2n-q-1}\left(\frac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}} - \frac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}\right) \\
+ 2c\sqrt{\frac{a}{a-b}}\,a^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\times \\
\times\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}\frac{(2n-1)(2n)..(4n-4)}{1.2.3\ldots(2n-2)}\cdot\frac{1}{2^{4n-4}}\cdot\frac{1}{\log e}\log\frac{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}.
\end{cases}
$$

Așa dar, volumul căutat se exprimă prin o serie cu două dimensiuni.

In această formulă, precum știm, va trebui să înlocuim pe γ cu $\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$ când nivelul nu trece de gardin, și cu 1 când trece de gardin.

Se poate și aci face observația foarte însemnată că c, jumătatea lungimii vasului, nu intră în expresia lui V decât ca factor comun la puterea întâia, ceeace este de un avantaj nespus în formarea tablelor.

30. Expresia (44) a lui V se poate pune și sub altă formă, înlocuind pe

$$\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{-2n+q+1}\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{-2n+q+1},\ \mathrm{L}\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right),$$

$$\mathrm{L}\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)$$

prin desvoltările lor în serii :

$$\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{-2n+q+1}=\sum_{r=0}^{r=-2n+q+1}(-1)^r\times$$

$$\times\frac{(-2n-q+1)(-2n+q)(-2n+q-1)..(-2n+q-r+2)}{1.....r}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^r,$$

$$\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{-2n+q+1}=\sum_{r=0}^{r=-2n+q+1}$$

$$\frac{-2n+q+1)(-2n+q)(-2n+q-1)..(-2n+q-r+2)}{1.2.3....r}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{n}}\right)^r.$$

$$\mathrm{L}\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)=\sum_{r=0}^{r=\infty}(-1)^r\frac{1}{r+1}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{r+1}$$

$$\mathrm{L}\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)=-\sum_{r=0}^{r=\infty}\frac{1}{r+1}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{r+1}.$$

Făcând diferențele respective ale acestor serii, vom avea, punând $r=2s+1$:

$$\frac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{+2n-q-1}}-\frac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{+2n-q-1}}=$$

$$-2\sum_{s=0}^{s=-n+\frac{q}{2}}\frac{(-2n+q+1)(-2n+q)...(-2n+q+1-2s)}{1.2.3....(2s+1)}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2s+1}$$

$$\mathrm{L}\frac{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}{1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}=+2\sum_{s=0}^{s=\infty}\frac{1}{2s+1}\left(\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2s+1}$$

In aceste serii s trebuie să aibă toate valorile întregi şi pozitive cuprinse între 0 şi $-n+\frac{q}{2}$ pentru cea dintâi, între 0 şi ∞ pentru cea de a doua.

Substituind în (44) vom avea :

$$
(45)\left\{\begin{aligned}
V=\pi c\gamma\left[a^2-\frac{2}{3}a(a-b)\gamma^2+\frac{1}{5}(a-b)^2\gamma^4\right]-4ch\gamma\left[a-\frac{1}{3}(a-b)\gamma^2\right]- \\
-2ca^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5..(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\times \\
\frac{1}{(2n-1)\,(2+n1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}\sum_{q=1}^{q}{}^{2n-2}\frac{(2n-1)\,(2n)\,\ldots\,(2n-3+q)}{1.2.3...(q-1)}\times \\
\frac{1}{2^{2n}-3+q}\cdot\frac{1}{2n-q-1}\times \\
\times\sum_{s=0}^{s=-n+\frac{q}{2}}\frac{(-2n+q+1)\,(-2n+q)\,\ldots\,(-2n+q+1-2s)}{1.2.3....(2s+1)}\,{}^{2s+1}\times \\
\left(\frac{a-b}{a}\right)^s+2ca^2\sum_{n+1}^{n=\infty}\frac{1.3.5.\ldots(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\cdot\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1} \\
\frac{(2n-1)(2n)...(4n-4)}{1.2.3...(2n-2)}\,\frac{1}{2^{4n-5}}\sum_{s=0}^{s=\infty}\frac{1}{2S+1}\,\gamma^{2s+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^s.
\end{aligned}\right.
$$

31. **Verificări.** — Putem verifica deadreptul formulele generale (44) şi (45) în două cazuri particulare.

Mai întâi dacă $h=0$, nivelul lichidului ajunge până la axul vasului, adică umple vasul pe jumătate ; însă dacă în (44) şi (45) facem $h=0$ şi $\gamma=1$, toţi termenii ce conţin pe h dispar şi membrul al doilea se reduce numai la

$$\pi\left[a^2-\frac{2}{3}(a\quad b)a+\frac{1}{5}(a-b)^2\right]=\frac{\pi c}{15}(8a^2+4ab+3b^2),$$

care este tocmai jumătate din expresia lui V dată de formula (9).

Să evaluăm acum volumul de lichid care umple în parte un vas cilindric ; atunci $a=b$.

Fie O secţiunea dreaptă a vasului BC nivelul lichidului ; avem $h=OD$, $a=OB$, $2c=O'O''$.

Volumul lichidului cuprins în vas se poate calcula deadreptul, înmulțind aria segmentului BAC prin lungimea $2c$ a vasului. Insă avem :

segment BAC = sect.OBAC—tr.OBC,

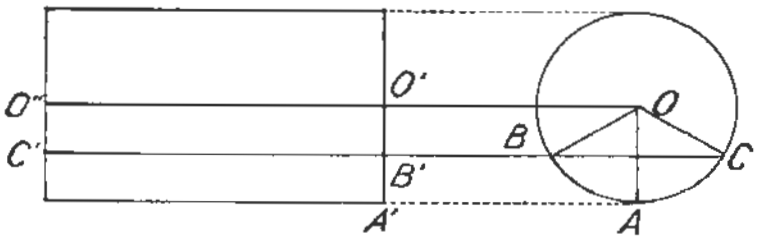


Fig. 13.

și

$$\text{sect. OBAC} = \frac{a^2}{2} \times \text{arc BAC} = a^2 \text{arc BA} = a^2 \text{arc sin} \frac{\text{BD}}{\text{BO}} =$$

$$= a^2 \text{ arc sin} \sqrt{\frac{a^2-h^2}{a}} = a^2 \text{ arc sin} \sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}$$

$$\text{tr. OBC} = 2 \text{ tr. BOD} = \text{OD} \times \text{BD} = h\sqrt{a^2-h^2} = ah\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}};$$

prin urmare

$$\text{segm BAC} = a^2 \text{ arc sin} \sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}} - ah\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}},$$

iar volumul V al lichidului va fi

$$V = 2a^2c \text{ arc sin} \sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}} - 2ach\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}.$$

Insă

$$\text{arc sin} \sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}} = \frac{\pi}{2} - \text{arc sin} \frac{h}{a};$$

deci

$$V = \pi a^2 c - 2a^2 c \text{ arc sin} \frac{h}{a} - 2ach\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}.$$

Să desvoltăm pe arc sin $\frac{h}{a}$ și pe $\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}$ în serii după formulele

$$\text{arc sin}\frac{h}{a}=\frac{h}{a}+\frac{1}{2}\frac{1}{3}\left(\frac{h}{a}\right)^3+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{1}{5}\left(\frac{h}{a}\right)^5+\ldots+\frac{1.3\ldots(2n-1)}{2.4\ldots(2n)}\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}+\ldots,$$

$$\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^2-\frac{1.1}{2.4}\left(\frac{h}{a}\right)^4-\frac{1.1.3}{2.4.6}\left(\frac{h}{a}\right)^6-\ldots-\frac{1.1.3\ldots(2n-3)}{2.4.6\ldots(2n)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n}-\ldots.$$

Snbstituind în valoarea lui V avem:

$$V=\pi a^2c-2a^2c\left[\frac{h}{a}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\left(\frac{h}{a}\right)^3+\frac{1.3}{2.4}\frac{1}{5}\left(\frac{h}{a}\right)^5+\ldots+\frac{1.3\ldots(2n-1)}{2.4\ldots(2n)}\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}+\ldots\right]$$

$$-2a^2c\left[\frac{h}{a}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3-\frac{1.1}{2.4}\left(\frac{h}{a}\right)^5-\ldots-\frac{1.1.3\ldots(2n-3)}{2.4.6\ldots(2n)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}-\ldots\right],$$

și reducând termenii asemeni

$$V=\pi a^2c-\frac{1}{2}ach+\frac{1}{2}a^2c\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1.3}\left(\frac{h}{a}\right)^3+\frac{1.3}{2.4}\frac{1}{3.5}\left(\frac{h}{a}\right)^5+\ldots+\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}+\ldots\right]$$

sau prin o notație prescurtată,

$$(46)\quad V=\pi a^2c-\frac{1}{2}ach+\frac{1}{2}a^2c\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}.$$

Să găsim acum valoarea lui V plecând dela formula generală (45); va trebui să facem într'însa $a=b$, $\gamma=1$; atunci, în expresiile

$$\sum_{s=0}^{s=-n+\frac{q}{2}}\frac{(-2n+q+1)\,(-2n+q)\ldots(-2n+q+1-2s)}{1.2.3\ldots(2s+1)}\gamma^{2s+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^s,$$

$$\sum_{s=0}^{s=\infty}\frac{1}{2s+1}\gamma^{2s+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^s,$$

va fi deajuns să considerăm numai termenii în care $s=0$, căci toți ceilalți sunt nuli, din cauza factorului nul $a—b$; acele expresii se redne dar la

$$—(2n—q—1) \text{ și } 1;$$

iar valoarea lui V la

$$V=\pi a^2c—4ach—2a^2c\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5...(2n—1)}{2.4.6...(2n)}\frac{1}{(2n—1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$
$$\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n—1)(2n)...(2n—3+q)}{1.2.3...(q—1)}\frac{1}{2^{2n-3+q}}\frac{2}{2n—q—1}\cdot\frac{(—2n+q+1)}{1}\cdot$$
$$+2a^2c\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5...(2n—1)}{2.4.6...(2n)}\frac{1}{(2n—1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$
$$\frac{(2n—1)(2n)...(4n—4)}{1.2.3...(2n—2)}\frac{1}{2^{4n-5}},$$

care se poate scrie mai scurt

$$(47)\quad V=\pi a^2c—4ach+4a^2c\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5...(2n—1)}{2.4.6...(2n)}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$
$$\sum_{q=1}^{q=2n-1}\frac{(2n—1)(2n)...(2n-3+q)}{1.2.3....(q—1)}\cdot\frac{1}{2^{2n-3+q}}.$$

Să demonstrăm că

$$(48)\quad \sum_{q=1}^{q=2n-1}\frac{(2n—1)(2n).....(2n—3+q)}{1.2.3.....(q—1)}\frac{1}{2^{2n-3+q}}=1.$$

Insemnând cu A primul membru al acestei ecuații, avem:

$$A=\frac{1}{2^{2n-2}}+\frac{2n—1}{1}\frac{1}{2^{2n-1}}+\frac{(2n—1)(2n)}{1.2}\frac{1}{2^{2n}}+$$
$$+\frac{(2n—1)(2n)(2n+1)}{1.2.3}\frac{1}{2^{2n+1}}+....+\frac{(2n—1)(2n)....(4n—4)}{(1.2.3...(2n—2)}$$
$$\frac{1}{2^{4n-4}}=\frac{1}{2^{4n-4}}\left|\frac{(2n—1)(2n)...(4n—4)}{1.2.3...(2n—2)}+\frac{(2n—1)(2n)...(4n—5)}{1.2.3...(2n—3)}+\right.$$
$$+2^2\frac{(2n—1)(2n)....(4n—6)}{1.2.3....(2n—4)}+....+2^{2n-4}\frac{(2n—1)(2n)}{1.2}$$
$$\left.+2^{2n-3}\frac{2n—1}{1}+2^{2n-2}\right|.$$

$$= \frac{1}{2^{4n-1}}\left[C_{4n-4}^{2n-2}+2\,C_{4n-5}^{2n-3}+2^2C_{4n-6}^{2n-4}+2^3C_{4n-7}^{2n-5}+\ldots.\right.$$
$$\left.+2^{2n-4}C_{2n}^{2}+2^{2n-3}C_{2n-1}^{1}+2^{2n-2}C_{2n-2}^{0}\right]$$

în care C_m^n însemnează numărul de combinări ce se poate face cu m obiecte n câte n; facem încă convenția ca C_m^0 să însemneze 1.

Se știe că

(a) $$C_m^n = C_m^{m-n},\ C_m^n = C_{m-1}^n + C_{m-1}^{n-1},$$

(b) $$C_m^0 + C_m^1 + C_m^2 + C_m^3 + \ldots + C_m^m = 2^m$$

După formulele (a) vom putea scrie:

$$C_{4n-4}^{2n-2} = C_{4n-4}^{2n-2}$$
$$2C_{4n-4}^{2n-3} = C_{4n-4}^{2n-3} + C_{4n-4}^{2n-1} = 2C_{4n-5}^{2n-3} + 2C_{4n-5}^{2n-4}$$
$$2C_{4n-4}^{2n-4} = C_{4n-4}^{2n-4} + C_{4n-4}^{2n} = 2C_{4n-5}^{2n-4} + 2C_{4n-5}^{2n-5}$$
$$2C_{4n-4}^{2n-5} = C_{4n-4}^{2n-5} + C_{4n-4}^{2n-1} = 2C_{4n-5}^{2n-5} + 2C_{4n-5}^{2n-6}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$2C_{4n-4}^{3} = C_{4n-4}^{3} + C_{4n-4}^{4n-7} = 2C_{4n-5}^{3} + 2C_{4n-5}^{2}$$
$$2C_{4n-4}^{2} = C_{4n-4}^{2} + C_{4n-4}^{4n-6} = 2C_{4n-5}^{2} + 2C_{4n-5}^{1}$$
$$2C_{4n-4}^{1} = C_{4n-4}^{1} + C_{4n-4}^{4n-5} = 2C_{4n-5}^{1} + 2C_{4n-5}^{0}$$
$$2C_{4n-4}^{0} = C_{4n-4}^{0} + C_{4n-4}^{4n-4} = 2C_{4n-5}^{0}$$

Adunând aceste ecuațiuni membru cu membru și reducând primul membru cu ajutorul ecuației (*b*), avem:

(*c*) $$2^{4n-4} = C_{4n-4}^{2n-2} + 2C_{4n-5}^{2n-3} + 2^2\left[C_{4n-5}^{2n-4} + C_{4n-5}^{2n-5} + C_{4n-6}^{2n-6} + \ldots\right.$$
$$\left. + C_{4n-5}^{2} + C_{4n-5}^{1} + C_{4n-5}^{0}\right].$$

Insă avem ecuațiile:

$$C_{4n-5}^{2n-4} = C_{4n-6}^{2n-4} + C_{4n-6}^{2n-5}$$
$$C_{4n-5}^{2n-5} = C_{4n-6}^{2n-5} + C_{4n-6}^{2n-6}$$
$$C_{4n-5}^{2n-6} = C_{4n-6}^{2n-6} + C_{4n-6}^{2n-7}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$C_{4n-5}^{2} = C_{4n-6}^{2} + C_{4n-6}^{1}$$
$$C_{4n-5}^{1} = C_{4n-6}^{1} + C_{4n-6}^{0}$$
$$C_{4n-5}^{0} = C_{4n-6}^{0}$$

și adunând,

$$C_{4n-5}^{2n-4} + C_{4n-5}^{2n-5} + C_{4n-5}^{2n-6} + \ldots + C_{4n-5}^{2} + C_{4n-5}^{1} + C_{4n-5}^{0} = C_{4n-6}^{2n-4} + 2\left(C_{4n-6}^{2n-5} + C_{4n-6}^{2n-6} + \ldots + C_{4n-6}^{2} + C_{4n-6}^{1} + C_{4n-6}^{0}\right);$$

substituind în (c), dobândim:

$$(d)\quad 2^{4n-4} = C_{4n-4}^{2n-2} + 2C_{4n-5}^{2n-3} + 2^2 C_{4n-6}^{2n-4} + 2^3\left(C_{4n-6}^{2n-5} + C_{4n-6}^{2n-6} + \ldots + C_{4n-6}^{2} + C_{4n-6}^{1} + C_{4n-6}^{0}\right)$$

Tot asemenea vom avea:

$$\begin{aligned}
C_{4n-6}^{2n-5} &= C_{4n-7}^{2n-5} + C_{4n-7}^{2n-6} \\
C_{4n-6}^{2n-6} &= C_{4n-7}^{2n-6} + C_{4n-7}^{2n-7} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
C_{4n-6}^{2} &= C_{4n-7}^{2} + C_{4n-7}^{1} \\
C_{4n-6}^{1} &= C_{4n-7}^{1} + C_{4n-4}^{0} \\
C_{4n-6}^{0} &= C_{4n-7}^{0},
\end{aligned}$$

din care

$$C_{4n-6}^{2n-5} + C_{4n-6}^{2n-6} + \ldots + C_{4n-6}^{2} + C_{4n-6}^{1} + C_{4n-6}^{0} = C_{4n-7}^{2n-5} + 2\left[C_{4n-7}^{2n-6} + C_{4n-7}^{2n-7} + \ldots + C_{4n-7}^{2} + C_{4n-7}^{1} + C_{4n-7}^{0}\right],$$

și substituind în (d),

$$2^{4n-4} = C_{4n-4}^{2n-2} + 2C_{4n-5}^{2n-3} + 2^2 C_{4n-6}^{2n-4} + 2^3 C_{4n-7}^{2n-5} + 2^4\left(C_{4n-7}^{2n-6} + C_{4n-7}^{2n-7} + \ldots + C_{4n-7}^{2} + C_{4n-7}^{1} + C_{4n-7}^{0}\right).$$

Continuând astfel, vom ajunge în fine la formula

$$2^{4n-4} = C_{4n-4}^{2n-2} + 2C_{4n-5}^{2n-3} + 2^2 C_{4n-6}^{2n-4} + 2^3 C_{4n-7}^{2n-5} + \ldots + 2^{2n-4} C_{2n}^{2} + 2^{2n-3} C_{2n-1}^{1} + 2^{2n-2} C_{2n-2}^{0},$$

în virtutea căreia valoarea lui A se reduce la 1; Formula (48) este dar demonstrată.

Combinând această ecuație cu (47), dedusă din formula generală (45) dăm tocmai peste formula (46), găsită deadreptul.

33. **Calculul limitelor inferioare și superioare a restului seriei** (44).

Se poate găsi expresiunea limitei superioare a sumei unui număr oarecare de termeni oarecare ai seriei

$$+2ca^2\sqrt{\frac{a}{a-b}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6....(2n)}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$

$$\sum_{q=1}^{q=2n-2}\frac{(2n-1)(2n)....(2n-3+q)}{1.2.3...(q-1)}\cdot\frac{1}{2^{2n-3+q}}\cdot\frac{1}{2n-q-1}$$

$$\times\left[\frac{1}{\left(1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}-\frac{1}{\left(1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}\right)^{2n-1-q}}\right]$$

$$+2ca^2\sqrt{\frac{a}{a-b}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6....(2n)}\frac{1}{(2n-1)((2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$

$$\frac{(2n-1)(2n)....(4n-4)}{1.2.3....(2n-2)}\frac{1}{4n-4}-\frac{1}{\log e}\log\frac{1+\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}}{1-\gamma\sqrt{\frac{a-b}{a}}},$$

care figurează în valoarea (44) a lui V. Acești termeni, după formula (32) provin din integrarea între limitele $x=-c\gamma$ și $x=+c\gamma$ a diferenței următoare:

$$-S=-h^2\left[\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\frac{\xi^{2n-1}}{2n+1}-\sum_{n-1}^{n=\infty}\frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\frac{\xi^{2n-1}}{2n-1}\right]$$

în care

$$\xi=\frac{2ph}{2pa-v^2}$$

Insă toate valorile lui x fiind cuprinse între $-c\gamma$ și $+c\gamma$, este evident că avem:

$$\frac{2ph}{2pa-c^2\gamma^2}>\frac{2ph}{2pa-x^2},$$

sau

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa-c^2\gamma^2)^{2n-1}}>\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa-x^2)^{2n-1}}$$

înlocuind pe $2p$ cu $\frac{c^2}{a-b}$ și reducând factorii comuni,

$$\frac{h^{2n-1}}{[a-\gamma^2(a-b)]^{2n-1}} > \frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa-x^2)^{2n-1}}$$

Când nivelul nu trece de gardin, $\gamma = \sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$; atunci

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2qa-x^2)^{2n-1}} < \frac{h^{2n-1}}{[a-(a-h)]^{2n-1}},$$

sau

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa-x^2)^{2n-1}} < 1,$$

și prin urmare

$$\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} \frac{(2ph)^{2n-1}dx}{(2pa-x^2)^{2n-1}} < 2c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}.$$

Dacă nivelul trece de gardin, $\gamma=1$, și atunci

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa-x^2)^{2n-1}} < \left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1}$$

de unde

$$\int_{-c}^{+c} \frac{(2ph)^{2n-1}dx}{(2pa-x^2)^{2n-1}} < 2c\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1}$$

Fie

$$S_1 = +h^2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)} \frac{\xi^{2n-1}}{2n+1},\quad S_2 = -h^2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)} \frac{\xi^{2n-1}}{2n-1}$$

Vom avea: pentru $\gamma = \sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$,

$$\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_1\,dx < +2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{1}{2n+1},$$

$$\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_2\,dx < +2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\frac{1}{2n-1};$$

pentru $\gamma=1$

$$\int_{-c}^{+c} S_1\,dx < +2ch^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1},$$

$$\int_{-c}^{+c} S_2\,dx < +2ch^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n-1}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1}$$

Insă avem : $\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n+1} = \arcsin(1) - 1 =$

$$\frac{\pi}{2} - 1 = 0{,}570796\ldots,\quad \sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3\ldots(2n-1)}{2.4\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1} =$$

$$\frac{b^2}{h^2}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n+1} = \frac{b^2}{h^2}\left[\arcsin\left(\frac{h}{b}\right) - \frac{h}{b}\right].$$

$$\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n-1} = \sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.1.3.5\ldots(2n-3)}{2.4.6\ldots(2n)} = 1,$$

$$(50)\quad \sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\cdot\frac{1}{2n-1}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1} = \sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.1.3.5\ldots(2n-3)}{2.4.6\ldots(2n)}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n-1}$$

$$= \frac{b}{h}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.1.3\ldots(2n-3)}{2.4.6\ldots(2n)}\left(\frac{h}{b}\right)^{2n} = \frac{b}{h}\left[\sqrt{1-\frac{h^2}{b^2}} - 1\right];$$

prin urmare, pentru $\gamma = \sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$,

$$\int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_1\,dx < \left(\frac{\pi}{2}-1\right) 2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}} \qquad \int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_2 dx < 2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}};$$

și pentru $\gamma = 1$,

$$\int_{-c}^{+c} S_1\,dx < 2cb^2\left[\arcsin\left(\frac{h}{b}\right) - \frac{h}{b}\right], \quad \int_{-c}^{+c} S_2 dx < 2cbh\left[\sqrt{1-\frac{h^2}{b^2}} - 1\right].$$

Să zicem că în seriile S_1 și S_2 nu am lua decât un număr finit ν, de termeni, și să însemnăm cu $S_1^{(\nu)}$ și $S_2^{(\nu)}$ sumele acestor ν termeni; atunci

$$\int S_1 dx = \int S_1 dx + R_1, \quad \int S_2 dx = \int S_2^{(\nu)} dx + R_2,$$

R_1 și R_2 fiind eroarea provenită din termenii neglești. Vom avea, pentru $\gamma = \sqrt{\frac{a-h}{a-b}}$,

$$R_1 < \left(\frac{\pi}{2}-1\right).\, 2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}} - \int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_1^{(\nu)} dx,$$

$$R_2 < 2ch^2\sqrt{\frac{a-h}{a-b}} - \int_{-c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}}^{+c\sqrt{\frac{a-h}{a-b}}} S_2^{(\nu)}\,dx;$$

şi pentru $\gamma = 1$

$$(52)\quad R_1 < 2\,cb^2\left[\arcsin\left(\frac{h}{b}\right) - \frac{h}{b}\right] - \int_{-c}^{+c} S_1^{(\nu)}\,dx,$$

$$R_2 < 2\,cbh\left[\sqrt{1-\frac{h^2}{b^2}}\,1 - \right] - \int_{-c}^{+c} S_2^{(\nu)}\,dx.$$

Aceste formule permit a calcula limita superioară a erorii comise când în evaluarea volumului V nu am lua decât un număr ν de termeni din fiecare din seriile S_1 şi S_2.

33. Prin un calcul analog putem găsi şi o limită inferioară a acestei erori.

Avem :

$$\frac{2ph}{2pa - x^2} > \frac{2ph}{2pa},$$

de unde

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa - x^2)^{2n-1}} > \left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1}$$

şi

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} \frac{(2ph)^{2n-1}dx}{(2pa - x^2)^{2n-1}} > 2c\gamma\left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1}$$

Aşa dar

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_1\,dx > 2ch^2\gamma \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6....(2n)}\,\frac{1}{2n+1}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1},$$

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_2 dx > 2ch^2\gamma \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\,\frac{1}{2n-1}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1},$$

sau în virtutea formulelor (50)

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_1 dx > 2ca^2\gamma\left[\arcsin\left(\frac{h}{a}\right) - \frac{h}{a}\right],$$

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_2 dx > 2cah\gamma\left[\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}} - 1\right],$$

din care scoatem ca și mai sus,

$$(53)\quad R_1 > 2ca^2\gamma\left[\operatorname{arc\,sin}\left(\frac{h}{a}\right)-\frac{h}{a}\right]-$$

$$-\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_1^{(v)}dx,\ R_2 > 2cah\gamma\left[\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}-1\right]-\int_{-c\gamma}^{+c\gamma} S_2^{(v)}\,dx.$$

34. Din toate acestea rezultă că problema determinării golurilor vaselor este rezolvată, în ipoteza că doaga este parabolică. Când dimensiunile a, b, c, h ale volumului vor fi măsurate, formula (44) sau (45) ne va da pe V, și formulele (52) și (53) ne vor face cunoscută limita erorii comise în evaluarea seriilor ce intră în valoarea lui V.

Formulele (44) sau 45), deși destul de complicate, s'ar putea reduce în table care, fără să fie prea voluminoase ar da volumul căutat cu o aproximațiune îndestulătoare pentru trebuințele practice.

Altă expresie a volumului golului găsită prin desvoltarea lui $\frac{(2pa)^{2n-1}}{(2pa-x^2)^{2n-1}}$ în expresia (33) a lui X:

$$V=\pi c\gamma\left[a^2-\frac{2}{3}a(a-b)\gamma^2+\frac{1}{5}(a-b)^2\gamma^4\right]-$$

$$-4ch\gamma\left[a-\frac{1}{3}(a-b)\gamma^2\right]$$

$$+4ca^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\cdot\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$

$$\sum_{q=0}^{q=\infty}\frac{(2n-1)(2n)....(2n+q-2)}{1.2.3.....q}\cdot\frac{\gamma^{2q+1}}{2q+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^q$$

DESPRE MĂSURA CAPACITĂȚII BUȚILOR.

Memoriu suplimentar.

35. Se poate găsi și o a treia formă pentru expresia volumului de lichid care umple în parte un vas.

Am găsit (23, 24)

$$V = \int_{-c_1}^{+c_1} X dx,$$

$$X = \frac{\pi h^2}{2} \frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2h^2} - 2h^2 \frac{2pa - x^2}{2ph} + 2h^2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa - x^2)^{2n-1}}$$

Insă

$$\frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa - x^2)^{2n-1}} = \frac{(2ph)^{2n-1}}{(2pa)^{2n-1}\left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{2n-1}} = \left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1} \left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{-(2n-1)}$$

prin urmare

$$X = \frac{\pi h^2}{2} \frac{(2pa - x^2)^2}{4p^2h^2} - 2h^2 \frac{2pa - x^2}{2ph} + 2h^2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6....(2n)} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \left(\frac{h}{a}\right)^{2n-1} \left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{(2n-1)}.$$

Deoarece $x^2 < 2pa$ pentru toată întinderea vasului, putem desvolta în serie pe $\left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{-(2n-1)}$ după formula binomului, ceea ce dă:

$$\left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{-(2n-1)} = 1 + \frac{2n-1}{1} \frac{x^2}{2pa} + \frac{(2n-1)(2n)}{1.2} \frac{x^4}{(2pa)^2} + \frac{(2n-1)(2n)(2n+1)}{1.2.3.} \frac{x^6}{(2pa)^3} + \ldots + \frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n+q-2)}{1.2.3\ldots q} \frac{x^{2q}}{(2pa)^q} + \ldots$$

sau

$$\left[1 - \frac{x^2}{2pa}\right]^{-(2n-1)} = \sum_{q=0}^{q=\infty} \frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n+q-2)}{1.2.3\ldots q} \frac{x^{2q}}{(2pa)^q}$$

Inmulțind această ecuație cu dx și integrând între limitele $-c\gamma$ și $+c\gamma$, avem :

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\left[1-\frac{x^2}{2pa}\right]^{(2n-1)}dx=2\sum_{q=0}^{q=\infty}\frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n+q-2)}{1.2.3\ldots q}\frac{(c\gamma)^{2q+1}}{(2q+1)(2pa)^q}$$

Insă $2pa=\frac{c^2a}{a-b}$; prin urmare $\frac{(c\gamma)^{2q+1}}{(2pa)^q}=\frac{(c\gamma)^{2q+1}}{\left(\frac{c^2a}{a-b}\right)^q}=c\gamma^{2q+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^q$.

Substituind și punând factorul comun c afară din semnul Σ, avem :

$$\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\left(1-\frac{x^2}{2pa}\right)^{(2n-1)}dx=2c\sum_{q=0}^{q=\infty}\frac{(2n-1)(2n)\ldots(2n+q-2)}{1.2.3\ldots q}\frac{\gamma^{2q+1}}{2q+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^q.$$

De altă parte am găsit (26) valorile integralelor

$$\frac{\pi h^2}{2}\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}\frac{(2pa-x^2)^2}{4p^2h^2}\,dx \text{ și } -2h^2\int_{-c\gamma}^{+\gamma}\frac{2pa-x^2}{2ph}\,dx;$$

așa dar

$$(54)\quad V=\int_{-c\gamma}^{+c\gamma}X\,dx=\pi c\gamma\left[a^2-\frac{2}{3}a(a-b)\gamma^2+\frac{1}{5}(a-b)^2\gamma^4\right]-$$

$$-4ch\gamma\left[a-\frac{1}{3}(a-b)\gamma^2\right]+4ca^2\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots(2n)}\times$$

$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}\sum_{q=0}^{q=\infty}\frac{2n-1)(2n\ldots(2n+q-2)}{1.2.3\ldots q}\frac{\gamma^{2q+1}}{2q+1}\left(\frac{a-b}{a}\right)^b.$$

Se va putea întrebuința pentru calculul lui V, oricare din formulele (44), (45) sau (54); se va prefera aceea care după împrejurări va prezenta cele mai mari facilități pentru calcul.

Limitele (51), (52) și (53) ale resturilor sunt aplicabile și formulei (54).

Dacă $a=b$, $\gamma=1$, formula (54) se reduce la

$$V=\pi a^2c-4ach+4a^2c\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6....(2n)}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\left(\frac{h}{a}\right)^{2n+1}$$

care este chiar expresia (46), găsită deadreptul.

36. Pentru a reduce în table formula (44), sau (45) sau (54), înlocuim pe a, b, c, h cu valorile lor în funcție de dimensiunile măsurate ale lichidului. Dacă v este diametrul vranei, f al fundului, l lungimea vasului și i înălțimea lichidului în vas, avem :

$$a=\frac{v}{2},\ b=\frac{f}{2},\ c=\frac{l}{2},\ h=\frac{v}{2}-i.$$

Substituind aceste valori în ecuațiile (44), (45 și (54)) și punând pe v factor comun, acele ecuații vor lua forma :

$$V=\pi l\, v^2\varphi\left(\frac{f}{v},\ \frac{i}{v}\right),$$

în care φ este un factor cunoscut ce se exprimă prin o serie cu două sau trei dimensiuni ; de aci

$$\log. V=\log(\pi l)+\log(v^2)+\log\varphi\left(\frac{f}{v},\ \frac{i}{v}\right)$$

Tablele roșii dau $\log(\pi l)$. O tablă, însemnată pe margine cu o dungă neagră și una roșie, dă $\log(v^2)$; în o coloană verticală se caută numărul de centimetri cuprins în v, și alături se găsesc $\log(v^2)$.

Cât pentru $\log\varphi\left(\frac{f}{v},\ \frac{i}{v}\right)$, el e dat *prin o tablă însemnată cu o dungă galbenă. Această tablă e cu două intrări* : în primul rând orizontal de sus se caută raportul $\frac{i}{v}$, dacă e mai mic de 0, 500 ; iar dacă e mai mare decât 0,500, în primul rând orizontal de jos ; raportul $\frac{f}{v}$ se caută în prima coloană verticală dela stânga ; la încrucișarea coloanei verticale ce trece prin $\frac{i}{v}$ cu rândul orizontal ce trece prin $\frac{f}{v}$ se găsește $\log\varphi\left(\frac{f}{v},\ \frac{i}{v}\right)$.

Adunând acest logaritm cu $\log(\pi l)$ și cu $\log(a^2)$, găsite în tablele precedente, se află $\log V$, și tablele negre vor da atunci chiar pe V, dacă raportul $\frac{i}{v}$ l-am găsit în primul rând *de sus* al tablei galbene; dacă însă acest raport l-am găsit în primul rând *de jos* al acestei table, va trebui ca valoarea găsită pentru V să o scădem din volumul total al vasului, aflat în modul știut (19). In adevăr, dacă $\frac{i}{v}$ e mai mare de 0,500, nivelul D al lichidului trece de jumătatea vasului. Insă, după dispoziția adoptată, tablele galbene dau logaritmul lui $\varphi\left(\frac{f}{v}, \frac{i}{v}\right)$ pentru înălțime BC=AD, și pentru a găsi volumul corespunzător la înălțimea BD, va trebui să scădem volumul aflat din volumul total ala vasului.

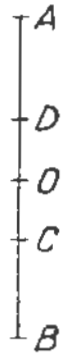


Fig. 14.

Calculul tablelor galbene fiind foarte anevoie de făcut, era necesar a le reduce pe cât se poate întinderea lor; de aceea nu sunt calculate decât pentru valorile raporturilor $\frac{i}{v}$ și $\frac{f}{v}$ din 0,005 în 0,005, ceea ce permite a calcula volumul golului cu o aproximație de $\frac{1}{200}$, îndestulătoare pentru trebuințele practicei. Apoi raportul este introdus numai între limitele 0,650, și 1,000, căci e prea rar ca vasele să aibă o curbură mai mare de 0,650. Cu modul acesta, tablele galbene nu vor cuprinde decât 14 pagini imprimate în 8^0.

S'ar putea face astfel ca *să se poată calcula volumul golului* deadreptul și când $\frac{i}{v}$ e mai mare de 0,500, fără a mai scădea din volumul total al vasului: atunci tablele galbene ar avea o întindere îndoită. Cred că această dispoziție ar fi preferabilă, căci ar scurta operațiunile pentru cei ce au a se servi de table, fără a îngreuia considerabil construcția lor.

Cât pentru calculul valorii raporturilor $\frac{i}{v}$ și $\frac{f}{v}$, s'ar putea proceda în două moduri: primul ar fi să se adauge câte trei nule la numărul de centimetri cuprins în i și f, să se împartă cu nu-

mărul de centimetri al lui v și să se caute în tablele galbene aceste cături : Acest calcul nu ar fi prea greu de executat, căci ar da loc numai la niște împărțiri de întregi. Al doilea mijloc ar fi de a căuta în tablele roșii pe i, f, v ; de a lua numerile ce se află alături, și de a scădea numărul corespunzător la v din cele corespunzătoare la i și f ; cu modul acesta aflăm logaritmii rapor-turilor $\frac{i}{v}$ și $\frac{f}{v}$. In adevăr tablele roșii dau logaritmii produselor πi, πf, πv, și avem :

$$\log \pi i - \log \pi v = \log \frac{\pi i}{\pi v} = \log \frac{i}{v}$$

$$\log \pi f - \log \pi v = \log \frac{\pi f}{\pi v} = \log \frac{f}{v}$$

In cazul acesta, în primele rânduri orizontale și în prima coloană verticală a tablelor galbene ar trebui să se însereze nu chiar raporturile $\frac{i}{v}$ și $\frac{f}{v}$ ci logaritmii lor. Acest de al doilea mod ar avea asupra celui precedent avantajul că ar înlocui două împărțiri prin două scăderi ; însă reclamă o căutare mai mult în table.

In ceeace privește dispoziția tablelor de goluri, vom examina chestiunea mai de aproape, pentru a le face cât mai practice se va putea.

37. Aci e locul a face o observație foarte importantă în privința aproximației ce trebuie realizată în construcția tablelor.

Fie

$$V = F(a, b, c, h),$$

expresia volumului de lichid în funcție de dimensiunile a, b, c, h, F este o funcție omogenă și de gradul al treilea în a, b, c, h.

Să presupunem că în măsurarea lungimilor a, b, c, h se comit erorile δa, δb, δc, δh : diferența ce va proveni din aceasta în valoarea lui V va fi

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial a} \delta a + \frac{\partial V}{\partial b} \delta b + \frac{\partial V}{\partial c} \delta c + \frac{\partial V}{\partial h} \delta h.$$

Fie δq cea mai mare valoare a erorilor δa, δb, δc, δh; atunci valoarea maximă a lui δV este

$$\left(\frac{\partial V}{\partial a} + \frac{\partial V}{\partial c} + \frac{\partial V}{\partial c} + \frac{\partial V}{\partial h} \right) \delta q.$$

Insă formulele (1), (2), (9), (10) sunt toate de forma

$$V = cf(a, b),$$

de unde

$$\frac{\partial V}{\partial c} = \frac{V}{c}$$

prinurmare valoarea maximă a lui δV se poate pune sub forma

$$\frac{V}{c} \delta q + \left(\frac{\partial V}{\partial a} + \frac{\partial V}{\partial b} \right) \delta q.$$

Derivatele parțiale $\frac{\partial V}{\partial a}$ și $\frac{\partial V}{\partial b}$ scoase din formulele (1), (2), (9), (10) sunt pozitive; așa dar δV poate să fie mai mare decât $\frac{V}{c} \delta a$, adică

$$\delta V \gtreqless \frac{V}{c} \delta q$$

Așa dar chiar supozând că formula întrebuințată pentru calculul lui V este riguros exactă, eroarea relativă introdusă în valoarea lui V din cauza erorilor de măsurat este proporțională cu aceste erori cu volumul total și invers proporțională cu lungimea vasului; și aceasta este adevărat oricare ar fi formula întrebuințată pentru calculul lui V.

Dacă dimensiunile sunt măsurate cu aproximația $0^m,005$, precum am făcut în tablele ce construesc, și dacă lungimea vasului este de $1^m,0$ avem.

$$\delta V \gtreqless 0{,}01 \text{ V},$$

adică eroarea relativă poate să treacă peste 1 diu volumul total. Cu aproximația de $0^m,01$ în măsura dimensiunilor, am fi găsit pentru același vas:

$$\delta V \gtreqless 0{,}02 \text{ V}.$$

De aci se vede cât de important este a se măsura dimensiunile cu o mai mare exactitate. Aceasta m'a şi făcut a calcula tablele din 0"',005 în 0"',005, care este cea mai mare aproximaţie pe care practica poate să o dea în măsuri de natura acestora.

Tot de aci vine că în calculul tablelor albe şi galbene m'am mulţumit cu aproximaţia 0,001 şi 0,005 din volumul total; căci erorile provenite din cantităţile neglese sunt mult mai mici decât cele ce pot proveni din neexactitatea măsurătorilor.

Eroarea absolută e dată prin formula

$$\delta V < \frac{V}{c}\,\delta q + \left(\frac{\partial v}{\partial a} + \frac{\partial V}{\partial b}\right)\delta q.$$

Substituind în locul lui $\frac{\partial V}{\partial a}$ şi $\frac{\partial V}{\partial b}$ valorile lor trase din formulele (1), (2), (9), (10), vom vedea că membrul al doilea creşte împreună cu a, b, c; aşa dar eroarea absolută creşte împreună cu dimensiunile vasului, pe când eroarea relativă am văzut că descreşte când c creşte.

3.

Cercetări asupra părții financiare a proiectului de răscumpărare a căilor ferate

1880

NOTIȚĂ ISTORICĂ

Lucrarea ce urmează fiind în legătură cu răscumpărarea căilor ferate, socotim că e necesar să arătăm, în trăsături principale, cum s'a desfășurat chestiunea construirii căilor ferate în România dela început până la momentul când apare scrierea lui Sp. Haret.

Cea dintâi linie s'a făcut în țara noastră de o asociație străină, începând lucrarea în timpul domniei lui Cuza și terminând-o în 1869. Este linia București-Giurgiu.

Nevoile economice ale țării cereau imperios crearea și a altor linii de comunicație. Propuneri veneau destule din partea multor asociațiuni străine. Condițiunile lor erau, în genere, destul de grele față de slabele mijloace ale Statului din vremea aceea; influențe politice externe se încrucișau cu luptele politice interne. În cele din urmă, în anul 1868, după ce parlamentul și guvernul, în diferitele lor formațiuni, au examinat propunerile, s'a ajuns la votarea unei legi și apoi convențiuni, promulgate cu decretul domnesc Nr. 1516 din 21 Septembrie 1868.

Dăm legea din 21 Sept. 1868:

„Se declară de utilitate publică construirea unei rețele de căi ferate coprinzând următoarele secții: I. *Suceava — Roman cu un ram la Botoșani și altul la Iași*; II. *Roman — Galați cu un ram Tecuci — Bârlad*; III. *Galați — Brăila — Buzău — Ploești — București*; IV. *București — Pitești — Slatina — Craiova — Turnu-Severin Vârciorova. Construirea și exploatarea secției I se concede d-lui Cavaler de Offenheim*; *construirea secțiilor II, III și IV ducelui de Ujest principe de Hohenlohe, ducelui de Ratibor, comitelui de Lehndorff și d-rului B. H. Strussberg*". („Monitorul Oficial" Nr. 214 — din 1868).

Iată principalele dispoziții ale Convenției:

„Între guvernul M. S. Domnitorului României și între concesionari:

Ducele de Ujest, ducele de Ratibor, Contele Lehndorf și dr. Strussberg s'a încheiat convenția următoare.:

„§ 1. Guvernul român acordă întreprinzătorilor indicați concesiunea pentru a construi și exploata căile ferate următoare: *Roman — Tecuci — Galați*; *Tecuci — Bârlad*; *Galați — Brăila — Buzău — Ploești — București*; *București — Pitești — Slatina Craiova — Turnu-Severin — Vârciorova.*

„§ 3. Concesionarii își rezervă dreptul de a alege liniile pe cari vor voi să înceapă lucrările de construcțiune. Ei se îndatorează a procede la fixarea traseului și la elaborarea planurilor în termen de șase săptămâni și a prezenta guvernului român cel mult în patru luni proiectele preliminarii.

„Guvernul se obligă a aproba sau respinge zisele proiecte... La caz de respingere și în lipsă de coînțelegere către ambele părți hotărîrea unui tribunal arbitral

va decide dacă şi în ce mod proiectele respinse vor trebui a se modifica... Dacă arbitrii nu se vor înţelege, preşedintele Curţii de Casaţiune va numi pe supra-arbitru.

„§ 6. Concesionarii sunt obligaţi a începe construcţiunea până în şase săptămâni după primirea planurilor aprobate şi după obţinerea permisiunii de a începe lucrările. Liniile Roman — Tecuci — Galaţi să fie gata terminate şi date în circulaţie în trei ani; Galaţi — Brăila — Buzău — Ploeşti — Bucureşti în doi ani şi jumătate; Bucureşti — Piteşti — Vârciova în trei ani.

„§ 7. Capitalul necesar pentru construirea căilor ferate arătate în § 1 este fixat la suma de 270.000 franci capital nominal în obligaţiuni de căi ferate pentru un kilometru de cale ferată.

„§ 8. Concesionarii vor forma o companie care va avea scopul şi dreptul de a-şi procura fondurile necesare la construcţiunea tuturor căilor ferate prin obligaţiuni confecţionate şi emise în numele lor propriu pe comptul şi pericolul lor. Aceste obligaţiuni vor fi asigurate în întregul fond al drumurilor de fer şi în dobânzile garantate de Stat.

„Obligaţiunile vor aduce 7 ½% interese anuale.

„Obligaţiunile vor glăsui la purtător şi vor fi de câte 375 fr., adică de câte 15 livre sterling sau 100 taleri de Prusia fiecare.

„§ 9. Concesionarii sunt autorizaţi a confecţiona obligaţiuni pentru fondurile necesare la construirea a 300 kilom., imediat după promulgarea acestei concesiuni.

„Confecţionarea şi emisiunea obligaţiunilor vor fi supuse supravegherii şi controlului unui comisar al Statului, a cărui numire este rezervată guvernului român. El va avea reşedinţa sa în Berlin.

„Pentru cheltuielile preliminarii, comisarul Statului va libera concesionarilor obligaţiuni pentru o sumă de 2.000.000 franci pentru care ei vor depune polite acceptate de o sumă egală.

„Afară de aceasta, mai este permis concesionarilor a vinde obligaţiuni asupra drumurilor de fer în valoarea ce vor găsi de cuviinţă prin case şi instituţiuni de bancă.

„§ 10. Toate obligaţiunile drumului de fer vor fi păstrate într'o ladă de fer sigură, dela care şi comisarul Statului va avea o cheie. Lada se va păstra într'un institut de bancă primit de ambele părţi.

„§ 12. După terminarea construirii fiecărei linii, guvernul va examina şi va admite lucrările săvârşite şi materialul de exploatăţiune. Dacă guvernul s'ar opune a le primi... întâmpinările făcute de guvern se vor supune unei comisii de arbitraj conf. § 3.

„§ 13. Îndată ce guvernul va consimţi la darea în circulaţiune a întâiei secţiuni, concesionarii sunt obligaţi a înfiinţa o direcţiune administrativă în Bucureşti.

„Numirea capului administrativ şi a inginerului şef va fi supusă la aprobaţiuneo guvernului român.

„§ 14. Concesionarii sunt autorizaţi a constitui pe posesorii de obligaţiuni într'o societate de acţionari... Această societate va fi autorizată a-şi numi un consiliu de administraţiune... In statute se vor determina regulele după cari participanţiunea guvernului în administraţiune, prin numirea de comisari sau membri în consiliul de administraţiune, va avea loc.

„§ 15. Durata concesiunii este fixată la 90 de ani socotită din ziua deschiderei liniei dela Roman la Galaţi. După trecerea termenului, tot stabilimentul drumului de fer cu toate dependinţele sale trece în deplină proprietate a guvernului român

și liber de orice pretențiune ar putea avea a treia persoană asupra uverii drumului de fer... Amortismentul obligațiunilor acestor căi ferate va începe îndată cu deschiderea liniilor parțiale astfel încât să fie săvârșit la expirarea concesiunei.

„§ 17. ...La caz când venitul neto și după acoperirea dobânzilor ar lăsa un excedent, acesta va fi întrebuințat pentru a înapoia sumele plătite de guvern în anii trecuți pe baza garanției date de dânsul.

„§ 20. Spre a veni în ajutorul întreprinderei guvernul român se obligă:

„a) a ceda fără despăgubire terenul necesar pentru construcțiunea căilor ferate;

„b) a scuti pe concesionari de taxele de import pentru toate materialele;

„c) a-i scuti de toate taxele de justiție și de timbru pentru toate contractele;

„d) a nu înființa nici Statul nici comunele, județele vreo taxă asupra exploatațiunii căilor ferate.

„§ 22. Fixarea tarifelor pentru persoane și mărfuri este rezervată numai guvernului român.

„§ 23. Concesionarii nu pot fi aiciodată dispensați de îndatoririle contractate pentru construcțiunea căilor ferate. Ei vor putea însă suspenda temporal lucrarea în caz de forță majoră. Tribunalul arbitral va judeca faptele cari constituesc aceste cazuri.

„§ 24. Concesionarii se angajează a depune la tezaurul public o cauțiune în bani sau efecte publice de un milion de franci.

„§ 25. Guvernul își rezervă dreptul a cere, după trecere de 30 de ani, cesiunea tuturor drepturilor ce rezultă pentru concesionari luând asupră-și obligațiile în suma hotărîtă...” („Monitorul Oficial”. Nr. 216 din 1868)

Concesionarii nu și-au îndeplinit îndatoririle lor, în schimb cereau ca Statul nostru să le respecte pe ale sale. De aci discuțiunile între guvernul român și concesionari deveneau din zi în zi foarte acute și intervenția guvernului prusian în favoarea lor se făcea pe față. Într'o cerere a sa, Strusberg a intercalat amenințarea că, dacă nu va fi satisfăcut, va ști să realizeze pretențiunile sale prin ajutorul guvernului țării sale. De aceea opinia publică la noi devenise cu totul ostilă acestor concesionari. Ca un ecou al acestei porniri amintim o vestită cantonetă a lui I. Ianov,[26] publicată în „Convorbiri literare”[27] (în 1871) și cântată de „cupletiștii” din acea vreme:

Ich bin von Kalikenberg,
Tocmai din Berlin alerg
Mit hohe Protekzion
Für grosse konzession...[28]

Nemulțumirea era mare, între altele, din pricină că se numise comisar al guvernului român pentru supravegherea activității concesionarilor, un german Ambronn, care lăsase a se risipi o parte din garanția Statului nostru, de care se vorbește în § 9 și 10 din Convențiune.

Faptele sunt notate de însuși Domnitorul Carol (Notes sur la vie du Roi Charles, 1894 vol. II passim): „O puternică animozitate se arată contra lui Strusberg. Agenții acestui rege al drumurilor de fer se disting în adevăr prin îngâmfarea și prin nepriceperea lor”. In aceste împrejurări, Bismarck (de curând ridicat de la gradul de conte la cel de principe) a făcut o mare ofensă României,

adrsându-se Turciei, ca putere suzerană, cerând guvernului ei să ne obligе a curma neînțelegerea cu concesionarii.

In asemenea împrejurări s'a votat o lege nouă, sancționată la 20 Iulie 1871.

Iată principalele dispoziții ale acestei legi:

„I. *Guvernul va urmări rezilierea concesiunii din 21 N. 1868 acordate ducelui de Ujest și de Ratibor, conților Lehndorf și Dr. Strussberg înaintea tribunalului arbitral fără a întrerupe cursul acțiunilor civile și penale deja deschise la Berlin.*

„II. *După reziliere, guvernul va îngriji de calea ferată neexploatabilă și va exploata calea ferată în părțile exploatabile punând-o sub direcțiunea unui consiliu de administrațiune și fără cu aceasta să angajeze responsabilitatea Statului.*

„III. *Aceste măsuri este autorizat guvernul a le lua și în cazul când, în timpul procesului, D-rul Strussberg și consorțiul vor abandona exploatarea căilor ferate.*

„IV. *Posesorii de obligațiuni vor fi obligați a se constitui în societate de acționari, îndată după rezilierea contractului. Această Societate își ia asupră-și toate drepturile și toate îndatoririle concesionarilor primitivi.*

„VI. [*Dacă nu s'ar constitui în societate*] *Guvernul va despăgubiri pe toți deținătorii de obligațiuni cu suma ce va ieși din estimațiune.*

„VII. *Guvernul este autorizat să facă toate cheltuielile pentru conservarea și întreținerea liniei până la cifra de 5.000.000 lei pe cari îi va lua prin cont curent din cifra de 9 milioane dela Casa de Depuneri*".

(„Monitorul Oficial Nr. 158 de la 20 Iulie 1871).

Pe baza acestei legi s'a format la Berlin o societate a posesorilor de obligațiuni pentru exploatarea căilor ferate din România. Ea avea să termine liniile concesionate în 1868 consorțiului reprezentat prin Strussberg ș. a. Noua societate va transforma în acțiuni noi obligațiunile emise de acel consorțiu. Detaliile acestei întocmiri s'au stabilit prin legea de la 21 Decembrie 1871.

Acțiunile acestei societăți erau în mâna streinilor; ei puteau decide, în adunările generale ale Societății, despre o sumă de chestiuni legate de interesele noastre și puteau să le rezolve, deci, altfel de cum ne convenea nouă.

Astfel s'a ajuns la ideea *răscumpărării* căilor ferate de către Statul român, ceeace doreau și acționarii. Evenimentele au întârziat însă mai mult realizarea acestei idei.

In 1876 situațiunea guvernului lui Lascar Catargiu[29] devenise nesigură din cauza unei puternice opoziții a partidului național-liberal, cu mare răsunet în opinia publică, mai ales că cu el se unise și parte din conservatori (unire cunoscută sub numele de coaliția de la Mazar-Pașa). Guvernul lui Catargiu se retrase și se formă altul cu doi fruntași conservatori: Generalul Florescu[30] și M. Costache Epureanu[31]; iar, peste puțin timp, în Iunie 1876 conducerea țării se încredință unui minister sub prezidența lui I. C. Brătianu.[32]

Nemulțumirea opiniei publice era, în chestia căilor ferate, hrănită și prin împrejurarea că Strussberg, care fusese în fruntea asociației căreia se dăduse construirea căilor ferate în 1868, fundase o bancă în Moscova, dăduse faliment și fusese arestat. Dar, oricât ar fi dorit guvernul să găsească o soluțiune bună pentru țară în acele momente, împrejurările din afară schimbară cursul evenimentelor și aduseră războiul ruso-turc și intrarea României în război; deci n'a mai fost răgaz pentru a se ocupa de această chestiune: ea rămase la o parte până în 1878.

După războiu s'au început iar tratativele cu concesionarii construcției

de căi ferate ; dar toată afacerea s'a sfârșit d'abia în 1880, din cauza complicațiunilor externe și interne. Parlamentarii conservatori se împotriveau cu tărie, știind că, în caz de neizbândă, guvernul prezidat de Brătianu va trebui să se retragă. Guvernul Germaniei ținea ca acționarii societății să fie satisfăcuți în pretențiile lor și intervenea la guvernul român, ajungând să lege recunoașterea independenței României de două condițiuni : modificarea articolului 7 din constituție și regularea chestiunii căilor ferate.

Guvernul nostru lucrase un proiect încă din Mai 1878 ; dar tocmai în Septembrie 1878 fu trimis la Berlin Dimitrie Sturdza,[33] care semnă o convențiune, care — firește — avea să fie supusă discuției Parlamentului.

Pentru a se înțelege situațiunea delicată în care se găsea guvernul, vom reproduce dintr'o scrisoare a Prințului Bismarck[34] către Domnitorul nostru câteva pasagii : „Această afacere este un continuu izvor de neînțelegeri cari nu lasă a se statornici legătura i prietenești cu statul român. Ele au început cu Strussberg, care a atras în această afacere pe toți marii proprietari din Silezia, cari, la rândul lor, au atras pe alții, de diferite categorii sociale, încât astăzi întregul Berlin este interesat. Fiind deci în joc atâtea interese, este imposibil să nu ținem seamă de ele. Regele însuși a intervenit pentru a salva pe unii mari proprietari silezieni. Când lucrurile n'au mai mers cu Strussberg, s'a adresat lui Bleichröder, care a fost rugat și care a socotit ca o onoare pentru dânsul să ia afacerea în mână și regele a făcut chiar mai mult : a dat din casета sa proprie în ajutorul proprietarilor. Este deci ușor de înțeles că toată lumea dorește ca această penibilă istorie să se sfârșească. *Rezolvați* deci aceste două chestiuni (prima era modificarea art. 7) *cât mai repede, pentru ca să vă așezați între statele independente*".

Se înțelege astfel situația guvernului : era vorba a face concesiunile posibile, permise de demnitatea și de interesul măcar parțial realizat, pentru a se ajunge astfel la desăvârșirea actului măreț al independenței noastre (care urma să fie legalmente recunoscută de puterile Europei), din care Brătianu și acolii săi își făceau atunci un titlu de glorie și pe care s'a putut întemeia toată propășirea noastră economică și politică de atunci încoace.

Legea prezentată de guvern vine întâi în desbaterea Camerei și, după discuții violente, se votează în ședința de la 27 Noembrie 1879. Din discuțiile acestea urmase însă intercalarea unui amendament care nu convenea acționarilor și guvernului german. Brătianu comunică Domnitorului credința sa că Senatul va vota legea fără adaosul făcut de Cameră, dar, fiind aproape vacanța de Crăciun, socotește că va trebui să se aștepte întrunirea Parlamentului după vacanță. În Ianuarie 1880 Senatul a votat proiectul așa cum îl prezentase guvernul ; apoi Camera a discutat din nou și a renunțat la modificarea introdusă de ea. Și astfel legea s'a promulgat în ziua de 28 Ianuarie 1880.

Legea avea următoarele puncte principale :

„1. *Guvernul este autorizat a încheia cu Societatea acționarilor c. f. r., următoarea convențiune pentru cedarea definitivă și fără restricțiune către guvernul român a administrației și exploatațiunii c. f. a zisei Societăți cu toate drepturile și îndatoririle lor și în genere toată gestiunea întreprinderii sociale precum și pentru preschimbarea acțiunilor primitive și de prioritate ale Societății în obligațiuni de stat 6%.*

2. *Guvernul este autorizat a emite obligațiuni de Stat 6% amortizabile în 44 ani pentru o sumă care nu va trece peste cifra de 237.500.000 lei noi, din care*

209.820.000 pentru preschimbarea acțiunilor primitive și de prioritate în obligațiuni de Stat 6%, iar restul de 27.680.000 pentru scopurile anume desemnate în convențiunea menționată.

3. Se constitue pentru obligațiunile de Stat 6%, o ipotecă legală asupra întregii rețele a căii ferate Roman — Vârciorova cu ramurile ei, ipotecă scutită de orice inscripțiuni și de orice drepturi sau cheltuieli fiscale.

4. Guvernul este autorizat a face cheltuielile prevăzute în convențiune. Aceste cheltuieli se vor acoperi în limitele prevăzute prin art. 2 prin obligațiuni de Stat 6%....

6. În termen de cel mult o lună, guvernul este obligat a lua măsurile pentru transferarea reședinței Societății în București".

(„Monitorul Oficial", No. 23 din 21 Ianuarie 1880).

În expunerea de motive Sturdza zice:

„Concesiunea societății acționarilor are o durată de 90 de ani, de la 1 Iulie 1871 până la 1 Iulie 1962. Capitalul de construcție a fost fixat la suma de lei 248.130.000 și este garantat de Stat prin o anuitate determinată înscrisă în budgetul de cheltuieli. Prin această garanție fixă acționarii sunt asigurați că ori și care ar fi venitul net al căilor ferate exploatate de dânșii, ei nu pot suferi o scădere a anuității odată determinată, căci Statul e legat să plătească în fiecare an o sumă mai mică sau mai mare după cum veniturile căilor ferate cresc sau descresc. O parte a budgetului depinde prin urmare de o întreprindere a cărei direcțiune nu e în țară, iar direcțiunea acestei întreprinderi nu are niciun interes al ei propriu ca excedentul net al venitului căilor ferate să crească și să ușureze budgetul Statului, fiindcă Societatea nu profită în niciun caz de acest spor, ci al treilea, Statul român. Statul dar poartă a garanție reală a cărei greutate nu depinde de dânsul a o micșora, pe când Societatea e sigură de a încasa cu certitudine procentele și amortizarea capitalului de construcție și nu are niciun stimulent de a-și da osteneala pentru a spori venitul căilor ferate".

Apoi în stabilirea tarifelor și a modului de a servi anume transporturi, cum este chestia produselor agricole, a cerealelor în primul rând, Societatea nu are nici un motiv să ție seama de interesele de moment ale Statului român și poate produce mari pagube agricultorilor cari nu se pot ține de angajamentele de predare luate față de cumpărătorii din străinătate.

„Nu e interesul Statului ca administrația căilor ferate să fie în mâinile unei Societăți de acționari streini și nu e nici bine nici prudent ca această administrație să nu fie în mâinile țării. Căile ferate sunt mijloace de strategie de prima ordine și e un pericol pentru orice stat ca ele să fie ale unei societăți streine. Cât timp căile ferate ale unui stat mic aparțin unei societăți de acționari, ele pot deveni proprietatea unuia din statele vecine care n'ar avea decât să cumpere pe seama sa o câtime suficientă de acțiuni pentru a dispune de adunările generale, de direcțiune și de întregul personal al liniilor.

„Singurul mijloc este răscumpărarea căilor ferate. Prin ea statul va căpăta în mâinile sale din 1407 km 1183 km, adică 84% din totalul liniilor existente.

„Răscumpărarea a fost prevăzută în concesiunea primitivă, dar ea nu putea avea loc decât după 30 de ani de la deschiderea primei secțiuni, adică la 1902. A aștepta încă 22 de ani ar fi a decreta o catastrofă economică.

„Răscumpărarea nu se poate efectua legalmente și practic decât astfel: gu-

vernul să capete proprietatea și administrația căilor ferate, luând asupră-și obligațiunile societății în suma emisă. Operațiunea aceasta constă deci în răscumpărarea de către Stat a capitalului de construcțiune. Acest capital e reprezentat prin acțiunile primitive și de prioritate și prin obligațiunile 6%. Numai detentorii acțiunilor primitive și de prioritate sunt adevărații asociați. Detentorii obligațiunilor simple sunt niște simpli creditori ai acționarilor. Acționarii au deci a le plăti datoria lor.

Statul nu poate cumpăra acțiunile, căci ar fi nevoit să facă un împrumut de 300 milioane și în acest timp acțiunile s'ar urca. Nu poate decât să preschimbe acțiunile Societății în titluri de Stat. El ar deveni posesorul acțiunilor primitive și de prioritate și ar da obligațiuni de stat.

„Prin convenția ce se propune, guvernul va avea la dispoziția sa sumele necesare pentru preschimbarea titlurilor societății în titluri ale Statului, pentru ameliorarea căilor ferate și pentru exploatarea lor.

„Atunci căile ferate vor aparține țării, vor fi exploatate în profitul țării și astfel independența ei va fi asigurată în mod practic. (Mon. Of., Noembrie 1879, p. 7333).

Convențiunea avea să se facă cu băncile „Disconto Geseleschaft" și „Bleichröder".

Iată principalele articole din această convențiune:

„1. *Societatea acționarilor căilor ferate române cu reședința la Berlin, cedează și transferă Statului român cu începere de la 1 Ianuarie 1880 și pentru tot restul duratei concesiunii primitive în mod definitiv și fără nicio restricțiune, administrațiunea și exploatațiunea întregii rețele a liniilor ferate ale Societății și în genere toată gestiunea întreprinderii sociale.*

„2. *In contra cesiunii complete a administrațiunii și a exploatațiunii, Guvernul român se obligă a preschimba acțiunile primitive și acțiunile de prioritate în titluri emanate direct dela Stat și create în condițiunile mai jos precizate.*

„3. *Obligațiunea de a preschimba va începe cel mai târziu la 1 Martie 1880...*

„*Consiliul de supraveghere și reprezentațiunea executivă ale Societății vor publica imediat un avis prin care vor invita în numele guvernului român pe detentorii de acțiuni cari vor voi să preschimbe titlurile, să depuie acțiunile lor în localurile desemnate în acest avis... Ei vor primi certificate cari le vor da dreptul la noi obligațiuni ale Statului.*

„4. *Consiliul de supraveghere, pentru a constata că majoritatea absolută a capitalului și a acțiunilor, au fost prezentate, în termenul stipulat, la preschimbarea în titluri noi de 6% ale Statului român, va prezenta un certificat detaliat al Băncii imperiului german atestând că această majoritate se află deja depusă la zisa bancă.*

„*Dacă majoritatea absolută menționată mai sus n'a fost prezentată până la 1 Martie 1880, convențiunea de față va fi nulă.*

„6. *Acțiunile date guvernului român vor fi însemnate cu un timbru care va constata scoaterea lor din circulațiune.*

„*S'o păstrat tuturor acestor acțiuni drepturile lor statutare; ele participă la amortizare.*

„*Numai gavernul va putea exercita prin mandatarii săi toate drepturile legate de titlurile cele vechi astfel preschimbate și noi ales să uzeze de ele pentru a lua parte și a vota în adunările generale.*

„8 *Totalitatea titlurilor de emis de către Statul român este fixată la suma de franci nominali 237.500.000 sau 190.000.000 mărci, din cari 209.820.000 fr. vor*

fi exclusiv destinați pentru preschimbarea acțiunilor primitive și de prioritate, iar restul de fr. 27.680.000 vor rămânea la dispoziția guvernului român însă numai pentru a servi la îmbunătățirea drumului de fer, la plata cheltuielilor, etc., și în fine pentru a servi la diferitele transacțiuni pe cari direcțiunea princiară le va face pentru stingerea unor procese.

„Cifra de fr. 237, 500.000 nu va fi întrecută niciodată. Însă guvernul român își rezervă facultateo de a emite titluri noi cari vor servi la preschimbarea obligațiunilor de 6% actualmente existente.

„9. Anuitatea necesară pentru serviciul intereselor și amortizării titlurilor create va fi regulat plătită de guvernul român.

„Aceste obligațiuni noi vor fi asigurate printr'o ipotecă asupra întregei rețele a liniei Roman— Vârciorova cu ramurile ei și prin venitul net al monopolului tutunurilor.

„10. Guvernul român se obligă a nu aliena căile ferate menționate pe tot timpul cât va dura amortizarea noilor obligațiuni de 6%.

„12. Guvernul român se obligă a plăti purtătorilor de acțiuni primitive... o bonificațiune de 2% asupra valorii nominale plătibile în momentul preschimbării.

„13. Guvernul român se obligă a plăti acțiunilar primitive și de prioritate cari nu s'au prezentat spre a fi preschimbate în obligațiuni noi ale Statului :

a) la 1 Martie a fiecărui an acțiunilor de prioritate un venit fix de 8% pe an,

b) la 1 Iulie a fiecărui an acțiunilor primitive un venit fix de 3 ½% pe an.

„Guvernul român se obligă a face cele necesare pentru amortizarea tuturar acțiunilor primitive și de prioritate conform cu Statutele și cu tabelele de amortizare.

„15. Sumele necesare pentru plata dividentelor și amortismentelor acțiunilor primitive și de prioritate fac parte din pasivul societății, care trece către guvernul român dela 1 Ianuarie 1880.

„Noile obligațiuni de stat, scutite de impozitele actualmente existente sau care s'ar putea decreta în urmă, vor purta o dobândă de 6%..., vor fi amortizabile în 44 de ani prin trageri la sorți semestriale.

„19. Dela 1 Martie 1880 Statul român va executa singur și exclusiv drumurile de fer Roman-Vârciorova printr'o direcțiune sau reprezentațiune executivă compusă din mai mulți membri numiți de guvernul român și revocabili după placul lui.

Direcțiunea drumurilor de fer va purta titlul de **Direcțiunea princiară a căilor ferate române".**

Alături de chestiunea politică, era chestiunea financiară. În afară de discuțiile din Parlament, în cari, firește, s'a vorbit și de aceasta, au apărut atunci două broșuri de polemică : una scrisă de Const. S. Marcovici, care era contabilul Creditului funciar rural intitulată *„Zisa răscumpărare a căilor ferate române"*. (Buc 1879), în care susținea că Statul român va plăti, prin anuitățile stabilite o sumă enormă, și alta scrisă de N. Kirilov, care era contabil la Casa de Depuneri, și intitulată : **Un răspuns** *d-lui C. S. Marcovici. Răscumpărarea căilor ferate române.* (Buc. 1879) în care combate calculele lui Marcovici.

Haret socotește că chestiunea merită a fi studiată într'un spirit obiectiv științific și publică (în 1880) lucrarea sa intitulată : *„Cercetări asupra părții financiare a proiectului de răscumpărare a căilor ferate"*, pe care o reproducem în paginele ce urmează.

Gh. Adamescu.

CERCETĂRI ASUPRA PĂRȚII FINANCIARE A PROIECTULUI DE RĂSCUMPĂRARE A CĂILOR FERATE

1880

Chestiunea Căilor Ferate este una din acelea cari au pasionat mai mult opiniunea publică în țara noastră în anii din urmă ; și aceasta cu drept cuvânt, din cauza gravelor consecințe ce pot avea pentru viitor deciziunile luate într'însa. Astfel fiind, s'ar fi putut crede că, mai ales în urma experienței scump plătite a trecutului, Guvernul și Corpurile Legiuitoare erau să lase timpul necesar pentru ca chestiunea să fie desbătută și studiată de toți cei cari puteau contribui a aduce oarecare lumină într'însa. Se știe că a fost tocmai din contra.

Trebue să credem că, dacă s'a lucrat astfel, cată să fi existat vreun motiv imperios pe care împrejurările nu permit însă a-l dezveli în ochii lumii. Oricum ar fi, proiectul Guvernului se desbătuse, se luase în considerațiune și se și adoptase până când eu să pot scăpa de alte ocupațiuni ce aveam pe atunci și să mă aplic la studiul chestiunii. De atunci crezusem inutil a mai interveni într'o desbatere care se părea terminată, când vacanțele Camerei Deputaților, cari au coincidat cu ale Universității, reîntoarcerea afacerii la Cameră și discuțiunea destul de vie, — lucru rar în materie de cifre, — ce s'a aprins între DD. Marcovici și Kirilov, m'au decis să public aceste câteva pagini asupra părții financiare a proiectului propus de D. Ministru de Finanțe. Sper că dintr'însele se va vedea lămurit până la ce punct este el avantagios.

Din nenorocire însă, pe cât mi se pare mie, dificultatea cea mare a lucrului nu stă în a se ști dacă, din punct de vedere curat numeric, proiectul Guvernului este sau nu avantagios ; căci asupra acestui punct niște calcule făcute cu băgare de seamă vor sfârși prin a pune în evidență adevărul, fără controversă

posibilă. Totul este de a se vedea dacă avantajele băneşti ce ne procură conversiunea propusă nu cumva sunt compensate cu prisos prin alte neajunsuri de acelea cari nu se pot pune în formule. Numai aceasta este partea ce trebue să îngrijească cu deosebire pe naţiune şi pe deputaţi; căci, încă odată, partea numerică este foarte lesne de elucidat.

I.

Mai 'nainte de a intra în desbaterea proiectului Guvernului, să reamintim în scurt principiile pe cari se bazează calculele în materie de împrumuturi mari, cum sunt acele pe cari le contractează un Stat.

Să nu se creadă că sunt de prisos detaliile elementare în cari trebue să intrăm; în orice calcule trebue să se ştie cu preciziune sensul termenilor întrebuinţaţi şi lucrurile ce se consideră ca cunoscute. Pentru a dovedi importanţa acestor lămuriri preliminare, îmi va fi destul a spune că divergenţa asupra unuia din punctele cari despart pe D-nii Marcovici şi Kirilov vine din o neînţelegere asupra unei definiţiuni.

Când un Stat contractează un împrumut pe un termen lung, restituirea capitalului împrumutat nu se face într'o singură dată la ziua scadenţei, căci aceasta ar încărca peste măsură budgetul anului în care cade scadenţa; ci, din contra, pe fiecare an se plăteşte dobânda la capitalul împrumutat, plus o sumă, în genere destul de mică, calculată astfel încât sumele plătite pe fiecare an, împreună cu dobânzile lor acumulate până la ziua scadenţei, să echivaleze cu capitalul împrumutat împreună cu dobânzile lui până în aceeaşi zi. Suma astfel plătită în plus peste dobânda cuvenită anualmente capitalului cu scop de a stinge datoria într'un timp determinat este ceea ce se chiamă *amortisment*; iar suma totală plătită pe fiecare an, dobânda plus amortismentul, se chiamă *anuitate*.

Se disting două cazuri: *a*) când amortismentul e constant; *b*) când anuitatea e constantă. Să examinăm pe rând pe fiecare:

a) Fie *C* capitalul împrumutat pe timp de *n* ani cu dobânda de *p* la 100 sau de *r* la 1 pe an. Dobânda cuvenită capitalului pe anul întâiu este *Cr*. Să presupunem însă că la finele anului întâiu, când plătim dobânda Cr, mai plătim şi suma *a*

din capete ; a este amortismentul. Datoria acum s'a redus la $C—a$, așa că dobânda ce vom avea să plătim pe anul al doilea este numai de $(C—a)$. Dacă însă vom plăti încă și amortismentul a, datoria se va reduce la $C—2a$. Tot asemenea în anii următori, datoria va scădea la C—3a, C—4a.... C—na ; și dacă $a = \frac{C}{n}$, datoria se va stinge după n ani, căci atunci C—na=0.

Amortismentul astfel socotit îl voiu numi *amortisment de felul întâiu*. In cazul acesta, amortismentul a fiind constant, anuitatea nu e constantă, căci ea este $Cr+a$ pe anul întâi, (C—a) $r+a$ pe anul al doilea, (C—2a) $r+a$ pe anul al treilea,.... (C—pa) $r+a$ pe anul al $(p+1)$,-lea....

Acest fel de amortisment este cel care se întrebuințează mai rar în împrumuturile făcute de State ; eu, cel puțin, nu cunosc nici un împrumut public făcut în aceste condițiuni.

b) Fie încă C capitalul împrumutat, n numărul anilor împrumutului, r dobânda la 1, și să presupunem că pe fiecare an s'ar plăti o sumă fixă, A, care este anuitatea.

Dobânda cuvenită capitalului pe anul întâiu este Cr ; însă dacă A este mai mare de cât Cr, escedentul, pe care îl vom numi a, va servi pentru stingerea unei părți din datorie ; așa că pe anul al doilea datoria este numai de C—a și dobânda ei numai de $(C—a)r$. Insă fiind că se plătește ca anuitate tot suma fixă A, partea rămasă disponibilă în anul al doilea este de A—$(C—a)r$, sau A—$Cr+ar$, sau $a+ar$, de oarece :

$$a = A—Cr.$$

Prin urmare, pe când în anul întâiu s'a amortizat suma a, în anul al doilea se va putea amortisa $a+ar$ sau $a(1+r)$. Tot asemenea în anii următori, amortismentul va fi succesiv $a(1+r)^2$, $a(1+r)^3$..... $a(1+r)^{n-1}$. Cantitatea a se poate calcula astfel ca după n ani să nu mai rămână nimic din datorie.

In cazul de față, anuitatea A este fixă, pe când amortismentul merge crescând pe fiecare an. Acestui fel de amortisment îi vom zice *amortisment de felul al doilea* ; acesta și este cel întrebuințat de ordinar.

Formula care leagă între sine quantitățile C, A, r, n este

$$(1) \qquad C(1+r)^n = \frac{A[(1+r)^n—1]}{r}.$$

Dacă punem, ca mai sus,

$$A = Cr + a, \tag{2}$$

formula (1) ne dă

$$a = \frac{Cr}{(1+r)^n - 1}, \tag{3}$$

equaţiune care permite a calcula amortismentul a de pe anul întâiu.

Cât pentru amortismentul a^p) de pe un an oarecare, p, el va fi dat prin formula

$$a_p = a(1+r)^{p-1} = \frac{Cr(1+r)^{p-1}}{(1+r)^n - 1}. \tag{4}$$

Când împrumutul este emis în acţiuni sau obligaţiuni, oricare din cele două moduri de mai sus ar fi adoptat, amortismentul de pe fiecare an serveşte a cumpăra un număr oarecare de acţiuni sau de obligaţiuni, cari se anulează, micşorând astfel datoria.

Fac apel la indulgenţa lectorului pentru aceste amănunte ştiinţifice cari pot părea fastidioase, însă cari sunt indispensabile pentru înţelegerea celor ce urmează.

II.

Acestea fiind stabilite, şi până a nu trece la analizarea proiectului D-lui Sturdza, mă voiu opri un moment asupra concesiunii primitive din 1868.

După art. 7, capitalul recunoscut necesar pentru construcţiune e de 270,000 fr. pe kilometru; după art. 15, se garantează acestui capital o dobândă anuală de 7 ½ %, ce „începe dela emiterea obligaţiunilor şi se întinde fără schimbare pe tot timpul duratei concesiunii", care e de 90 de ani, tot după art. 15.

Prin art. 17 se fixează încă „pentru amortizarea fondului de construcţiune, o sumă de 1 la mie pe fiecare an la capitalul total, pentru a stinge cu desăvârşire acest capital în opt-zeci şi doi de ani cel mai târziu".

In fine prin art. 11 al convenţiunii din $^2/_{14}$ Februar 1872, lungimea totală a liniilor construite s'a fixat la 919 kilometri; aşa că capitalul de construcţiune e de 248.130.000 fr., dobânda lui anuală de 18.609.750 fr., iar fondul anual de amortisment de

248.130 fr.; anuitatea este dar constantă; ea e de 18.857.880 fr. Prin urmare felul de amortisment adoptat pentru plata datoriei căilor ferate era cel pe care l-am numit *amortisment de felul al doilea.*

D-l Kirilov în broșura sa „*un răspuns D-lui C. S. Marcovici*" la pag. 10 și 11 găsește că cuvântul de *amortisment* este impropriu în cazul de față. Adevărul este că D. Kirilov nu dă numele de amortisment decât celui pe care l-am numit mai sus *amortisment de felul întâiu*, și care în adevăr nu e cel întrebuințat în concesiune. Insă s'a văzut că și în cazul plății prin anuități constante, amortismentul tot exista, și acesta e foarte bine știut de financiari, cari, când contractează un împrumut cu anuități fixe, redigează îndată un tabel de amortismente pe fiecare an. Aceste amortismente ocupa coloana a 6-a din anexa D la expunerea de motive a D-lui Ministru de Finanțe, deși operațiunea propusă de d-sa e tot un împrumut cu anuități constante. Pe de altă parte cuvântul *amortisment* e consacrat chiar prin termenii concesiunii (art. 17) și ai convențiunii (art. 11).

Dar în fine chestiunea aceasta a denumirii e cu totul secundară; și apoi, dificultatea, dacă e dificultate, este înlăturată prin distingerea celor două feluri de amortismente, pe care am stabilit-o mai sus.

După termenii concesiunii, confirmată prin convențiunea ulterioară, avem dară:

$C = 248.130.000$ lei;

$A = 18.857.880$ lei;

$n = 90$ ani;

$p = 7\frac{1}{2}\%$, sau $r = 0{,}075$.

Cantitățile C, A, n, r sunt legate între ele prin equațiunea (1), așa că trei dintr'însele fiind date, se poate calcula cea de a patra. Vom vedea însă că sistemul de valori dat mai sus nu satisface equațiunea (1), și prin urmare că, dacă luăm ca date pe trei oarecari dintr'însele, cea de a patra este falsă.

In adevăr, dând în (1) lui A, C, r, n valorile precedente găsim:

$$A(1+r)^n = 166\ ,,510.307.650{,}00;$$

$$\frac{C[(1+r)^n - 1]}{r} = 168\ ,,478.954.468{,}18,$$

pe când aceste două numere ar trebui să fie egale.

Să rezolvăm însă deadreptul equaţiunea (1) luând pe rând ca necunoscute pe A, C, *r*, *n*. Vom găsi astfel :

a) că dacă capitalul de plătit e de 248.130.000 lei, timpul de plată de 90 ani şi dobânda de 7½%, anuitatea trebue să fie de 18.637.525 lei, 55, iar nu de 18.857.880 lei. Diferenţa în plus e de 220.354 lei, 45.

b) Că cu anuitatea de 18.857.880 lei cu 7½% în 90 de ani se stinge o datorie primitivă nu de 248.130.000, ci de 251.063.634 lei 63, adică cu 2.933.634 lei 63 mai mult.

c) Că pentru ca un capital de 248.130.000 lei să fie stins în 90 de ani cu anuitatea 18.857.880, dobânda admisă trebue să fie nu de 7½% pe an, ci de 7,58880605 ;

d) Că un capital de 248.130.000 lei cu anuitatea de 18.857.880 lei şi cu dobânda de 7½% pe an se stinge nu în 90 de ani, ci în 59 ani, 8824.

Acest rezultat este de o mare gravitate ; el dovedeşte că concesiunea primitivă ne-a obligat să plătim mai mult de cât eram datori, şi diferenţa nu e de neglijat ; ea reprezintă un capital de 2.933.634,63 lei în 1870, sau o creştere de 220.354,45 lei la anuitatea plătită acţionarilor în timp de 90 de ani. Capitalul de 2.933.634 lei, 63, împreună cu dobânzile sale acumulate, va reprezinta în 1960, la expirarea concesiunii, un capital de 1.968.646.818 lei, 18.

Diferitele persoane cari s'au ocupat de chestiunea răscumpărării, n'au insistat destul asupra acestui punct, de şi nimeni nu a scăpat din vedere nepotrivirea dintre cele patru cifre fixate prin concesiune. D. Marcovici în broşura sa (pag. 15 şi 16), precum şi D. N. Nicorescu în excelentul său discurs pronunţat în Camera Deputaţilor (şedinţa din 12 Noembrie 1879 ; în broşură pag. 50) au stabilit şi au recunoscut neted eroarea. D. Kirilov (broşura pag. 23) nu recunoaşte că este eroare ; D-sa demonstrează că diferenţa de 2.933.634 lei 63 provine de acolo că, calculul a fost făcut nu pe baza dobânzii 7,5 pe an, ci acelei de 7,58880605. Aceasta este riguros exact ; însă cu asta nu se dovedeşte că nu este eroare ; din contră. Când concesiunea spune curat la art. 15 al. 5 că dobânda garantată de Stat este de 7%, când convenţiunea în art. 5 al. 4, art. 11 al. 5 şi 7 fixează aceeaşi dobândă, cum de se fac calculele pe dobânda de 7,58880605 pe an? D. Kirilov, pe cât înţeleg, admite că deoarece eroarea nu e decât

de aproape 9 bani în dobândă la suta de franci, se poate neglija; eu nu împărtășesc de loc acest mod de a vedea. Fără a alerga cineva la considerațiuni mai înalte, înțelege că o eroare care ne costă 220.354, lei 45 pe fiecare an în timp de 90 de ani, nu este de neglijat, ori de unde ar proveni ea; dar nici nu e greu de a vedea de unde vine că o diferență atât de mică asupra lui r poate produce o variațiune așa de considerabilă asupra lui C sau A.

Equațiunea (1) se poate scrie și așa:

$$C(1+r)^n(r+1-1)=A[(1+r)^n-1],$$

sau

$$C(1+r)^{n+1}-(A+C)(1+r)^n+A=0.$$

Dacă considerăm pe C și n ca constante, cari în cazul nostru sunt egale cu 248.130.000 și 90, vedem că anuitatea A este funcțiune de r. Variațiunile acestei funcțiuni se pot studia construind curba ale cărei abscise să fie cantitățile $1+r$, iar ordonatele A; se va vedea atunci că pentru foarte mici variațiuni ale lui $1+r$, ordonatele variază cu o extremă repeziciune. Tot același lucru s'ar vedea și dacă am lua ca ordonate pe C, considerând pe A ca constant. Din aceasta urmează că dobânda este elementul cel mai simțitor în calculul anuităților, și că cea mai mică variațiune în procent poate să modifice într'un chip foarte considerabil condițiunile împrumutului. De aceea, mai ales când termenul e foarte lung, un împrumut făcut cu o dobândă oarecare poate să fie tolerabil, pe când unul cu o dobândă puțin superioară devine o sarcină teribilă pentru Stat. Tot de aceea, în 1868, o alterațiune numai de 9 bani la procent a putut aduce în anuitate creșterea considerabile de 220.354 lei, 45.

D. Emiliu Costinescu,[35] în discursul ce a ținut la Cameră, tot în chestia rescumpărării, a zis între alte:

„Dar se zice: cu cota de amortizare de 1 la mie și cu dobânda de 7 ½, capitalul de construcțiune se amortizează în 60 de ani, iar nu în 90, nici în 82.

„La aceasta voiu răspunde că amortizarea ce era prevăzută în convențiunea de la 1868 nu se face după regulele obișnuite; acea amortizare nu se face, ca de obiceiu, numai din cota de amortisare plus dobânda obligațiunilor amortizate, ci după chibzuința concesionarilor, dintr'un fond special de amortizare; și acest fond nu se compune numai din 1 la mie și dobânda capitalului amortizat, ci din diferite venituri: din cota de amorti-

zare, din o parte oarecare din beneficiul net şi altele. Din acest fond compus astfel se face amortizarea în timp de 82 de ani. O altă probă că amortizarea nu se făcea după regulele obişnuite este şi aceea că se prevede că amortizarea să se efectueze prin cumpărarea obligaţiunilor la bursă.

„Invederat dar este că aci ne aflăm în faţa unei amortizări ieşite din regulele obişnuite.

„Este o amortizare specială, cum au voit să o prevadă părţile ce au făcut contractul; iacă de ce nu este o absurditate când se zice că amortizarea se va face în 82 de ani cel mult".

Această teorie a amortismentului ce nu se face după regulele obişnuite este cu desăvârşire neadmisibilă. Cifrele nu sunt ca articolele de lege, cărora doi comentatori să le dea două sensuri opuse. In orice amortisment, ratele anuale împreună cu dobânzile lor acumulate până în ziua scadenţei trebue să fie echivalente cu capitalul primitiv împreună cu dobânzile sale până în aceeaşi zi; dacă nu e aşa, calculul e rău făcut. Ei bine, este sau nu adevărat că capitalul de construcţiune s'a fixat la suma de 248.130.000 lei, iar dobânda anuală la 7½%? Este sau nu adevărat că ne-am obligat să plătim pe fiecare an câte 18.857.880 lei în timp de 90 ani? Este sau nu adevărat că aceste rate anuale cu dobânzile lor de 7½% acumulate în timp de 90 de ani reprezintă un capital primitiv de 251.063.634 lei, 63? Dacă este aşa, noi am contractat o datorie cu 2.933.634 lei, 63 mai mare decât cea adevărată; nici o discuţiune nu mai încape asupra acestui punct. Singura particularitate pe care o recunosc amortismentului din concesiune este numai că ne-a obligat să plătim mai mult decât eram datori, ceea ce, în adevăr, nu se vede prea des.

Cât pentru împrejurarea că afară de dobânda anuală şi de suma de 1 la mie, se mai plătea concesionarilor şi alte sume, cum cota de amortizare, o parte oarecare din beneficiul net, etc., şi că amortizarea se făcea prin cumpărarea obligaţiunilor la bursă, în loc de tragere la sorţi, toate acestea nu dovedesc altceva decât că deficitul ce rezulta pentru noi din concesiune a fost în realitate încă mai mare decât 2.933.634,63 lei.

Concesiunea s'a acordat în 1868; de atunci sunt mulţi ani, de aceea nu ştiu dacă desbaterea s'a făcut tot de urgenţă,

sub influența vre-unor motive imperioase cari nu permit întârzierea. Dacă însă este așa și dacă eroarea de calcul care ne costa pe fiecare an peste 220.000 lei, este consecința precipitării cu care mandatarii țării au fost siliți să desbată o chestiune de asemenea gravitate, ar trebui cel puțin ca accasta să ne servească de lecțiune pentru viitor și să ne facă să punem mai multă atențiune în relațiunile noastre cu niște indivizi cari au dat până acum atâtea dovezi că posedă puține scrupule și multă abilitate, ca să nu zic altceva.

Ca să termin cu chestiunea concesiunii din 1868, se cuvine să ating în treacăt un punct asupra căruia a fost oarecare discuțiune între DD. Marcovici și Kirilov. Cel dintâi, în broșura sa la pag. 16 zice că cu plata anuității de 18.857.880 lei în timp de 90 de ani *se amortizează* un capital de 2.216.828.702 lei, 85. Mai târziu, într'un articol publicat în *Binele Public* din 30 Noembrie, a explicat că această cifră este valoarea în 1960 a sumelor anuale de 248.130 lei cu dobânzile lor capitalizate. Astfel fiind, cuvântul de *amortizare* cum îl întrebuințează D. Marcovici este impropriu. In adevăr, suma întreagă de 18.857.880 lei se poate descompune, după cum am arătat mai sus, în 18.609.750 lei care este dobânda anuală a capitalului primitiv de 248.130.000 lei și în 248.130 lei; aceștia din urmă, capitalizați în timp de 90 de ani, dau în adevăr 2.216.828.702 lei, 85. Insă și suma de 248.130 lei se descompune în 27.775 lei, 55, care servă pentru a amortiza capitalul primitiv de 248.130.000 lei, și în 220.354 lei, 45 cari fiind plătiți pe d'asupra se capitalizează cu dobânzile lor și formează în 1960 suma de 1.968.698.702 lei, 85. Ca verificare, se poate observa că acest număr, adunat cu capitalul primitiv, dă tocmai 2.126.828.702 lei, 85. Cu aceasta însă nu însemnează că anuitatea de 18.857.880 lei *amortizează* acest din urmă capital; ea amortizează capitalul de 248.130.000, și mai dă un excedent care echivalează cu un capital în 1960 de 1.968.698.702 lei, 85, sau cu un *capital primitiv amortizat* de 2.933.634,63.

In privința calculelor înseși, trebue să spun că, când e vorba de împrumuturi mari, unde are a face cineva cu numere foarte considerabile, e în genere prudent a face calculele direct, sau cel puțin a controla la fiecare pas rezultatele date de tablele de anuități. Pentru aceste calcule, tablele de logaritmi cu cinci

şi chiar cu şapte zecimale nu sunt de ajuns; în cazul de faţă ar trebui să se meargă până la 15 zecimale pentru a putea garanta cea din urmă cifră a numerelor dobândite. In adevăr, în calculele precedente, noi am avut a face cu numere de 12 cifre, şi chiar de 14, dacă ţinem seama şi de centime; însă se ştie că în tablele de logaritmi cu cinci zecimale, logaritmii numerilor de patru cifre pot să nu difere decât în unităţile de al cincilea ordin zecimal.

Prin urmare dacă între două numere de patru cifre am intercala toate numerele de patru cifre urmate de 10 zecimale, ce sunt cuprinse între acele două, mantisele logaritmilor lor ar diferi între dânsele, după regula părţilor proporţionale, cu o cantitate care s'ar pogorî până la o cifră de al cincilea ordin zecimal împărţită cu 1 urmată de 10 nule, ceea ce face o cifră de al 15-lea ordin zecimal; cu alte cuvinte, logaritmiii a două numere consecutive de câte 14 cifre pot să nu difere decât tocmai în a 15-a zecimală.

Calculele D-lui Kirilov sunt făcute cu logaritmii cu 5 zecimale; ale D-lui Marcovici, după tablele lui Violeine; ale mele cu logaritmii cu 7 sau 8 zecimale, mărginindu-mă numai a controla unele cifre mai importante cu logaritmii lui Briggs de 20 şi de 61 de zecimale ce se află în ediţia Firmin Didot a tablelor lui Callet; cu ajutorul acestor table şi prin oarecari artificii de calcul am reuşit într'un caz a obţine un număr cu 31 zecimale exacte. Oricum ar fi, cele trei serii de calcule precedente nefiind făcute în întregimea lor cu logaritmii cu 15 zecimale, numerele dobândite nu prezintă siguranţa decât în primele şapte cifre ale lor, afară de câteva dintr'însele cari sunt calculate cu toată rigoarea; astfel se explică diferenţele, altminteri puţin considerabile, ce se văd între numerele calculate de mine şi aceleaşi numere calculate de DD. Marcovici şi Kirilov. Aceasta însă nu infirmă întru nimic concluziunile la cari am ajuns: numai dacă ar fi fost vorba a se face calculul efectiv al amortismentului erau indispensabile tablele cu 15 zecimale; însă pentru demonstraţiune, numerele ce am dobândit sunt destul de exacte.

Aceleaşi observaţiuni se pot face şi asupra calculelor şi numerelor ce vor urma.

III.

Se trec acum la proiectul de rescumpărare propus de guvern ; și mai întâi să-l rezumez în puține cuvinte.

Prin convenția din 2/14 Februar 1872, capitalul de construcție se fixase la 248.130.000 lei, din care nu s'au emis acțiuni *primitive* decât pentru suma de 245.160.000 lei. Insă mai în urmă, pentru a face față trebuințelor, s'au emis în 1873 *acțiuni de prioritate* și în 1876 *obligațiuni* 6% *ale* Societății.

Acțiunile de prioritate s'au emis în sumă de 48.290.062 lei 50 bani ; lor le este asigurată o dobândă minimum de 8% ; se amortizează în timp de 70 de ani, până în 1943, prin trageri la sorți anuale, și la tragere li se bonifică 33⅓% din fond ; adică că pentru o acțiune de 100 lei se plătește 133 lei ⅓. Din acțiunile de prioritate s'au amortizat deja până la 1 Ianuar 1880 o sumă de 405.562 lei, 50 bani, rămânând încă în circulațiune pentru valoarea nominală de 47.884.500 lei.

Obligațiunile 6% se amortizează până la 1899 ; dintr'însele au mai rămas în circulație la 1 Ianuar o valoare nominală de 47532000 lei.

Cât pentru acțiunile primitive, care constituesc fondul de construcțiune, cari dau 7½% dobândă și se amortizează în 90 de ani, până la 1960, în urma amortizărilor ce au avut loc deja, ele s'au redus, la 1 Ianuar 1889, la valoarea nominală de 243.291.750 lei. (*Vezi*, pentru toate aceste detalii, expunerea de motive a D-lui Ministru de Finanțe, pag, 12, 13, 17, și anexele ei).

Proiectul guvernului este de a se rescumpăra acțiunile primitive și de prioritate, plătindu-le cu obligațiuni 6% pe cari le-ar emite Statul și cari ar fi amortizabile în 44 de ani, până în 1923. Această preschimbare de titluri s'ar face în condițiunile următoare :

Acțiunile primitive s'ar răscumpăra pe prețul de 60%, cu alte cuvinte că pentru acțiuni în valoare nominală de 100 lei să se dea obligațiuni de ale Statului în valoare nominală de lei 60. Acțiunile ce s'ar prezenta la schimbare până la 1 Martie 1880 ar primi, afară de aceasta, un premiu de 2% în numerar ; cele ce ar veni după acest termen nu ar mai avea drept la premiu. Acțiunilor ce nu s'ar schimba de loc, Statul le garantează o dobândă anuală de 3⅓% asupra valorii nominale până la amortizare, care se va face tot până în 1960.

Acțiunile de prioritate să se rescumpere pe 133 ⅓ suta; celor ce s'ar prezinta până la 1 Martie 1880 se li se dea și un premiu de 2½% în numerar. Celor ce nu s'ar preschimba de loc, li se garantează un venit anual de 8% asupra valorii nominale. Amortizarea acestora se va face tot până în 1943.

In fine Statul ar lua asupra-și plata anuității obligațiunilor 6% ale Societății, până la stingerea lor în 1899.

E adevărat că după termenii convenției din 1872, art. 11, acțiunile de prioritate și obligațiunile 6% sunt emise pe riscul și pericolul Societății; însă nu-mi aparține mie se discut dacă Statul putea sau nu face altfel; discursurile pronunțate în Corpurile Legiuitoare, și în special acela al D-lui Nicorescu, pag. 36--41, s'au ocupat de ajuns de această chestiune. Scopul meu este numai de a studia operațiunea așa cum este propusă.

Pentru a efectua dar toate aceste operațiuni, guvernul propune a se emite obligațiuni de ale Statului în valoare nominală de 237.500.000 lei, purtătoare de o dobândă de 6% și amortizabile în 44 de ani. Iată cum se ajunge la această cifră:

Pentru preschimbarea acțiunilor primitive în circulație la 1 Ianuarie 1880, în valoare nominală de 243.291.750 lei pe 60%, e necesar a se emite obligațiuni de Stat în valoare nominală de		145.975.050 lei
Pentru preschimbarea acțiunilor de prioritate în circulație la 1 Ianuarie 1880 în valoare de 47.884.500 lei pe 133 ⅓%,		63.846.000 lei
Premii 2% pentru acțiunile primitive.	4.865.835 lei	
Premii 2½% pentru acțiunile de prioritate	1.197.112 lei 50	
Total	6.062.947 lei 50	
său, în obligațiuni de Stat, 6% a 75% în cifre rotunde		8.000.000 lei
Cheltuelile preschimbării		2.678.950 lei
Emisiunea unui împrumut special, tot în obligații de Stat 6%, pentru repararea liniei, îmmulțirea materialului, stingerea unor procese, etc.		20.000.000 lei
Total		240.500.000 lei

Această cifră e cu 3.000.000 lei mai mare decât cea propusă, și diferența provine de acolo că d. Ministru înscrie pentru premii numai 5.000.000 lei, suma nesuficientă în ipoteza conversiunii totale în care sunt făcute calculele din expunerea de motive. Adevărul este că chiar dacă toate acțiunile s'ar prezinta la preschimbare, e puțin probabil ca totalitatea lor să se depună înainte de 1 Martie 1880; celelalte nu mai au drept la premiu.

Se mai zice, chiar în expunerea de motive, că suma de 20.000.000 lei ar trebui considerată ca formând un împrumut separat, destinat a mări venitul căilor ferate prin punerea lor în bună stare. Insă era de datoria acționarilor de a menține liniile în bună stare, și dacă noi am fi astăzi obligați să cheltuim pentru a face ceea ce ar fi trebuit să facă ei, banii aceștia cată să fie socotiți tot împreună cu cei ce am dat sau vom mai da pentru a avea drumuri de fier.

Acum să venim la conversiune și să analizăm chestiunea numai în două supoziținni: când s'ar preschimba toate acțiunile, ipoteza după care sunt făcute și calculele din anexa lit. D la *expunerea de motive*, și când nu s'ar preschimba decât numai jumătate dintr'însele. Resultatele relative le orice alt caz vor fi cuprinse între cele pe cari le vom obține pentru aceste două cazuri extreme.

IV.

Cazul conversiunii totale.

S'a agitat mult chestiunea dacă conversiunea propusă de D. Ministru de Finanțe este o operațiune avantagioasă sau ba din punctul de vedere curat financiar. Eu găsesc că chestiunea este destul de clară prin sine însăși.

Cari sunt sistemele puse în prezență? După cel dintâi avem de astăzi înainte în timp de 81 de ani se plătim câte 18.857.880 lei pe fiecare an; după cel de al doilea, de astăzi înainte vom plăti pe fiecare an, în timp de 44 de ani, câte o rată care va varia între 17.451.400 și 18.847.870 lei, adică totdeauna mai mică decât cea precedentă. Apoi dacă după un sistem plătim la niște epoce fixe o serie de rate în timp de un număr oarecare de ani, iar după al doilea sistem plătim la aceleași epoce niște

rate totdeauna mai mici şi cari se termină înaintea celorlalte, mai poate fi îndoială că sistemul de al doilea e mai avantagios de cât cel dîntâiu?

Cu toate acestea iarăşi nu trebue să ne exagerăm avantajele acestui sistem şi să facem calcule de felul acesta : „Acum o să vedeţi din partea D-lui Ministru de Finanţe nişte calcule cari o să vi se pară curioase. Nu este, zice D. Ministru de Finanţe, mai desavantagios pentru noi dacă vom lua asupra noastră datoria de 285.032.000 decât datoria de 243.291.750 ce garantăm astăzi cu dobânda de 7 ½%. Curios lucru mi se pare acesta. Cum? Este mai avut un om care are o datorie mai mare decât acela care are o datorie mai mică? Să vedem, aşa este?

„Iată calculul ce ne face D. Ministru; D-sa ne zice: ce vă pasă? dacă pentru 285.802.000, daţi în cei dintâi douăzeci de ani o anuitate de 17.611.870, nu vedeţi că în curs de 20 de ani aveţi o economie de 1.246.010 pe an? In al doilea period de 24 de ani o să plătiţi pe fiecare an o anuitate de 17.536.561, ceea ce ne dă pe fiecare an o economie de 1.321.000. Aceste economii adunate la un loc, ne dau o economie de 93.780.000 în termen de 44 de ani, şi mai avem să scăpăm de a plăti încă 37 de ani anuitatea ce plătiţi astăzi.

„Ei bine, de curiozitate am calculat şi cu beneficiul ce se zice că vom avea lângă acela de 93 milioane, neplătind anuitatea pe 37 de ani, şi iată ce am găsit : 18.857.880 × 37 ne dă 791.521.653.

„Prin urmare, după calculul D-lui Ministru, noi avem un beneficiu de 791.521.653. Ei bine, atunci dacă acţionarii ne dau acest beneficiu şi noi le datorăm 285.032.000, atunci să scădem îndată ceea ce avem să dăm din ceea ce avem să luăm, şi atunci ne va reveni nouă mai multe sute de milioane şi vom scăpa atunci de aceşti acţionari. Dar, Domnilor, de unde vine această groaznică eroare a d-lui Ministru? etc., etc." (Discurs pronunţat de D. Pană Buescu în Camera Deputaţilor, şedinţa din 23 Noembrie 1879).

Sunt sigur că D. Buescu, cu acest mod de argumentaţiune, nu a voit decât să facă o glumă, de altminteri foarte spirituală, destinată a pune o notă mai veselă într'un discurs al cărui subiect era prea serios.

Heureux qui, dans ses vers, sait d'une voix légère
Passer du grave au doux, du plaisant au sevère ![36]

D. Buescu, care face parte de atâția ani din Comisiunea Financiară, și pentru care chestiunile economice nu mai au nici un secret, știe tot așa de bine ca și oricine, și încă mai bine decât oricine, că valoarea unui capital atârnă nu numai de numărul bucăților de un leu cari îl compun, ci și de timpul în care cineva poate trage folos dintr'însele. O sumă plătită cuiva astăzi are mai mare valoare pentru dânsul decât o sumă egală ce i s'ar da peste 50 de ani, căci prima sumă îi dă folos în timpul de 50 de ani, în care cea de a doua nu-i dă nimic. D-sa însă, în calculul precedent, nu se preocupă cât de puțin de dobânzile milioanelor pe cari le maniază cu atâta îndemânare, deși cu două rânduri mai jos impută D-lui Ministru tocmai că confundă plata capitalului cu a dobânzii; și apoi nu observă că, chiar așa fiind, cele șapte-sute-nouă-zeci și mai bine de milioane trebue să se scadă, nu din 285 de milioane, ci din $18.857.880 \times 81$ adică din 1.527.488.280, căci atâta mai avem să numărăm noi în realitate acționarilor până în ziua scadenței, iar nu 285 de milioane; prin urmare chiar după calculul ultra-optimist al D-lui Buescu, tot ne-ar mai rămânea o sumă destul de rotundă de plătit.

Pentru evaluarea beneficiului realizat prin operațiunea financiară propusă, calea cea mai directă e cea următoare: a considera toți banii ce trebue plătiți până la achitare după fiecare din ambele sisteme, a-i presupune puși în aceleași condițiuni de dobândă, a vedea ce valoare va avea fiecare din aceste sume la un moment oarecare și a compara resultatele; din această comparațiune se va vedea care este beneficiul în condițiunile presupuse.

D-nii Marcovici și Kirilov au urmat metoda următoare: D-lor calculează cât ar trebui să plătim pe an, atât după concesia veche cât și după cea nouă, dacă scadența, atât la una cât și la cealaltă, ar fi de astăzi în 44 de ani; diferența este beneficiul realizat de Stat.

Metoda această în fond revine la cea expusă de mine mai sus; însă aplicațiunea ei are un defect; anume că se presupune că banii plătiți după conversiune produc 6 %, pe când, dacă nu s'ar face conversiuuea, aceiași bani pot da câte 7½%. Se va zice că acestea sunt dobânzile respective fixate prin concesiuue și prin actul de conversiune. Să se observe însă că dobânzile fixate prin aceste acte servesc uumai pentru calcularea anuităților;

odată aceste anuități calculate, Statul le plătește, și prin urmare se lipsește de venitul lor, oricare ar fi el; acest venit însă poate varia până la scadență; cu alte cuvinte banii ce Statul plătește, dacă i-ar fi rămas în casă, ar fi putut să-i producă un folos mai mare sau mai mic decât 6 ori 7½%; așa că folosul ce banii plătiți de Stat ar putea să-i producă în realitate, decă i-ar rămânea, este independent de dobânda fixată prin actul în virtutea căruia se plătesc ei.

Pentru mai bună lămurire, să luăm un exemplu: după concesiune, Statul plătește pe ficcare an câte 18.857.880 lei, și această cifră a rezultat din adoptarea cifrei 7½% ca dobândă. Tot asemenea, dacă s'ar face conversiunea, Statul ar trebui să plătească anualmente, să zicem, câte 17.455.450 lei, număr la care s'a ajuns pentru că s'a admis dobânda de 6%. Insemnează însă aceasta că dacă Statul nu ar plăti în anul 1897 cei 18.857.880 lei, ei nu ar putea să-i producă pe anul acela ori mai mult, ori mai puțin decât 7½%? Iar cei 17.455.450 lei nu sunt capabili, în orice împrejurări, a produce decât anume 6%? Evident că nu. Insă este tot atât de evident că banii ce ar rămânea Statului în mână în 1897, fie că ar proveni ei din cei 18.857.880 lei, ori din cei 17.455.450 lei, îi vor produce exact aceleași procente, și aceste procente nu au nimic a face cu cele ce au fost adoptate în 1872 sau în 1880.

D. Kirilov, când face reducerea la aceeași scadență, se servă pentru anuitățile după concesiune cu cifra 7½ ca procent, iar pentru anuitățile după conversiune cu 6%; ceea ce ar însemna că niște bani oarecari ar fi în stare să producă un folos de 7½ or de 6%, după cum s'ar numi bani de concesiune sau bani de conversiune. Această distincțiune este cu totul de prisos, ba chiar vătămătoare pentru exactitatea rezultatelor dobândite.

Tot asupra calculului mai am de făcut nrmătoarele observații:

D. Marcovici reduce la scadență comună de 44 de ani sumele plătite după conversinne; însă nu face acecași reducere și pentru anuitățile plătite după vechia concesiune; de aceea resultatele la cari ajunge sunt necomplete, căci într'ânsele nu e cuprins beneficiul realizat între 1923 și 1960, prin economisirea întregii sume de 18.857.880 lei pe an.

D. Kirilov face reducerea omisă de D. Marcovici, însă nu după formula ce trebue. Iacă cum trebue făcută reducțiunea :

După concesiune, noi avem să plătim de azi înainte în timp de n ani anuitatea A pe fiecare an ; aceste anuități echivalează cu un capital primitiv C în 1880, care se va afla din formula

$$C(1+r)^n = \frac{A[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Dacă însă acest capital C trebue plătit în n' ani, anuitatea corespunzătoare A′ se va deduce din formula

$$C(1+r)^{n'} = \frac{A'[(1+r)^{n'} - 1]}{r}$$

Eliminând pe C către această ecuație și cea precedentă se va obține o formulă care va da pe A′. — Calculul acesta l-am făcut luând

$$A = 18.857.880,\ n = 81,\ n' = 44,\ r = 0{,}075$$

și am găsit

$$A' = 19.618.113 \text{ lei},$$

valoare care diferă foarte considerabil de numărul 20.783.368 dat de D. Kirilov, care s'a servit de formula

$$18.857.880 \times (1{,}075)^{74} = A' \times (1{,}075)^{44}.$$

Pe lângă aceasta, este o nepotrivire chiar între numărul obținut de D. Kirilov și formula D-sale ; căci valoarea ce rezultă pentru A′ dintr'însa este 165099800, iar nu 20783368. Pentru a avea acest din urmă număr, ar trebui ca exponentul din membrul întâiu să fie 45,3443, iar nu 74.

Iacă modul de raționament ce am adoptat eu :

După concesiune, care are curs acum, Statul e dator de astăzi înainte în timp de 81 de ani, să plătească câte o sumă A pe fiecare an ; el se lipsește dar de folosul ce ar fi putut trage din acești bani. Dacă nu i-ar fi dat acționarilor, el ar fi putut să-i pună, să zicem, la dobândă cu un procent oarecare, p, așa că în anul t să realizeze capitalul Q. Q reprezintă dar valoarea în anul t a banilor de cari s'a lipsit Statul, după concesiune.

După conversiune, Statul are să plătească în timp de 20 ani câte o sumă anuală B pentru obligațiile 6 % ale Societății,

şi în timp de 44 de ani o sumă C pentru noile obligaţiuni 6% ale Statului; dacă aceşti bani i-ar fi rămas, de i-ar fi pus la dobândă tot cu p. %, în anul t el şi-ar fi format capitalul Q'; şi Q' este valoarea în anul t a banilor plătiţi în virtutea conversiunii.

Dacă Q e mai mare decât Q', conversiunea e mai avantajoasă decât concesiunea, şi diferenţa $Q—Q'$ reprezintă valoarea în anul t a profitului realizat de Stat dacă va substitui conversiunea în locul concesiunei. Pe urmă e lesne a se cunoaşte cu ce economie anuală echivalează acest profit din anul t.

Acestea toate fiind stabilite, să trecem la cifre.

Şi mai întâi să facem dintr'un condeiu o verificare a calculelor D-lui Ministru.

Pentru plata celor 237.500.000 de obligaţii 6%, proiectul guvernului prevede pentru primele 39 semestre o anuitate semestrială care variază puţin în jurul unei valori medii de 7.338.962 lei; pentru semestrul al 40-lea o anuitate de 8.175.900, pentru cele 47 semestre următoare nişte anuităţi cari diferă puţin de media 8.727.188 lei; în fine pentru ultimul semestru o anuitate de 8.760.150 lei. Motivul acestei dispoziţiuni a fost de a evita ca în primii 20 de ani, când Statul are să plătească şi anuitatea obligaţiilor 6% ale Societăţii, anuitatea totală plătită de Stat să treacă peste cele 18.857.880 lei pe an, ce plăteşte acum. Astfel fiind, pentru a vedea cu ce capital primitiv echivalează aceste diferite rate, trebue să se rezolve în raport cu C equaţia:

$$C \times (1{,}03)^{88} = 7.338.962 \times \frac{(1{,}03)^{88}—(1{,}03)^{49}}{0{,}03} + 1.875.900 \times (1{,}03)^{48}$$

$$+ 8.727.188 \times \frac{(1{,}03)^{84}—1.03}{0{,}03} + 8.760.150$$

ceea ce dă

$$C = 237.496.493,$$

valoare care nu diferă de 237.500.000 decât cu 3507 lei; şi chiar această diferenţă trebne impntată împrejurării că eu am introdus în calcul anuităţile medii, în loc de anuităţile adevărate.

Formula precedentă e scrisă ţinând seama de împrejnrarea că capitalul se amortizează din 6 în 6 luni, iar nu din an în an (*Proiectul de convenţiune*, art. 16 al. 3); de aceea am introdus

dobânda de 3% pe semestru; exponenții reprezintă semestre, iar nu ani, ca în formulele obișnuite.

D. Pană Buescu a calculat, — prin logaritmi,, — că anuitatea sumei de 237.500.000 în 44 de ani cu 6% este de 15.438.948 lei; de unde urmează, zice D-lui, că greșit este calculul D-lui Ministru, care începe cu 14 milioane și mai departe merge cu 17 milioane; că tablele D-sale de amortisare sunt vicioase.

Nu e de tăgăduit că un calcul făcut prin logaritmi este ceva ce nici nu se poate pune în discuțiune; pe lângă aceasta chiar eu am refăcut, tot prin logaritmi, calculul D-lui Buescu și am văzut că numărul de 15.438.948 lei este exact până la ultima cifră. Cu toate acestea, să-mi permită D-sa a-i face o mică întrebare, care e foarte naturală din partea unui om ce nu este așa de versat ca D-sa în ale finanțelor: dacă cineva, în loc de a plăti totdeauna câte 15.438.948 lei pe an pentru a achita o datorie, ar plăti când 14 milioane, când 17 milioane, căutând însă a face ca la ziua scadenței aceste plăți să echivaleze cu datoria, ar fi undeva vreun rău? Eu până acum cred că nu; dacă însă D. Buescu îmi va zice că mă înșel și-mi va dovedi aceasta prin logaritmi, eu sunt gata să-mi schimb părerea. Iar dacă D-lui va recunoaște că calculul meu de pe pagina trecută este exact și că tabla de amortizare a D-lui Ministru amortizează în adevăr cele 237½ milioane în 44 de ani, îl rog și eu pe D-lui să cedeze din calculul D-sale. Știu bine că e foarte greu a ceda cineva dintr'un calcul făcut prin logaritmi; însă ce nu e cu putință la cel care are voință, și mai ales bună-voință?

Mai sunt încă câteva lucruri în discursul D-lui Buescu pe cari le-am înțeles într'un chip imperfect; spre exemplu, cum se face că, pe când ținea seamă de creșterea anuității provenită în primii 20 de ani din adoptarea cifrei de 15.438.948, nu ține seamă și de scăderea aceleiași anuități în ultimii 24 de ani? Al doilea, cum concilieză D-lui credința ce are că, după textul concesiunii, noi plătim o dobândă care descrește pe fiecare an cu un amortisment fix de 1 la mie la capitalul primitiv, cu împrejurarea că capitalul se amortizează în 90 de ani, iar nu în 1000, după cum ar trebui, dacă s'ar amortiza pe fiecare an suma fixă de 248.130 lei? In fine pentru ce D-sa, care în toți anii de atâta vreme are a face cu bugetul, nu a ridicat până acum vocea D-sale cea autorizată pentru a chema la răspundere pe Miniștrii cari

plăteaupe fiecare an câte 18.857.880 lei, în loc de dobânda descrescândă ce trebuia să fie acum de 18 495.011?

Dacă limitele acestui opuscul şi timpul scurt de care dispun până la redeschiderea Corpurilor Legiuitoare mi-ar permite, aş fi mai rugat pe D. Buescu să-mi dea câteva mici lămuriri asupra mai multor altor părţi din discursul său. Poate că cu atâtea întrebări m'aş expune să supăr pe D. Buescu şi să mă văd şi eu tratat de om care nu ştie aritmetica, cum au păţit-o deja D. Ministru de Finanţe şi un oarecare gazetar; însă eu nu ezit de a înfrunta orice neplăceri când e vorba de a mă instrui.

Dar să revenim la calculul beneficiului realizat prin conversiunea totală, dela care m'am depărtat prea de multă vreme.

După concesiune, noi ar trebui de astăzi înainte să mai plătim în timp de 81 de ani câte 18.857.880 lei pe an. Dacă am presupune că aceşti bani, în loc de a-i plăti, i-am pune la dobândă cu 6% pe an, ei ne-ar da în 1960 un capital de lei

(a) 34.932.280.808,08

Să ne punem acum în ipoteza conversiunii totale.

După anexa D la expunerea de motive, de la 1880 până la 1898 inclusiv noi vom avea a plăti, pentru obligaţiile 6% ce are să emită Statul, pe fiecare an câte o anuitate medie de 14.677.924 lei, iar în 1899 suma de 15.526.900 lei. Aceşti diferiţi bani, dacă ar fi fost daţi cu dobândă de 6%, ne-ar fi format, la finele lui 1899, un capital de lei

540.785.024,85

De altă parte noi mai plătim câte 4.167.148 lei pe an între anii 1880 şi 1898 inclusiv, şi 3.317.677 lei în 1899 pentru achitarea obligaţiilor 6% ale Societăţii, bani cari ne-ar da în 1899 un capital de lei

152.441.604,55

Acest capital, întrunit cu cel precedent, ar face, la finele lui 1899, lei

693.226.629,40

şi acest din urmă ar deveni, până în 1960, cu câte 6% pe an, lei

(*b*) 24.240.036.727,84.

Vom mai plăti dela 1900 până la 1922 inclusiv câte 17.454.376 în medie pe an, iar în 1923 suma de 17.487.050, tot pentru obligațiile 6 % ale Statului. Aceste sume, de ar fi capitalizate până în 1960 cu 6 %, ar da lei

(*c*) 7.084.326.480,00

In fine, pe lângă acestea, trebue să mai adăogim 3.000.000 lei cari ar fi necesari până la completarea sumei de 240.500.000, în cazul, puțin probabil, când toate acțiunile s'ar prezenta la schimb înainte de 1 Martie 1880. Acele trei milioane ar deveni în 1960 lei

(*d*) 336.431.550,00

Făcând suma numerelor *b*, *c*, *d*, găsim că în cazul conversiunei totale ar trebui, pentru achitarea datoriei, să plătim niște bani cari în 1960 cu 6 % ar valora lei

(*e*) 31.660.794.757,84

Scăzând acest număr din *a*, vedem că conversiunea totală așa cum e propusă ne-ar procura o economie de un capital care în 1960 ar valora lei

(*f*) 3.271.486.050,24

Dacă căutăm care e capitalul care, pus la dobândă în 1880 cu 6 % ar da în 1960 suma precedentă, găsim că este lei

29.172.220,00 ;

iar rata anuală care plătită în timp de 81 de ani ar forma în 1960 capitalul (*f*), este lei

1.766.081,00

Prin urmare, dacă s'ar efectua conversiunea tuturor acțiunilor de prioritate și primitive până la 1 Martie 1880, s'ar realiza pentru Stat un beneficiu care ar echivala cu o economie făcută odată pentru totdeauna în 1880 de 29.172.220 lei, sau cu o economie anuală de 1.766.081 lei, făcută în timp de 81 de ani.

V.

Cazul conversiunii pe jumătate.

Dacă nu s'ar preschimba decât jumătate din acţiunile de prioritate şi primitive, sarcinele Statului ar fi cele următoare:

Pentru preschimbarea pe 60% a jumătate din acţiunile primitive în valoare nominală de lei 121.645.875 va trebui să se emită obligaţiuni de Stat 6% în valoare de lei		72.987.525,00
Pentru preschimbare pe 133⅓% a jumătate din acţiunile de prioritate în valoare de lei 23.942.250		31.923.000,00
Premii în numărătoare a 2% pentru acţiunile primitive rescumpărate.	2.432.917.50	
Premii în numărătoare a 2½% pentru acţiunile de prioritate rescumpărate.	598.555,25	
Total în numărătoare	3.031.472,75	
sau în obligaţiuni 6% ale Statului a 75%, valoare nominală		4.041.963,67
Cheltuelile conversiunii şi anume:		
Confecţionarea titlurilor lei	220.000,00	
Transportul lor	86.400,00	
Publicaţiuni, inserţiuni şi cheltueli de preschimbare.	970.600,00	
Cheltueli de depunere la banca imperiului german	15.000,00	
Timbru şi cotă la Paris. . .	708.000,00	
Total în numerar	2.000.000,00	
Sau în obligaţiuni 6% a 75%		2.500.000,—
Imprumutul pentru repararea liniei şi stingerea de procese.		20.000,000,—
Total val. nomin. în cifre rotunde. . . .		131.452.490,—

Emiterea obligaţiunilor de 6% se va face dar numai până la concurenţa sumei de 131. 452. 490 lei.

Pe lângă aceasta, Statul va avea să plătească până la stingere în 1899, anuităţile obligaţiunilor 6% ale Societăţii, cari la 1 Ianuarie 1880 erau încă în circulaţie pentru valoarea nominală de lei 47.532.000; pe urmă un dividend de 3⅓% la acţiu-

nile primitive nepreschimbate și amortismentul până la stingerea lor în 1960, și un dividend de 8% la acțiunile de prioritate nepreschimbate, cu amortismentul lor până în 1943.

Urmând aceeași metodă ca și în cazul precedent, vom vedea că :

Anuitățile plătite până în 1899 inclusiv pentru obligațiunile 6% ale Statului formează un capital care, cu 6% pe an, va valora în 1899	299.316.000 lei	—
Valoarea în 1899 pe 6% a capitalului format de anuitățile obligațiilor 6% ale Societății este de	152.441.604	lei 55
Suma acestor două numere este . .	451.757.604	lei 55

și acest din urmă capital va deveni până în 1960

(*g*) 15.796.596.144 lei

Anuitățile pentru obligațiile 6% ale Statului între 1900 și 1923 inclusiv formează un capital a cărui valoare în 1960 va fi de

(*h*) 3.921.061.809 lei

Pentru acțiunile primitive nepreschimbate, trebue plătit pe fiecare an până în 1960 o anuitate de 4.361.138 lei, care să acopere dobânzile de 3⅓% ale capitalului și amortismentul lui pentru 81 de ani.

Aceste anuități capitalizate vor da în 1960

(*i*) 8.078.559.259 lei 25

In fine pentru dobânda 8% și amortismentul acțiunilor de prioritate nepreschimbate, va trebui să se plătească pe fiecare an până în 1943 câte 1.929.384 lei, și aceste rate capitalizate vor da în 1960

(k) 3.519.553.241 lei

Făcând suma numerelor (*d*), (*h*), (*i*), (*k*), găsim că diferitele plăți făcute în ipoteza conversiunii pe jumătate echivalează cu un capital în 1960 de

31.315.870.453 lei 25.

De altă parte știm că plățile anuale de 18.857.880 lei con-

tinuate, după vechia concesiune, până în 1960, echivalează cu un capital în 1960 de

34.932.280.808 lei 08

Economia realizată de Stat în cazul conversiunii pe jumătate este dar reprezentată prin un capital în 1960 de

3.616.410.354 lei 83

Această sumă echivalează cu o economie făcută odată pentru totdeauna la 1880 de

32.247.951 lei 14,

sau cu o rată anuală în timp de 81 de ani de

1.952.286 lei 27.

* * *

Acum cred că e demonstrat că din punctul de vedere curat financiar, conversiunea propusă de Guvern este o operaţiune avantagioasă. Urmează însă de aci că ea este pe deplin acceptabilă?

Dacă ar fi posibil a se pune în formule toate articolele noii convenţiuni, precum am făcut pentru cele ce se raportau numai la cifre, şi dacă din rezoluţia unei equaţiuni s'ar putea şti câtă sinceritate pun representanţii acţionarilor în angajamentul ce contractează, poate că aş da un răspuns la această întrebare. Cine însă va putea zice vreodată că cunoaşte tot sacul cu expediente ale financiarilor dela Berlin? Cine este în stare să ne asigure că la anul nu vom avea să calculăm pagubele, precum calculăm acum beneficiile? De aceea D-nii Deputaţi, cari au să judece în ultima instanţă, vor trebui să fie cu deosebită luare aminte, mai ales acum când adversarii noştri ştiu că vor avea Europa cu dânşii ori de câte ori va fi vorba să-şi reguleze socotelile cele încurcate, fie chiar cu paguba demnităţii noastre naţionale.

4.

Despre accelerațiunea seculară a mișcării medii a Lunii

1880

(Inedit)

DESPRE ACCELERAȚIUNEA SECULARĂ A MIȘCĂRII MEDII A LUNII

1880

NOTIȚĂ ISTORICĂ

Haret a fost ales membru corespondent al Academiei Române la 3 Iulie 1879. În această calitate, a citit în ședința dela 4 Aprilie 1880 comunicarea ce urmează.

Din cercetarea Analelor Academiei se vede că s'a hotărît atunci publicarea cumunicării; dar, pe cât am cercetat, aceasta nu s'a făcut. Haret a păstrat manuscrisul, pe care îl dăm în paginele următoare:

Puține din legile naturale descoperite până astăzi au fost confirmate într'un mod mai strălucit și mai nediscutabil prin concordanța perfectă între teorie și observațiune, ca aceea a atracțiunii universale. Exactitatea acestei legi este astăzi cu totul afară din discuțiune, cel puțin întru cât privește sistemul solar; și încă eleganta teoremă a D-lui Bertrand[37] asupra legilor de atracțiune care dau loc la trajectorii închise ar fi de ajuns, chiar în lipsa altor probe, ca să ne facă să admitem, cu un foarte mare grad de probabilitate, că ea este realizată și în celelalte sisteme cosmice.

Cu toate acestea, pentru ca să ajungă a da teoriei atracțiunii perfecțiunea actuală, geometrii au avut să învingă dificultăți foarte mari, cari vin de acolo că equațiunile mișcării corpurilor cerești nu se pot integra sub formă finită. Din această cauză se calculează mai întâi mișcarea eliptică a fiecărui corp în jurul astrului său central, făcând abstracție de atracțiunea celorlalte corpuri; și pe urmă, prin o serie de aproximațiuni succesive, se ține socoteală și de aceste atracțiuni secundare, calculând ceea ce se numește *perturbațiunile mișcării eliptice.*

Aceste diferite calcule, cu toată lungimea lor, pot da mişcarea reală a astrelor cu exactitatea cea mai riguroasă; şi când se întâmplă să se găsească vreo nepotrivire între rezultatele observaţiunii şi ale calculului, aceasta este un indiciu sigur ori că calculele nu sunt complete, ori că există vreo cauză de perturbaţiune încă necunoscută şi neintrodusă în formule. Astfel consideraţiunea neregularităţilor mişcării lui Uran, pe care teoria nu le poate explica înainte de a se cunoaşte existenţa lui Neptun, a condus pe Leverrier[38] la descoperirea acestei din urmă planete.

Nepotrivirile de felul acesta astăzi nu mai există în Mecanica Cerească decât în foarte mic număr, şi sunt toate foarte mici. Printre dânsele, cea mai celebră este cea cunoscută sub numele de *acceleraţiunea seculară a mişcării medii a lunii.*

Istoria ne-a transmis un număr oarecare de observaţiuni de eclipse de soare şi de lună, din nişte timpuri destul de depărtate, făcute de Chinezi, de Babilonieni, de Greci şi de Arabi; cu ajutorul lor se poate afla care trebue să fie fost iuţeala medie a lunii de atunci şi până astăzi, pentru ca ea să fi putut ocupa la acele epoci poziţiunea necesară pentru producerea eclipsei. De altă parte teoria lunii, bazată pe cifrele date de observaţiunea actuală, poate să ne dee pe cale curat analitică valoarea iuţelii ei medii la orice epocă. Insă comparaţiunea acestor două rezultate arată că mişcarea medie pe care o are luna acum este mai mare decât cea pe care o avea în timpurile trecute. Această creştere a mişcării medii s'a numit *acceleraţiune seculară.*

Ea a fost descoperită de Halley,[39] în 1695, prin studiul unor eclipse de soare observate în Asia de Arabul Albatcrim pe la finele secolului al IX-lea al erei creştine. Pe la mijlocul secolului al XVIII, chestiunea a fost mai de aproape desbătută de Dunthorne[40] şi Mayer,[41] cu ajutorul şi a unor observaţiuni făcute la Cairo de Ibu Junis la finele secolului X şi a altora mai noi. Dunthorne deduse din calculele sale că mişcarea medie a lunii se accelerează cu 10'' pe secol; Mayer găsi 6'', 7, şi mai în urmă 9''. In 1857, D. Airy,[42] ilustrul Director al Observatorului dela Greenwich, găsi, cu ajutorul tablelor unii calculate de Hansen,[43] 12'', 989.

Mult timp geometrii nu putură afla în formulele mişcării lunii explicaţiunea acestui fenomen. Lalande şi Lagrange se

încercară, fără succes a o găsi. Atunci începu a se crede că vreo forţă alta decât atracţiunea produce acest rezultat. Astfel Bossut,[44] în 1762, propuse ipoteza unui mediu foarte puţin dens, a cărui rezistenţă nu s'ar exercita cu aceeaşi intensitate asupra Lunii şi asupra planetelor; această explicaţiune fu curând înlăturată, ca nefiind în acord cu observaţiunile făcute asupra lui Saturn. Mai târziu Laplace arătă posibilitatea de a se aplica fenomenului prin ipoteza că forţa de atracţiune a pământului are trebuinţă, ca şi lumina, de un timp oarecare pentru a se transmite în spaţiu asupra lunii. In fine tot el dovedi că dacă durata zilei s'ar fi scurtat dela Hipparc[45] până astăzi numai cu 0,"01, atât ar fi de ajuns pentru a explica cu totul fenomenul acceleraţiunii.

In 1783 chestiunea reintră în domeniul teoriei prin un memoriu al lui Lagrange, în care autorul arată că variaţiunile seculare ale excentricităţii, înclinaţiunii, longitudinii nodului şi a periheliului unei planete poate face să varieze mişcarea medie a altui astru vecin; însă aplicând teoria sa la Jupiter şi Saturn, el dobândi nişte numere neînsemnate, şi se grăbi să concludă că tot aşa trebue să fie şi pentru Lună.

Laplace află în fine în 1787 adevărata explicaţiune a părţii celei mai însemnate a fenomenului; el dovedi că variaţiunea excentricităţii mai însemnate a fenomenului; el dovedi că variaţiunea excentricităţii orbitei pământeşti provenită din acţiunea celorlalte planete produce, în mişcarea medie a lunei, o acceleraţiune,. seculară a cărei valoare, după dânsul, este de 10", 18 pe secol foarte apropiată de cea dată prin studiul eclipselor celor vechi.

Laplace se mulţumise a face calculele numai relativ la prima putere a maselor perturbatrice. In 1820, Plana[46] şi Damoiseau, şi mai târziu Hansen, împingând aproximaţiunea mai departe,[47] găsiră succesiv 10",72, 11",47 şi 12",18, rezultate din ce în ce mai conforme cu cele date prin observaţiunile vechi. Insă în 1853, D. Adams[48] demonstră că calculele D-lor Plana, Damoiseau şi Hansen prezintă oarecari defecte, şi că după corigerea lor, rezultatul la care conducea ele era numai de 6," 176. Discuţiunea a durat mai mulţi ani; în cele din urmă, după lucrările lui Adams, Delaunay,[49] Lublock[50] şi Cayley,[51] şi după cum recunoscură însisi Plana şi Hansen, rămase demonstrat că varia-

țiunea excentricității orbitei pământului nu produce decât o accelerațiune de 6″, 176 pe secol în mișcarea medie a lunii. Rămâne dar a se explica de unde provenea restul accelerațiunii, de 4″ până la 6″ pe secol.

Aceasta este starea chestiunii astăzi ; ea continuă a preocupa pe geometri. Academia de Științe din Paris puse, în 1864, ca subiect de concurs pentru premiul cel mare de matematici, *studiul observațiunilor celor vechi de eclipse, pentru a se deduce din ele coeficientul accelerațiunii seculare a mișcării medii a lun i* ; însă până în 1876 nici o lucrare nu se prezintă. In 1873, D. Puiseux publică un memoriu foarte interesant, în care demonstră că variațiunea planului orbitei terestre nu are nici o influență asupra mișcării medii a lunii.

Din această expunere se vede cât de mare interes se pune în rezolvarea problemei ce ne ocupă, interes lesne de înțeles, deoarece, la caz când nu s'ar putea demonstra că accelerațiunea mișcării medii este o consecință naturală a atracțiunii Newtoniene, prin aceasta s'ar constata eficacitatea unor forțe cari până acum nu fuseseră introduse în calcule. Astfel Delaunay a arătat că fluxul și refluxul mării lucrează neîncetat pentru a micșora iuțeala de rotațiune a pământului în jurul axului său, adică pentru a lungi ziua ; prin urmare, dacă aceasta este cauza accelerațiunii aparente a mișcării lunii, conform primei idei a lui Laplace, ar trebui să admitem că fluxul și refluxul Oceanului a avut destulă putere ca să scurteze ziua cu cel puțin 0^s, 01 în 2500 ani. Aceasta ar fi primul exemplu de o inegalitate constatată în mișcările de rotațiune ale corpurilor cerești.

Lucrul însă nu a ajuns încă acolo ; studiul chestiunii pe baza numai a legilor atracțiunii încă nu e terminat.

In adevăr, dintre cele șase elemente eliptice ale unui astru, semiaxa cea mare este afectată numai de perturbațiuni periodice, fără variațiuni seculare, cel puțin când se ține seamă numai de întâia și a doua putere a maselor perturbatrice. Pentru puterile superioare celei de a doua, nu se știa dacă semiaxa cea mare are sau nu variațiuni seculare ; cu toate acestea geometrii admit că nu are și de aceea toate lucrările făcute până astăzi pentru a explica accelerațiunea mișcării lunii sunt făcute în ipoteza că semiaxa cea mare nu are decât variațiuni periodice.

Insă într'o teză susținută înaintea Facultății de Științe din Paris la începutul anului 1878,[52] am demonstrat că semiaxa cea mare are variațiuni seculare, îndată ce se ține seamă de puterile maselor perturbatrice superioare celei de a doua; și deoarece mișcarea medie n este funcțiune numai de semiaxa cea mare, și ea are variațiuni seculare de aceeași ordine. In urma acestora, era natural a aplica acestă teorie la lună, a căuta termenii seculari ai mișcării medii, a căror existență era demonstrată, și a vedea dacă prin ei se poate explica partea din accelerațiunea seculară a mișcării lunii, care rămăsese încă neexplicată.

Acesta este obiectul lucrării pe care am onoare a o expune, în linii generale, înaintea Academiei.

Atât în teza mea, cât și în lucrarea de față, m'am servit cu un sistem de coordonate particular, întrebuințat pentru prima oară de Jacobi în memoriul său *despre eliminarea nodurilor în problema celor trei corpuri*. Din această cauză a fost necesar mai întâi să facă desvoltarea în serie, în acest sistem de coordonate, a funcțiunii perturbatrice V. Am făcut această desvoltare până la a patra putere a excentricităților și a înclinațiunilor, ceeace este foarte îndestulător pentru scopul ce am avut în vedere. Funcțiunea perturbatrice astfel desvoltată conține 205 termeni.

Forma sub care se prezintă funcțiunea perturbatrice cu sistema de coordonate a lui Jacobi m'a condus să întrebuințez pentru desvoltarea ei în serie o metodă, care am constatat pe urmă că se poate aplica și în cazul coordonatelor rectangulare ordinare. Pe cât știu, până acum nu s'a urmat de nimeni pentru desvoltarea funcțiunii perturbatrice această cale, care mi se pare că în unele cazuri, mai ales în teoria lunii, poate se prezintă serioase avantagii. Funcțiunea V este mai întâi desfăcută în o serie de termeni ordonați după puterile crescânde ale reportului semiaxelor celor mari ale elipselor, așa că se pot lepăda chiar dela început toți termenii cari conțin acest raport la o putere mai mare decât cea pe care o propune cineva să o conserve. Pe urmă fiecare termen în parte se poate desface într'un produs de mai mulți factori, din cari ficcare se desvoltă în serie cu ajutorul formulei lui Taylor aplicate la funcțiile de o singură variabilă. In metodele obișnuite, trebue să se facă uz de formula lui Taylor aplicată la funcțiile de mai multe variabile; și calcu-

latorii știu cu cât această de a doua formulă e mai greu de întrebuințat decât cea dintâi.

Funcțiunea perturbatrice fiind astfel desvoltată, proced la calculul termenilor seculari ai lui a și n după metoda expusă în menționata mea teză; însă apropierea deschiderii sesiunii generale a Academiei, înaintea căreia țineam să mă prezint cu o lucrare terminată până la un punct, și proporțiunile neașteptate ce au luat calculele, m'au făcut să reduc deocamdată funcțiunea perturbatrice numai la termenii de întâiul și de al doilea grad în raport cu excentricitățile și cu înclinațiunile, ceea ce avea să-mi dea numai termenii principali ai accelerațiunii seculare. Chestiunea fiind astfel restrânsă, axa cea mare și mișcarea medie nu cuprind decât câte un singur termen secular de forma

$$A\varphi\varphi' \sin (\theta - \theta)',$$

în care A este o constantă, φ și φ înclinațiunile orbitelor lunii și soarelui pe un plan fix, θ și θ' longitudinele nodurilor ascendente ale acestor orbite.

Sunt dar condus la concluziunea că, dacă se face observațiune de acțiunea planetelor și se introduce în calcule numai acțiunea perturbatrice a soarelui, semiaxa cea mare și mișcarea medie a lunii nu au nici o variațiune seculară de al treilea ordin în raport cu excentricitățile și cu înclinațiunile, căci atunci $\varphi' = 0$. Dacă se ține seamă de influența perturbatrice a planetelor, există o variațiune seculară. Reducând formulele în numere, am găsit că semiaxa cea mare a orbitei lunii este afectată de o variațiune care oscilează în jurul unei valori medii: durata oscilațiunilor este aproape egală cu durata revoluțiunii nodului lunar, adică cu 18 ani 8 luni; iar amplitudinea ei merge crescând proporțional cu timpul; așa că pentru o epocă depărtată cu 2500 de ani de cea actuală, axa cea mare a orbitei lunii poate fi supusă unei variațiuni de 0,00002492 sau aproape $\frac{1}{40000}$ din lungimea sa.

Cât pentru mișcarea medie a lunii, variațiunea ei seculară pentru valoarea $t = -2500$ ani a timpului nu se urcă decât la 0″,030848 pe secol, număr departe de a fi egal cu partea încă neexplicată a accelerațiunii sculare a mișcării medii a lunii, care se ridică la 4″ sau 6″ pe secol.

Cu toate acestea nu trebue să ne grăbim a afirma că termenii de al treilea ordin în raport cu masele nu produc nici o variaţiune simţitoare în mişcarea medie a lunii. Dacă termenul

$$A\varphi\varphi' \sin(\theta - \theta')$$

dă rezultate aşa de mici, cauza poate să fie că el e proporţional cu φ', care se ştie că rămâne totdeauna foarte mic. Pentru ca analiza aceasta să fie decisivă, trebue să se introducă într'însa şi termenii de gradul al treilea şi al patrulea în raport cu excentricităţile şi cu înclinaţiunile seculare de altă formă. Totodată va trebui să se ţină seamă de variaţiile introduse de celelalte planete în fiecare din elementele mişcării soarelui şi a lunii. Această parte a lucrării de faţă, care va face obiectul unei comunicaţiuni ulterioare, nu am putut să o execut pentru acum din lipsă de timp, şi mai ales din lipsa totală de documente ştiinţifice, spre exemplu de nişte table lunare.

5.

Morișcă cu indicațiuni electrice, indicator electric și sistemul de suspensiune al morișcei – pentru a măsura iuțeala unui curent lichid într-un punct oarecare

1882

(Inedit)

MORIȘCĂ CU INDICAȚIUNI ELECTRICE, INDICATOR ELECTRIC ȘI SISTEMUL DE SUSPENSIUNE AL MORIȘCEI — PENTRU A MĂSURA IUȚEALA UNUI CURENT LICHID ÎNTR'UN PUNCT OARECARE.

1802

NOTIȚĂ ISTORICĂ

Lucrarea ce urmează arată sub altă față activitatea lui Haret. Om de studiu, iubitor de cercetări și discuțiuni teoretice în științele matematice, ele dovedesc — prin teza sa de doctorat — că este capabil să stabilească puncte de vedere noi în adevărurile mecanicei cerești. Succesul dobândit atunci a îndemnat pe profesorii săi a-i propune să rămâie în Franța pentru a continua studiile de specialitate. Ar fi putut să ajungă în câțiva ani profesor la una din Universitățile de acolo, cum s'a întâmplat mai târziu cu alți savanți români. L-a împiedicat gândul că fusese trimis cu bursa Statului român și teama că ar putea fi socotit trădător al intereselor națiunii sale. Posteritatea va trebui să-i recunoască totdeauna acest act de înaltă valoare morală.

S'a întors deci în țară și foarte curând a devenit profesor la Universitatea din București. Această ocupațiune nu-i lua tot timpul și puterea lui de muncă il îndreaptă, după câțiva ani, în câmpul aplicațiunilor practice ale matematicelor și ale fizicei.

Astfel îi veni ideea de a inventa un aparat cu care să se măsoare iuțeala unui curent lichid. Il pregăti teoretic și apoi se adresă casei Breguet din Paris pentru a-l construi. Acest lucru cerea bani și Haret avea bani puțini, căci câștigurile sale erau modeste și avea, pe lângă nevoile casei sale, de ajutat pe unii membri ai familiei cărora le fusese totdeauna nu numai frate, dar protector.

Am găsit între hârtiile rămase de la el mai multe scrisori dela casa Breguet, din cari se vede că a cheltuit sume destul de importante și — pe cât am aflat — a trebuit să le ia cu împrumut. Făcea aceste sacrificii cu încredere, știind că, dacă își va breveta în Franța aparatul său, se va despăgubi de cheltuielile făcute. S'a dus deci la Paris, a văzut construit aparatul, dar fatalitatea a voit ca, înainte cu câteva zile, să fie brevetat un aparat similar al unui American. Deci toată munca, toată strădania, toate jertfele materiale au fost în zadar.

Am socotit interesant să publicăm în acest volum toată lucrarea privitoare la aparatul de care vorbim, împreună cu desenele respective câte s'au găsit între hârtiile rămase de la el.

Gh. A.

Legenda desenului reprezentând o morișcă cu indicațiuni electrice, un indicator (compteur) electric și sistemul de suspensiune al moriscei; aparate destinate a măsura iuțeala unui curent lichid într'un punct dat oarecare, de *Spiru C. Haret.*

A) *Morișca și accesoriile sale*

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
1	AB	A'B'	A''	Tub de tinichea, cu pereți foarte subțiri, deschis la ambele capete, de un diametru aproximativ de 0,0075 m până la 0,016 m și de o lungime de 0,30 m până la 0,40 m. Buzele deschizăturii A trebue să fie foarte ascuțite, pentru ca prezența tubului să producă cât mai puțină perturbațiune se va putea în mișcarea apei.
2	CD	C'D'	C''D''	Cutie cilindrică de tinichea fixată pe tubul AB, secțiunea sa medie fiind verticală și trecând prin axul tubului. La partea sa inferioară, această cutie comunică cu tubul.
3	*cc*	—	—	Foi de tinichea fixate tangent la tubul AB și la cutia CD, destinate a evita reflexul și contracurentele ce s'ar produce prin lovirea apei de cutia CD.

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
4	*yy*	*y'y'*	*y''y''*	Mică cutie cilindrică, fixată pe una din cele două baze ale cutiei CD și având același ax ca și dânsa. Această cutie *yy* este închisă ermetic.
5	F	F'F'	F''F''	Ax rău conducător de electricitate, care străbate cutiile CD și *yy* și care se poate învârti cu cea mai mare înlesnire în jurul său însuși.
6	EEEE	E'E'E'	E''E''E''	Palete hemisferice cari au un diametru ceva mai mic de cât tubul AB, fixate pe axul F și învârtindu-se împreună cu dânsul.
7	—	*d'*	*d''d''*	Lamă metalică fixată pe partea axului F care străbate cutia *yy*.
8	*aa*	*a'a'*, *b'b'*	*a''*, *b''*	Resorturi metalice fixate de pereții cutiei *yy* și sprijinindu-se pe axul F.
9	*mmmm*	*m'm'm'*	*m''m''* / *m''m''*	Sârme condnctoare plecând fiecare dela câte unul din resorturile *a* și *b*, trecând peste suportul *b*, peste inelul G și mergând pe malul râului în lungul sfoarei UV.
10	*bbbb*	*b'b'b'*	*b''b''b''*	Suporturi rigide de fier, cari fixează tubul AB și cutiile CD și *yy* de inelul GG.

Nr. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
11	GG	G′	G″G″	Inel cilindric de fier, care se poate deschide, având o balama, prin t'însul trece cablul JK.
12	a_1a_2	—	a''	Urechi destinate a primi sfoara UV; a_1 va servi când observatorul se va afla pe malul stâng, a_2, când se va afla pe malul drept.
13	—	—	X″	Mică placă metalică, destinată a face ca centrul de presiune al aparatului să se afle pe axul inelului GG, pentru ca tubul AB să se aşeze cu totul în direcțiunea curentului.
14	—	—	$e''e''$	Suport de fier care fixează placa X″de inelul GG.
15	H	H′	—	Paletă metalică verticală, fixată de inelul GG, destinată a ține tubul AB în direcțiunea curentului.
		B) *Sistemul de suspensiune*		
16	O	O′O′	O″O″	Cablu solid întins foarte orizontal şi legat la ambele capete de câte un țăruş înfipt în pământ pe ambele maluri.

Nr. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
17	N	N′	N″	Scripete care se mișcă pe cablul O învârtindu-se în jurul unui ax orizontal *t′t′*.
18	PQ	P′Q′	P″Q″	Inel de fier care înconjură scripetele N; axul *t′t′* al acestui scripete e fixat pe inelul PQ.
19	*s*	*s′s′*	*s″s″*	Urechi fixate pe inelul PQ, destinate a primi sforile W, W_1.
20	T	T′	—	Ureche fixată pe inelul PQ, destinată a dirija mișcarea sforii W_1.
21	PR, QS	—	*p″*R″	Suporturi verticale fixate sus de inelul PQ la extremitățile axului *t′ t′* iar la capetele lor inferioare susținând axul orizontal RS.
22	RS	—	R″	Ax orizontal fixat de cele două suporturi verticale PR și QS și trecând prin cei trei scripeți M, M_1L.
23	L	L′	L″	Scripete care se învârtește liber în jurul axului RS; cablul JK trece pe gâtul acestui scripete și merge pe malul rîului.
24	M, M_1	$M′M′_1$	M″	Scripeți cari se învârtesc liber și independent unul de

Nr. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
				altul, în jurul axului RS. Sfoara VU trece pe gâtul lui M_1 când observatorul se află pe malul stâng al râului și pe gâtul lui M dacă se află la dreapta curentului.
25	JK	J'K'	J''K''K'''	Cablu care susține la extremitatea J o ghiulea mare de plumb, I, se ridică vertical, trece pe scripetele L și merge apoi orizontal de se înfășoară în jurul unui țăruș înfipt în pământ lângă observator.
26	VU	V'U'	V''U''U'''	Sfoara fixată cu un capăt de urechea *a* a inelului GG; de acolo se ridică vertical, trece peste scripetele M sau M_1 și merge până la observator. Ambele sârme conducătoare, *mm*, merg în lungul acestei sfori dela urechia *a* până pe mal.
27	WW	W'W'	W''W''' W'''	Sfori fixate de inelele *s*. Sfoara W merge direct din *s* până la observator, sfoara de întoarcere (de retour) W_1 merge din *s* la un scripete fixat pe malul opus și se întoarce paralel cu sine însăși până la observator, trecând, prin urechia T.

Nr. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
28	I	—	—	Ghiulea mare de plumb, care stă pe fundul râului și menține cablul JK într'o pozițiune verticală.
29	/	—	—	Scobitură făcută la partea inferioară a ghiulelei I, care se umple cu seu; e destinată a aduce materiale cari să arate natura fundului râului.
		C) *Indicatorul (compteur) electric.*		
30	αα	α′α′		Bobină.
31	β	β′β′		Bucată de fier moale, fixată de pârghia γγ.
32	γγ	γ′γ′		Pârghie.
33	δ	δ′δ′		Ax fix orizontal în jurul căruia se învârteşse pârghia γγ.
34	ε	ε′		Resort destinat a ridica pârghia γγ.
35	η	η′		Mic obstacol cu şurup, destinat a opri prea marea depărtare una de alta a bucăților αα și ββ.
36	ζ	—		Mic obstacol cu şurup, care se dispune aşa ca să împiedice contactul imediat al bucăților αα și ββ, pentru a evita efectul magnetismului remanent.
37	—	u′u′, v′v′		Bare fixate de pereții cutiei care conține aparatul, cari suportă resortul ε și obstacolele η și ζ.

No. crt.	Proiecţiune orizontală	Proiecţiune verticală	Părţile aparatului
38	u	—	Mic cârlig, menţinut printr'un resort în contact cu dinţii roţii *à rochet* λλ. Când bucata ββ este atrasă de bobina cârligul u este tras în jos, făcând să se învârtească roata à rochet λλ. Trebuie să se reguleze şurupurile η şi ζ astfel ca la fiecare oscilaţiune a bucăţii ββ, roata să înainteze cu un dinte, însă numai cu unul.
39	ν	—	Mic cârlig menţinut printr'un resort în contact cu dinţii roţii λλ, destinat a împiedica mişcarea înapoi a acestei roţi.
40	—	ν'ν'	Bară orizontală susţinând cârligul ν.
41	λλ	λ'λ'	Roată *à rochet*, cu 100 de dinţi.
42	h	$h'h'h'$	Ax orizontal, pe care este fixată roata λλ şi care se învârteşte împreună cu dânsa.
43	μ	μ	Ax fixat la extremitatea axului hh şi învârtindu-se împreună cu roata λλ pe cadrul OO.
44	OO	O'O'	Cadran divizat în 100 părţi egale, tras pe faţa exterioară a cutiei care conţine aparatul. Acul μ indică pe acest cadran numărul oscilaţiunilor bucăţii ββ.
45	p	p'	Deget metalic fixat pe axul h şi învârtindu-se împreună cu dânsul; el, prinde în dinţii roţii dinţate π. La fiecare învârtire completă a roţii, degetul p face să înainteze cu un dinte roata π.

No. crt.	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune verticală	Părțile aparatului
46	π	$\pi'\pi'$	Roată dințată care angrenează de o parte cu degetul *p* și de alta cu roata dințată $\lambda_1\lambda_1$ și care se învârtește în jurul axului *g*.
47	*g*	*g'g'*	Ax în jurul căruia se învârtește roata π.
48	$\lambda_1\lambda_1$	$\lambda_1'\lambda_1'$	Roată dințată care are 60 de dinți și angrenează cu roata π. Această roată execută o învârtire completă în timpul cât roata $\lambda\lambda$ execută 60 de rotațiuni.
49	*i*	*i'i'i'*	Ax în jurul căruia se învârtește roata $\lambda_1\lambda_1$ de care el este fixat în mod invariabil.
50	μ_1	μ_1'	Ax fixat de extremitatea axului *i* și învârtindu-se împreună cu roata $\lambda_1\lambda_1$ pe cadranul O_1O_1.
51	O_1O_1	$O_1'O_1'$	Cadran divizat în 60 de părți egale, tras pe fața exterioară a cutiei care conține aparatul. Acul μ_1 arată pe acest cadran numărul sutelor de oscilațiuni ale bucății $\beta\beta$.
52	—	*r'r'*	Placă fixă care susține bucățile δ, *vv*,*v'v'*,*g'g'*,*i'i'* ale aparatnlui.
53	*nnn*	—	Sârme conducătoare venind dela bateria electrică.
54	ρ,ρ_1	ρ',ρ_1'	Stâlpișori unde vin de se fixează sârmele conducătoare *nnn* ale bateriei.

No. crt.	Proiecţiune orizontală	Proiecţiune verticală	Părţile aparatului
55	$\varphi\varphi$	$\varphi'\varphi'\varphi'$	Lamă metalică, care merge dela stâlpişorul ρ_1 la bobină.
56	$\psi.\psi$	$\psi'\psi'\psi'$	Lamă metalică, care merge dela bobină la pârghia metalică $\tau\tau$.
57	$\tau_1\tau$	$\tau_1'\tau'$	Pârghie metalică menţinută printr'un resort înfăşurat în jurul axului.
58	v	v'	Buton de ivoriu.
59	χ	—	Stâlpuşor metalic. Când se apasă pe butonul v, pârghia $\tau_1\tau$ vine în contact cu stâlpuşorul χ.
60	$\sigma_1\sigma_1$	$\sigma_1'\sigma_1'$	Stâlpuşori unde vin de se fixează sârmele conducătoare *mmm* ale moriştei. Stâlpuşorul σ_1 comunică cu stâlpuşorul χ printr'o lamă metalică.
61	$\omega\omega\omega$	—	Lamă metalică, care pune în comunicaţiune stâlpuşorul σ cu stâlpuşorul ρ.

D) *Figura generală.*

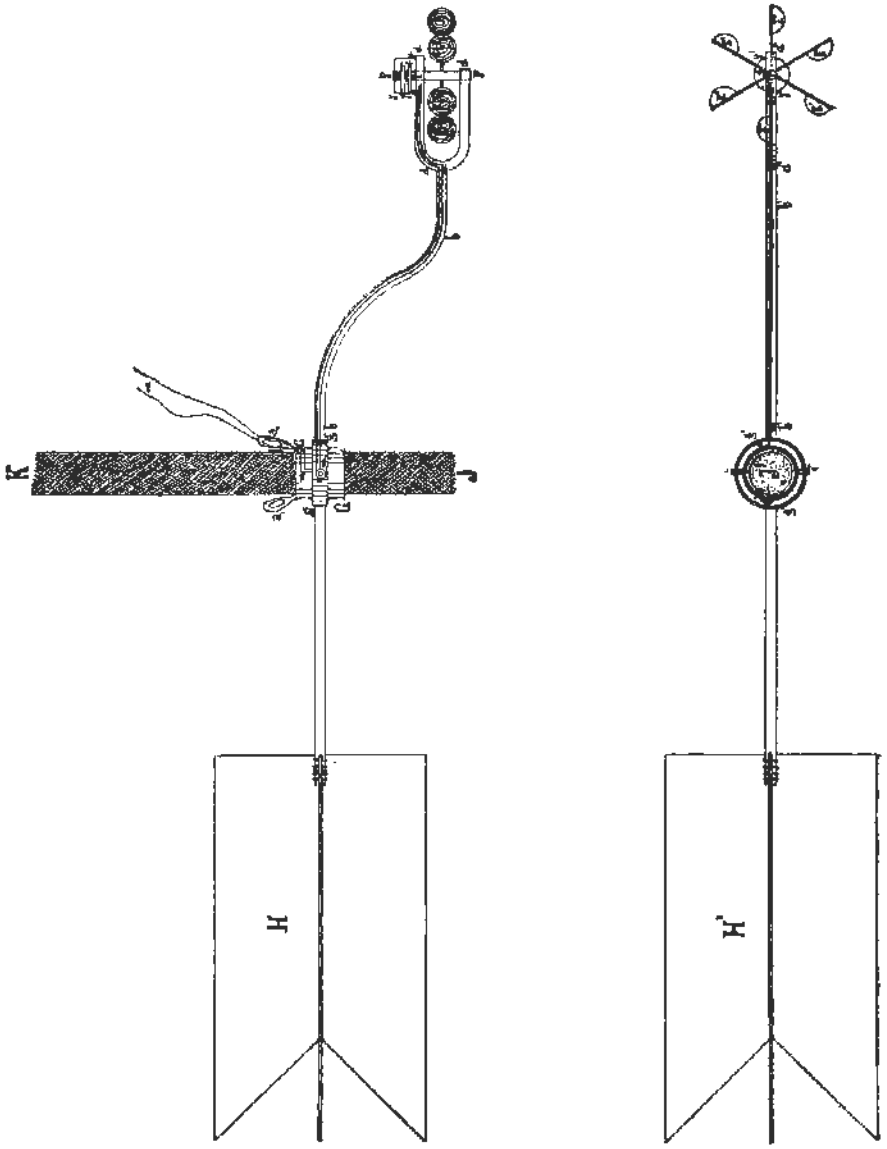
No. crt.	Proiecțiune verticală	Părțile aparatului
1	00	Cablul cel mare.
2	$\delta\delta_1$	Țăruși.
3	*n*	Scripete.
4	*pq*	Inelul care înconjoară acest scripete și e fixat de axul *p* în jurul căruia se învârtește.
5	ww	Sfoară fixată de acest inel, care servește pentru a face să înainteze scripetele *n* către stânga.
6	w, w, w.	Sfoara de întoarcere (de retour), fixată de același inel, care trece pe un mic scripete *s* și servă a face să înainteze scripetele *n* spre dreapta.
7	*p'r*	Suporturi fixate de axul *p'* și purtând axul orizontal *r*.
8	*lm*	Scripeți străbătuți de axul *r* și învârtindu-se liber în jurul acestui ax, independent de altul.
9	*jkk*	Cablul care trece pe scripetele *l* și merge de se leagă de țărușul δ.
10	*i*	Greutate mare de plumb, destinată a menține porțiunea descendentă a cablului *jkk* în o poziție verticală și bine întinsă.
11	*g*	Inel de fier, care înbrățișează cablul *jk* și poate să lunece în lungul lui.
12	*cd*	Morișca.

No. crt.	Proiecțiuni verticale	Părțile aparatului
13	x	Placă destinată a aduce centrul de presiune al aparatului pe inelul g.
14	vuu	Sfoară legată de urechia inelului g; trece pe scripetele m și merge pe malul râului. Sârmele conducătoare ale moriștii merg în lungul acestei sfori. Ea servă încă pentru a urca sau coborî inelul acestei sfori. inelul k în lungul cablului jk.
15	μ	Sârme conducătoare mergând dela morișcă la indicatorul electric E.
16	E	Indicatorul electric.
17	ν	Sârme conducătoare mergând dela indicatorul electric E la bateria electrică P.
18	P	Bateria electrică.

Funcționarea aparatului.

Se înfig țăruşii $\delta\delta_1$ în planul secțiunii râului care trebuie studiat. Se fixează cablul OO. Făcând să înainteze scripetele n în lungul acestui cablu cu ajutorul sforii w, precum și inelul g în lungul cablului jk cu ajutorul sforii vu, se poate aduce morișca cd în orice punct vom voi al secțiunii verticale ce trece prin $\delta\delta_1$. Poziținnea sa poate să fie cunoscută în fiecare moment prin lungimea ce s'a desfășurat din sforile w, jk și vu, precum și printr'un cathetometru instalat pe mal.

Odată ce s'a instalat aparatul în modul acesta, se așteaptă câtva timp până ce perturbațiunea produsă prin mișcarea aparatului să se liniștească; pe urmă se apasă butonul de ivorul v al pârghiei $\tau\tau_1$ care face parte din indicatorul electric. Atunci la fiecare revoluțiune complectă a moriștei în jurul axului său F,


K
J
H
H'

curentul electric se stabileşte şi se întrerupe odată, prin intermediul resorturilor *aa*, *bb* şi al lamei *d*; şi prin urmare la fiecare revoluţiune a axului F, bucata ββ este atrasă de bobina α şi acul înaintează cu o diviziune pe cadranul OO. La fiecare secţiune de rotaţiuni ale axului F, acul, înaintează şi el cu o diviziune pe cadranul O,O.

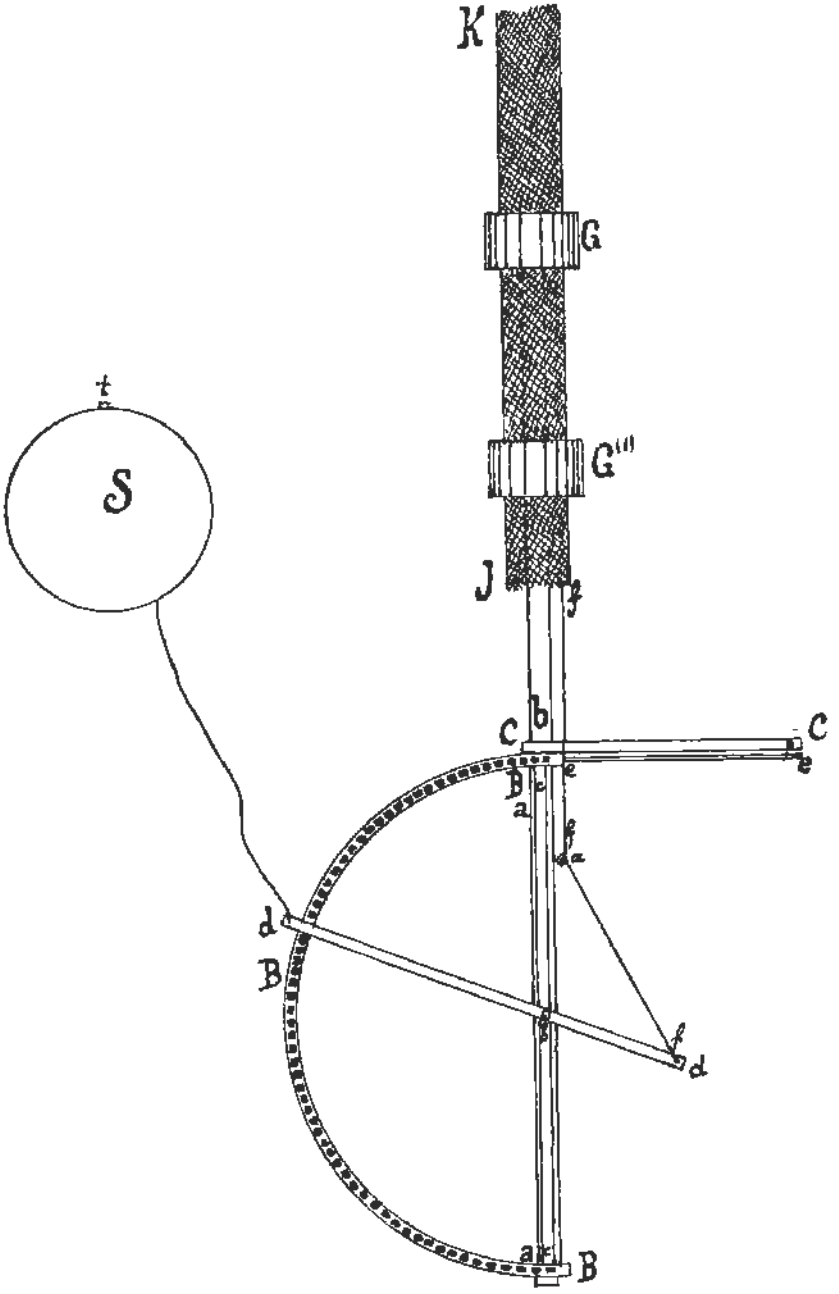
Dacă tot în momentul când se apasă butonul *v* se pune în mişcare şi comptorul de secunde, se va putea cunoaşte numărul de rotaţiuni ale moriştei într'un timp oarecare. Durata experienţei poate fi prelungită după voie, ceea ce măreşte gradul său de preciziune, de oare ce eroarea ce se poate comite în observaţiune este distribuită asupra unui interval de timp mai mare.

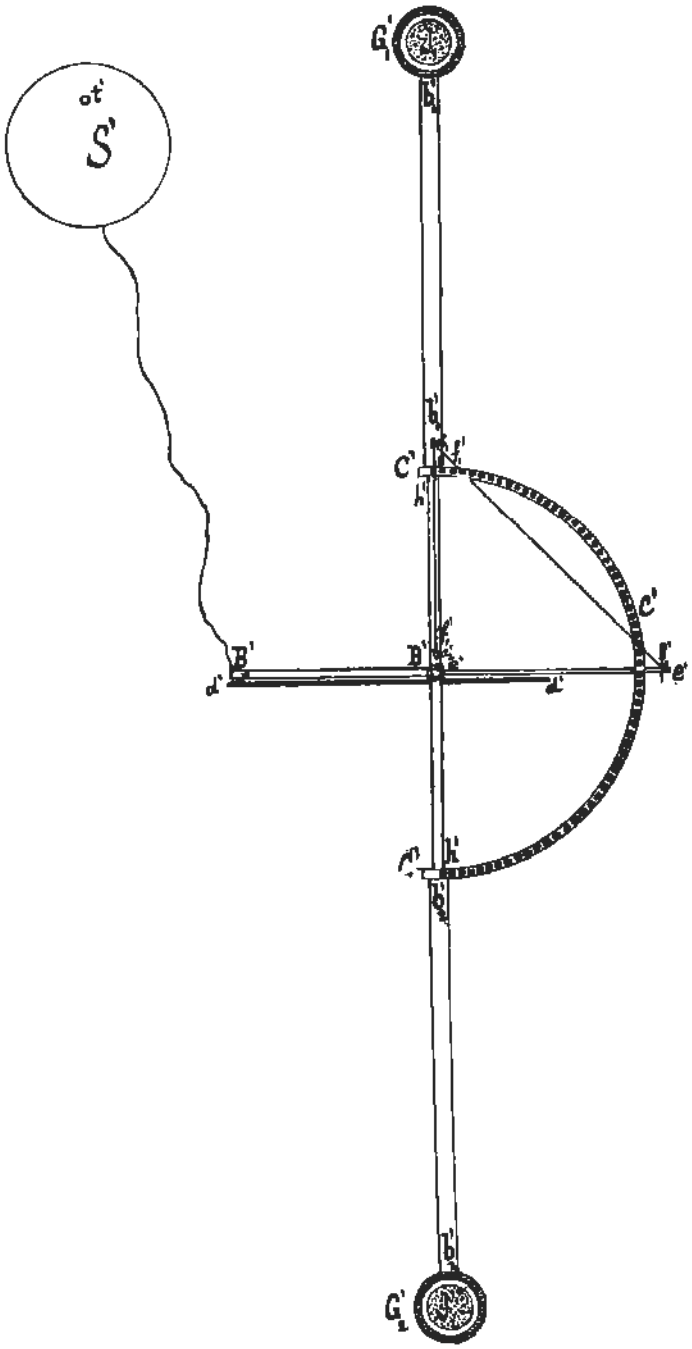
Legenda desenului reprezentând o altă dispoziţiune a aparatului pentru măsura iuţelii apei în râuri; de *Spiru C. Haret*.

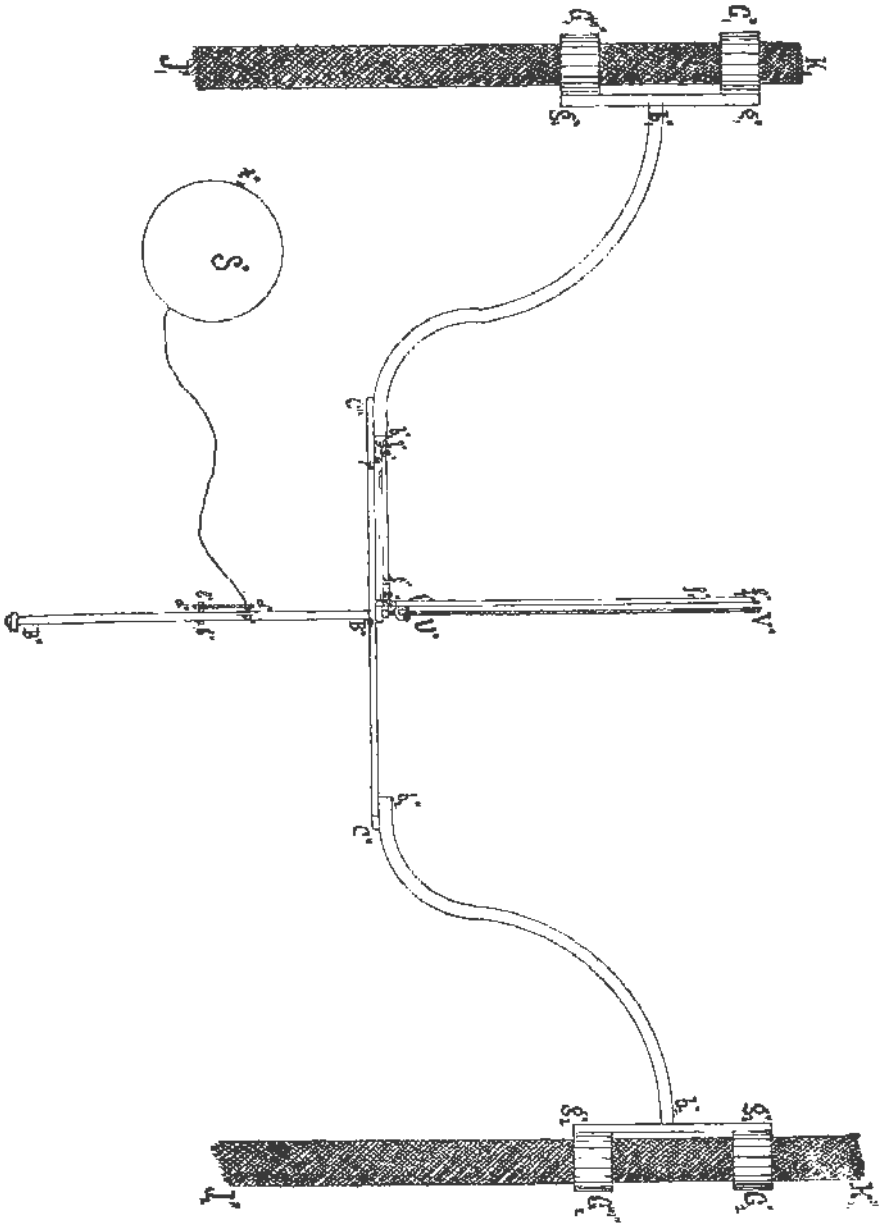
No. crt.	Proiecţiune verticală	Proiecţiune orizontală	Părţile aparatului
1	JK	J′	Cablu vertical, dispus tot ca şi cel din aparatul precedent.
2	GG	G′G′	Inel de fier care înconjoară cablul JK şi poate să se urce şi să se coboare în lungul acestui cablu cu ajutorul sforii VU (vezi aparatul precedent) legată de urechea a_1 sau a_2.
3	*gg*	*g′g′*	Al doilea inel de fier care înconjură pe cel dintâiu GG.
4	*c*	*c′c′*	Ax orizontal fixat în mod invariabil de inelul GG şi străbătând inelul *gg*, care poate să se învârtească în jurul lui.
5	H	H′	Paletă dublă formată din două lame perpendiculare între ele, din cari una

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Părțile aparatului
			e orizontală, cealaltă verticală, destinată a așeza instrumentul, în direcțiunea curentului.
6	EEEE	E'E'E'E'	Palete hemisferice fixate prin mici bare de fier de axul F și formând o morișcă analoagă cu cea din aparatul precedent.
7	FF	F'	Ax vertical rău conducător de electricitate, pe care sunt fixate paletele E și care se poate învârti în jurul său însuși.
8	*ddd*	*d'd'*	Furcă verticală care suportă axul F.
9	*bb*	*b'b'*	Suport rigid de fier care fixează furca *ddd* de inelul *gg*.
10	yy	y'y'	Mică cutie cilindrică închisă hermetic, fixată pe brațul superior al furcii *ddd* și străbătută de axul F.
11	*aa,bb*	*a'a'*	Mici lame metalice fixate de pereții cutiei *yy* și sprijinindu-se pe axul F.
12	*ii*	—	Lamă metalică fixată în lungul axului F în partea acestui ax care străbate cutia *yy*.
13	*mmm*	*m'm'*	Fire (sârme) conducătoare cari merg la indicatorul electric.

Acest aparat funcționează în acelaș mod ca și cel precedent (vezi mai sus).


K
G
G'''
J
S
C
b
C
B
a
d
B
d
B


S'
G'
G'1
C'
B'
E'
F'
e'
d'
d'1
K'


S.

Legenda desenului care reprezintă un aparat pentru determinarea direcțiunii curentului unui râu într'un punct dat de *Spiru C. Haret*.

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
1	JK	$J'_1J'_2$	$J''_1K''_1$ $J''_2K''_2$	Două cable fixate vertical prin două greutăți de plumb și susținute prin două scripete ce sunt menținute la o distanță constantă unul de altul; acești scripeți se pot mișca ca și scripetele N din primul aparat (vezi mai sus).
2	$G, G^{(1)}$	G', G'_2	$G'', G^{(1)''}$, $G''_2 G^{(1)''}_2$	Patru inele de fier cari îmbrățișează aceste două cabluri și pot luneca vertical.
3	—	—	$g''_1 g''_1 g''_2 g''_2$	Două mici bare de fier cari leagă între ele inelele G''_1 și $G^{(1)''}_1$, G''_2 și $G^{(1)''}_2$.
4	*bb*	$b'_1 b'_1 b'_2 b'_2$	$b''_1 b''_1 b''_2 b''_2$	Două bare de fier cari leagă aparatul propriu zis, cu sistemul inelelor G.
5	CC	C'C'C'	C''C''	Limb semicircular orizontal, făcut din o substanță care conduce rău electricitatea, închis printr'un diametru de aceeași natură, care este reprezentat în *h'h'* în proiecțiune orizontală; proiecțiunea rea laterală se confundă cu C''C''. Limbul CC și diametrul său *hh* sunt fixate în mod

No. crt.	Proiecţiune verticală	Proiecţiune orizontală	Proiecţiune laterală	Părţile aparatului
				invariabil la ambele extremităţi ale diametrului de bucăţile b_1b_1, b_2b_2. Limbul poartă pe conturul său, nişte nasturi metalici pătraţi, având fiecare o lărgime de 1⁰ şi separaţi între dânşii prin spaţii a căror lărgime este tot de 1⁰. Toţi nasturii metalici comunică între dânşii prin o sârmă sau prin o mică lamă metalică, care şi ea este pusă în comunicaţiune cu o sârmă conducătoare care merge pe mal la un indicator electric (Vezi mai sus, pentru acest indicator.
6	*aa*	—	—	Bucată de metal rigidă, fixată la extremitatea sa superioară de diametrul $h'h'$.
7	BBB	B′B′	B″B″	Limb semicircular vertical construit întocmai ca şi limbul CC şi purtând ca şi dânsul, nişte nasturi metalici de aceaş mărime şi dispuşi în acelaş mod ; aceşti nasturi comunică toţi, prin intermediul unei sârme metalice cu un al doilea indicator electric, pus pe mal. La ambele extremităţi ale diametrului acestui limb se află două urechi cari înconjură bucata *aa*, per-

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
				miținând însă limbul BBB a se învârti liber în jurul lui *aa*.
8	*cc*	—	—	Bucată fixată în mod invariabil, la ambele sale capete de extremitățile limbului BBB și învârtindu-se împreună cu dânsul în jurul lui *aa*.
9	*ee*	*e'e'*	*e''e''*	Alidadă metalică fixată în mod invariabil de limbul BBB și în planul său. Când limbul acesta se învârtește în jurul axului vartical *aa*, extremitatea liberă a alidadei *ee* străbate limbul orizontal CC. Această alidadă poartă o sârmă conducătoare care merge la mal la același indicator electric unde merge și cel care vine dela butonii metalici ai limbului CC (NB. în proiecțiunea laterală, această alidadă nu a fost reprezentată, din eroare, în planul limbului BB, ci perpendicular pe acest plan).
10	*p*	—	*p''*	Foarte mic buton metalic purtat de extremitatea liberă a alidadei *ee* și apăsată de un mic resort pe limbul CC.
11	—	$f'_1f'_1f'_1$	$f''_1f''_1f''_1$	Sfoară fixată de un capăt la extremitatea liberă a ali-

No. crt.	Proiecţiune verticală	Proiecţiune orizontală	Proiecţiune laterală	Părţile aparatului
				dadei *ee*, trecând printr'un mic inel ($a'_1a''_1$) fixat pe bucata b_1b_1, pe urmă printr'un al doilea inel (a'_2, a''_2) care se află pe diametrul *hh* al limbului CC, şi în fine mergând pe mal în lungul cablului UV. Dacă tragem de această sfoară, aducem alidada *ee* şi totodată planul limbului BBB, la zero al limbului CC.
12	*dd*	*d'd'*	*d''d''*	A doua alidadă metalică, care se învârteşte liber în jurul unui mic ax (*b*, *b''* *b''*) fixat pe bucata *cc* în centrul limbului vertical BBB. Extremitatea liberă a acestei alidade străbate limbul BBB. Această alidadă poartă o sârmă conductoare care merge pe mal la indicatorul electric care este pusă în comunicaţiune, de altă parte, cu sârma care vine dela butonii limbului BBB.
13	—	p'_1	p''_1	Foarte mic buton metalic, purtat de extremitatea liberă a alidadei şi apăsat de un mic resort pe limbul BBB.
14	*fff*	—	*f''f''*	A doua sfoară fixată de un capăt la extremitatea alida-

No. crt.	Proiecțiune verticală	Proiecțiune orizontală	Proiecțiune laterală	Părțile aparatului
				dei, trecând printr'un mic inel *a* fixat pe bucata fixă, *aa*, pe urmă urcându-se vertical în lungul cablului U și mergând pe mal. Dacă tragem de această sfoară, aducem alidada *dd* la zero a limbului BBB.
15	S	S'	S''	Sferă metalică goală înăuntru construită astfel ca greutatea sa să fie exact egală cu a unui volum egal de apă. Ea are o gaură (t, t',t''), care se poate închide hermetic, și prin care se introduc câteva bucățele de plumb, pentru a corija micile diferențe de greutate ce s'ar putea constata. Această sferă este legată cu o sfoară de extremitatea liberă a alidadei *dd*.
16	—		U'' V''	Cablu fixat de un inel pe care-l poartă bucata *hh* și care merge pe mal, trecând pe un scripete pe care -l poartă cablul OO (vezi primul aparat); el servă pentru a urca și a coborî aparatul în lungul cablului J_1K_1 și J_2J_2. Tot acest cablu poartă și cele patru sârme conductoare cari merg dela limbile BB și CC și dela alidadele și *ee* la cei doi indicatori electrici de pe mal.

Funcţionarea aparatului.

Aducem aparatul în punctul dat, făcând să înainteze cablurile JK în lungul cablului OO şi făcând să urce şi să se coboare inelele G în lungul cablurilor JK, cu ajutorul sfoarei UV. Alidadele *dd* şi *ee* aflându-se respectiv la zero al limburilor BB şi CC, dăm drumul sforilor *fff* şi $f_1f_1f_1$. Sfera S este luată de curent; ea trage după sine alidada, care lunecă în lungul limbului BB; în această mişcare, butonul *p* trece succesiv peste câte un buton metalic, al limbului şi peste câte un spaţiu rău conducător. Oridecâteori p_1 se află pe un buton, curentul electric se stabileşte prin sârma care merge dela indicatorul electric al alidadei; dela alidadă el trece în butonul limbului BB care este în contact cu p_1, pe urmă în lungul limbului, în sârma de întoarcere şi în fine la indicator. Când p_1 trece peste un spaţiu rău conducător, curentul se întrerupe. La fiecare dată când se stabileşte curentul, acul indicatorului înaintează cu o diviziune pe cadran; prin urmare numărul diviziunilor cu care înaintează acul pe cadranul său arată numărul de grade cu care a înaintat alidada pe limbul BB.

Limbul BB, tras de sfera S, se învârteşte şi el în jurul axului *aa* şi prin urmare face să înainteze extremitatea alidadei *ee* pe limbul CC. Un al doilea indicator va arăta cu câte grade această extremitate a înaintat pe limbul CC. Aceste două numere determină cu totul direcţia curentului: cel dintâiu dă înclinarea lui pe orizont; cel de al doilea azimutul său.

După ce s'a terminat observaţiunea într'un puuct, tragem de sforile *fff* şi $f_1f_1f_1$ pentru a aduce alidadele la zerurile respective şi se transportă aparatul în alt punct.

6.

Considerațiuni relative

La studiul experimental al mișcării apei în canale descoperite și la constituțiunea intimă a fluidelor

1882

CONSIDERAȚIUNI RELATIVE

LA STUDIUL EXPERIMENTAL AL MIȘCĂRII APEI IN CANALE DESCOPERITE ȘI LA CONSTITUȚIUNEA INTIMĂ A FLUIDELOR

NOTIȚĂ ISTORICĂ

In ședința de la 19 Martie 1882[53] Sp. Haret a citit memoriul care urmează aci și care era în legătură cu încercarea lui de a realiza un aparat de măsurare a mișcării apei în canale descoperite. (Vezi Nr. 5 din acest volum pag. 169.)

Constituțiunea intimă a fluidelor și legile mișcării lor nu au fost încă până acum obiectul unor studii așa de exacte și de amănunțite pe cât comportă atât însemnătatea teoretică cât și cea practică a acestei chestiuni. Experiențele destul de puțin numeroase ce s'au executat au fost făcute în circumstanțe foarte puțin proprii pentru a pune în lumină legile, probabil destul de simple, după cari lucrează reacțiunile moleculare.

Iată un scurt rezumat al acestor experiențe până în prezent : Prony,[54] în 1804, s'a servit cu 31 de experiențe, dintre cari 23 făcute de Dubuat[55] în niște mici canale de lemn ; 7 tot ale lui Dubuat pe canalul du Jard și râul Hayne ; 1 făcută de Chézy[56] pe o rigolă de la Courpalet. Din comparațiunea rezultatelor lor, Prony conchise formula sa :

$$RI = au + bu^2,$$

care, deși nu ține seamă de influența pereților vasului și de atâtea alte circumstanțe, și mai ales deși dedusă din niște observațiuni făcute asupra unor rigole de dimensiuni așa de mici, a fost singura care a servit inginerilor pentru studiul mișcării apei în canalele naturale până la 1855.

Mai târziu, Eytelwein[57] dispunea de 99 de experiențe datorate lui Dubuat, Woltmann,[58] Funk,[59] Brünings,[60] Bidone,[61] Bonati[62] și școalei Romane de Poduri și Sosele ; însă aceste lucrări dis-

parate erau executate în astfel de condiţiuni, că nu permiseră lui Eytelwein să recunoască insuficienţa formulei lui Prony; el nu făcu decât să dea pentru coeficienţii *a* şi *b* nişte valori diferite de acele date de Prony.

Cu un cuvânt, până în 1855, când Darcy[63] începu experienţele sale la Dijon, hidraulica se baza, în tot ce priveşte mişcarea apei în canalele descoperite, pe nişte observaţiuni făcute în rigole de lemn de o foarte mică secţiune; pe câteva observaţiuni de iuţeală superficială, făcute în râuri, din cari se deducea valoarea iuţelii medii prin formulele găsite pentru canalele de mică secţiune, generalizaţiune puţin legitimă; unele, experienţele lui Brünings pe Rin, nu ţineau seamă de un element esenţial, înclinarea pe orizont a planului de apă superficial; altele, experienţele lui Funk pe Weser, conţineau unele numere nesigure.

In 1855, Darcy începu la Dijon o lungă seric de experienţe, continuate şi terminate de Bazin,[64] în cinci canale rectangulare, de o lărgime de 0,80 cm. până la 2 m, cu o înclinare uniformă de 0,005 pe metru. Insuficienţa teorici lui Prony şi Eytelwein se văzu numaidecât, mai ales inconvenientul de a nu ţine seamă de natura pereţilor canalului. Formulele date de Darcy şi Bazin servă încă în lipsa altora, pentru calculul mişcării apei în râuri, deşi, încă odată nu e permis a aplica rezultatele obţinute pentru o secţiune de un metru patrat la o secţiune de sute de ori mai mare. Pe lângă aceasta, însuşi felul experienţelor inginerilor dela Dijon este supus la grave obiecţiuni teoretice, formulate de d. Boileau, într'o publicaţiune din 1878.

Voiu cita în fine, pe lângă alte încercări individuale, lucrările foarte preţuite ale d-lui Boileau,[65] făcute la Metz, înainte de 1854; ele însă nu deteră resultatele la cari s'ar fi putut aştepta cineva, de oarece oarecari împrejurări îl siliră să le întrerupă după două luni.

Observaţiuni asupra regimului râurilor, afară de acele ale lui Brünings pe Rin şi ale lui Funk pe Weser, nu cunosc altele decât cele întreprinse nu de mult pe Misisipi, din ordinul guvernului Statelor-Unite, de doi ingineri: d-nii Humphreys[66] şi Abbott.

Când se întreprinde căutarea legilor după cari se produc unele fenomene, în aparenţă foarte complicate, se caută a se

separa unele de altele efectele diferitelor cauze, cari concură la producerea fenomenului și a se măsura în parte. Cauzele principale, cele cari contribue în mai mare parte la producerea fenomenului, se studiază mai cu seamă; iar efectele cauzelor accesorii se consideră numai ca niște perturbațiuni ce vin să modifice rezultatele principale, când într'un sens când într'altul. Astfel, spre exemplu, când observă cineva mișcarea unei planete, ține seamă în prima linie de acțiunea corpului principal, soarele, pe când acțiunea corpurilor secundari ai sistemului, nu face decât să alterneze cu prea puțin efectul acțiunii soarelui.

Când e vorba de mișcarea apei în canalele descoperite, trebue să se țină seamă de mai multe cauze, a căror importanță relativă variază foarte mult după împrejurările în cari se face observațiunea. Sunt: greutatea moleculelor; acțiunile lor reciproce sau forțele moleculare; natura părților canalului; forma și direcțiunea lor; puterea și direcțiunea vântului; gradul de puritate chimică a apei, care influențează asupra viscosității. După principiul de mai sus, nu se poate ataca studiul mișcării, ca consecință a tuturor acestor cause, fără a ajunge la rezultate de o complicațiune inextricabilă; voind cineva să găsească deodată legea de acțiune a tuturor, nu va putea ajunge la nici o concluziune simplă; i se va întâmpla ceea ce ar fi avut loc cu Kepler, dacă, dispunând de rezultatele foarte precise ale observațiunilor moderne, ar fi încercat să le cuprindă pe toate într'un mic număr de legi simple: el nu ar fi reușit niciodată să formuleze legile sale, și prin urmare nici Newton să proclame legea atracțiunii universale.

Greutatea, acțiunile moleculare, frecarea pe pereții canalului, vântul, etc.., lucrează fiecare ca niște forțe de intensitate și direcțiune necunoscută, însă bine determinate în fiecare moment. Dacă fiecare dintr'însele ar lucra singură, s'ar produce un efect bine determinat, care, studiat cu îngrijire, ar putea să ne dea expresiunea forței corespunzătoare; operațiunile care ne-ar aduce la acest rezultat ar fi poate lungi și delicate, însă posibile, precum sunt și cele cari dau expresiunea resistenței mediilor, spre exemplu. Deoarece însă toate acele forțe lucrează deodată, efectele lor se suprapun, se încrucișează în toate modurile, și devine cu mult mai dificil, dacă nu chiar imposibil a descurca în acest chaos partea ce revine fiecăruia în deosebi.

Ar trebui dar să caute cineva să experimenteze în condiţiuni alese astfel, ca efectele tuturor forţelor, afară de una, să fie anulate şi să repete aceste experienţe pentru fiecare din ele. Din nenorocire această separaţiune este materialmente imposibilă; orice s'ar face, nu se va putea niciodată suprima cu totul influenţa pereţilor, spre exemplu.

Cu toate acestea, dacă ar fi posibil a se alege condiţiunile în aşa chip ca efectele unora din forţele citate, fără a fi cu totul anulate, să fie cel puţin reduse în cea mai mare parte, este evident că fenomenul va purta cu deosebire caracterul forţelor al căror efect a rămas în toată energia lui, şi că prin urmare va fi posibil a se determina expresiunea acestor din urmă forţe, lăsând la o parte, deocamdată, perturbaţiunile produse de cele dintâi. Aceasta deja ar fi apoi de un ajutor foarte puternic pentru ca, prin o nouă serie de experienţe efectuate în condiţiuni diferite, să se determine şi expresiunea celor dintâi forţe.

Imputarea cea mai gravă ce se poate face celor mai multe din experienţele citate mai sus, este că nu sunt făcute după acest plan, în genere urmat în ştiinţele de observaţiune. Forţele cari trebue să preocupe mai întâi pe observator, sunt acţiunile moleculare; greutatea este o forţă cunoscută. Influenţa pereţilor, a vântului şi a compoziţiunii chimice, ar trebui redusă cât se poate în observaţiunile ce se vor face, în scopul de a ajunge la cunoştinţa expresiunii forţelor moleculare. Influenţa vântului e uşor de evitat; putem face abstracţiune de compoziţiunea chimică, dacă întreaga serie de experienţe se va face pe un acelaşi râu; însă influenţa pereţilor, care e aşa de considerabilă, se va simţi cu atât mai tare cu cât secţiunea canalului va fi mai mică. Or experimentatorii citaţi, se pare în genere, că într'adins au preferit secţiunile mici; afară de câteva experienţe, de puţină valoare ştiinţifică, făcute pe Rin şi pe Weser, celelalte s'au făcut mai toate în rigole de lemn derivate din câte un râu şi de o secţiune minimă; rigolele ce serveau lui Darcy şi Bazin nu aveau în maximum, decât 1,5 m. p. de secţiune.

Oricine poate vedea cum, în asemeni condiţiuni, forţele moleculare sunt în cea mai mare parte mascate de forţele de frecare a apei pe pereţi. Pe lângă acestea, ca inconvenient practic, se înţelege că formulele empirice găsite pentru canale mici

nu se vor aplica la canalele naturale, râurile, decât forțând principiile logicei.

* * *

Este dar necesar, atât din punctul de vedere al practicei, cât și al teoriei, a se întreprinde pe o scară întinsă experiențe în canale de o secțiune cât se va putea mai mare. Realizarea artificială a unor asemenea canale nefiind în puterea industriei omenești, va trebui să facem experiențele chiar în râuri, cu preferință în râurile mari.

Se va putea obiecta că în râuri va fi greu a se realiza regimul permanent, din cauza neregularităților matcei. Insă într'un râu de oarecare lungime, va fi totdeauna posibil a se găsi câteva porțiuni destul de considerabile, în cari perturbațiunile produse în curent de neregularitățile matcei, să fie cu mult mai mici în proporțiune de cât cele produse în o rigolă mică, chiar prin dispozițiile imaginate de experimentatori pentru a asigura regimul permanent; cum erau, spre exemplu, cele 12 găuri de scurgere întrebuințate de Darcy și Bazin. Și apoi importanța rezultatelor ce se așteaptă dela aceste cercetări este destul de mare, pentru a justifica toate cheltuelile ce s'ar face cu curățirea și regularea unei porțiuni, relativ mică, din cursul râului ce va avea să servească la experiențe. S'ar putea apoi utilisa peutru aceasta râurile a căror matcă a fost rectificată pentru trebuințele navigațiunii.

Dacă experiențele acestea s'ar face într'un râu de o secțiune infinit de mare, se înțelege că influența pereților asupra firelor lichidelor din mijlocul curentului, ar fi nulă; aceste fire lichide s'ar mișca dar întocmai ca și când s'ar afla într'o matcă ce nu desvoltă nici o frecare. Această condițiune ideală va fi foarte aproape de a fi împlinită într'un râu cu foarte mare secțiune.

* * *

Experiențele întreprinse pe piciorul acesta vor avea trebuință de instrumente speciale, de care nu dispuneau vechii experimentatori.

Variabilele ce intră în ecuațiunile mișcării unei mase fluide sunt: timpul t; presiunea p; iuțeala v: direcțiunea iuțelii, defi-

nită prin înclinarea ei pe orizont, I, şi prin azimutul A. Dacă numesc F forţa ce determină mişcarea moleculei fluide considerate, pe care o presupun redusă numai la greutatea şi acţiunile moleculare, deoarece fac abstracţiune de influenţa pereţilor şi de celelalte cauze de perturbaţiune, ecuaţiunile mişcării vor fi de forma :

$$f(t, p, v, I, A, F)=0.$$

Dacă vom avea mijlocul de a determina, prin observaţiune, valorile simultane ale lui t, p, v, I, A în orice punct al masei fluide, ecuaţiunea precedentă ne va da valoarea corespunzătoare a lui F. Făcând un mare număr de observaţiuni şi comparând rezultatele dobândite, va fi posibil a se vedea cum variază F în funcţiune de p, v, t, I, A, în fiecare punct. Acesta ar fi a afla chiar expresiunea forţei F.

O cale analogă se urmează astăzi cu o nespusă perseverenţă pentru a ajunge la cunoştinţa legilor fenomenelor meteorologice.

* * *

Dintre cantităţile t, p, v, I, A, vechii experimentatori nu măsurau decât pe v, ceea ce deja dă o idee de imperfecţiunea ce trebue să prezinte rezultatele obţinute de dânşii.

Însă chiar aparatele ce întrebuinţau pentru a măsura pe v erau astfel, că sau nu se puteau întrebuinţa decât în curenţi de foarte mică secţiune, sau că nu prezentau o sensibilitate destul de mare. Dintre cele mai celebre, *morişca lui Woltmann*, singura ce se putea aplica la râuri cu curentul repede, da loc la o prea mare pierdere de forţă, ceea ce-i micşora sensibilitatea ; *tubul lui Pilot*, perfecţionat şi întrebuinţat de Darcy şi Bazin, era un tub de sticlă, lung cam de 1,50 m., foarte fragil ; de aceea nu se putea întrebuinţa decât la curente înguste, puţin adânci şi nu repezi. Şi unul şi altul erau foarte incomode, din cauza necesităţii de a se afla observatorul chiar lângă aparat pentru a face lecturile.

Toate aceste inconveniente ar dispărea dacă am utiliza electricitatea pentru transmiterea indicaţiunilor aparatelor. Introducerea acestui agent ar permite a se face observaţiuni la distanţe mari, în orice punct s'ar da, în condiţiuni de preciziune, de rapiditate şi de înlesnire, la cari vechii observatori erau departe de a putea să aspire.

* * *

Ca dovadă de posibilitatea de a se construi, după acest principiu, aparate precise și comode, am avut onoarea a prezenta Academiei câteva desemne representând instrumente pentru măsura cantităților v, I, A.

Primul desemn reprezintă un *indicator* (compteur) *electric*, având niște ace, cari se mișcă pe niște cadrane gradate; indicatorul este în comunicațiune cu o baterie electrică. Curentul tranmis de dânsa poate fi întrerupt sau restabilit prin o dispoziție analoagă cu cea din receptoarele Morse. Același curent trece și prin o bobină fixată la un *compteur* de secunde; când se începe observațiunea, această bobină dă drumul mecanismului comptorului de secunde, așa că se poate nota cu o preciziune foarte mare momentul începerii observațiunii. Când se termină observațiunea, se întrerupe curentul; în același moment comptorul de secunde se oprește și el: durata τ a observațiunei este dar cunoscută.

Al doilea aparat este un fel de *morișcă Woltmann*, care la fiecare învârtire stabilește și întrerupe curentul câteodată; așa că se poate ceti pe cadranele indicatorului electric, numărul de învârtiri făcut de morișcă în timpul τ. Din acest număr se va deduce iuțeala V a curentului.

Al treilea aparat este o altă dispoziție a *morișlei lui Woltmann* ceva mai simplă.

Al patrulea aparat servește tot deodată la măsura înclinațiunii I și a azimutului A al iuțelei.

Pentru a completa această serie, un alt aparat ar servi a măsura presiunea P într'un punct oarecare al masei fluide. El ar consta într'o mică cutie cubică, a cărei fiecare față ar fi un mic barometru aneroid, pe când un mecanism de orologerie, ascuns în mijloc, ar servi a înregistra momentele observațiunilor.

In fine, sistemul de suspensiune ce am imaginat, permite a face observațiunea lui p, v, I, A, în orice punct al unei secțiuni date a curentului, a-i afla adâncimea, natura fundului; toate acestea fără ca observatorul să aibă nevoie a se mișca de pe mal.

Aparatele pentru măsura lui v, I și A se vor putea face de o sensibilitate foarte mare, mai ales după ce se vor experimenta câtva. Frecările sunt aproape nule, pierderea de forță mai că nu există, ca în toate aparatele de această natură.

Aceste avantaje sunt comune la toate instrumentele de măsură bazate pe întrebuinţarea electricităţii. In cazul nostru, observaţiunile trebue făcute de departe, în puncte unde observatorul nu se poate afla; întrebuinţarea instrumentelor voluminoase şi complicate e interzisă, ca să nu se turbure prin prezenţa lor mişcarea pe care tocmai avem de scop a o studia. Astfel întrebuinţarea electricităţii se impune dela sine.

Pentru construirea aparatelor, m'am adresat d-lui Antoine Bréguet, învăţatul şi abilul constructor de aparate electrice, membru al Biuroului de Longitudini; i-am supus un desemn după primele două aparate, lăsându-mă cu totul la discreţiunea înaltei sale competinţe pentru toate modificările ce ar fi crezut de cuviinţă a aduce la dispoziţiunile imaginate de mine pentru a simplifica instrumentele şi a le face precise şi comode. D-l Bréguet mi-a făcut onoare a mă încunoştiinţa, că întru cât priveşte indicatorul electric, d-sa posedă deja un model mai simplu, care, cu oarecari modificări, va putea să-i ţină locul; ceea ce ar avea avantajul de a substitui un aparat, deja încercat, în locul altuia încă necunoscut. Cât pentru morişcă, ea ar rămâne neschimbată, deşi construcţiunea ei ar prezenta oarecari dificultăţi.

* * *

E de prisos să insist asupra importanţei ce ar avea studiile întreprinse pe o scară întinsă asupra mişcării apei în râuri. Pe de o parte ele vor face să progreseze într'o măsură foarte considerabină, prea puţinele cnnoştinţe ce avem asupra constituţiunii intime a fluidelor, al cărei studin este una din problemele cele mai ardue[67] şi mai însemnate ale filosofiei naturale. Pe de alta se va ajunge în fine la cunoştinţa legilor exacte ale regimului râurilor; utilitatea practică a lor din punctul de vedere al lucrărilor publice, al irigaţiunilor, al regimului apelor mari, este foarte mare pentru orice ţară, şi mai ales pentru a noastră, care până acum nici nu a utilizat la nimic cursurile de apă ce are, nici nu are chipul de a prevedea dezastruoasele inundaţiuni, la cari dă loc ele şi a se feri de dânsele.

Cred că întrebuințarea electricității face posibile și ușoare aceste studii, cari erau imposibile numai cu mijloacele întrebuințate până acum; și nu mă îndoiesc că țara noastră nu va lipsi, atât în interesul științei, cât și al său propriu, să urmeze exemplul Statelor-Unite și să ia asupra sa niște lucrări a căror reușită ar inaugura într'un mod foarte onorabil serviciile ce și în viitor va continua de sigur a aduce științei și binelui comun al umanității.

(Extras din Analele Academiei Române Seria II Tomul IV 1881—1882 Secțiunea II pag. 343—351.)

7.
Adaos la relațiunea dlui N. Coculescu despre observarea eclipsei totale de Soare de la 4 aprilie 1893

NOTIȚĂ INTRODUCTIVĂ

de *Miron Niculescu*

Intr'o notă prezintată Academiei Române în ședința din 19 Februarie 1893, cu titlul „Notă asupra organizării unei misiuni în Senegal pentru observarea eclipsei totale de soare de la 4—16 Aprilie 1893", D-l N. Coculescu, odată cu explicațiunile asupra scopului și compunerii acestei misiuni (din care avea să facă și D-sa parte), arată importanța acestor fenomene în astronomie precum și necesitatea observării lor cu instrumente speciale de precizie. Din compararea acestor observări cu datele teoriei, se pot pune în evidență *inegalități* (neregularități) în mișcările diverselor corpuri. Așa a descoperit Halley o inegalitate remarcabilă în mișcarea lunii, *accelerațiunea seculară*, tot așa a descoperit Le Verrier o micșorare în mișcarea mijlocie a planetei Mercur.

La această Notă a D-lui N. Coculescu, Spiru Haret face următoarea observațiune :

ADAOS LA RELAȚIUNEA D-LUI N. COCULESCU DESPRE OBSERVAREA ECLIPSEI TOTALE DE SOARE DE LA 4 APRIL 1893.

Mișcarea medie a unui corp ceresc este funcțiune de semi-axa cea mare a orbitei sale, așa că o perturbație seculară a semi-axei s'ar manifesta imediat prin o perturbație seculară a mișcării medii. Laplace și Poisson demonstrează că semi-axa cea mare nu are perturbații seculare, dacă se ține seamă numai de puterea I și II a masselor. Insă, într'o teză susținută înaintea Facultății de Științe din Paris și publicată și în *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), am dovedit că, îndată ce se merge până la a treia putere a masselor, semi-axa cea mai mare are și ea perturbații seculare. De aci ar urma că și mișcarea medie are perturbații seculare, de ordinul cubului masselor.

Astfel fiind, se pune întrebarea dacă accelerația seculară a mișcărei medie a lunii ar proveni din o perturbație seculară a semi-axei sale celei mari, de ordinul cubului masselor. Ar fi locul a se face cercetări în acest sens.

Publicat în „Analele Academiei Române". Seria II, Tom. XV, 1892—1893, pag. 10.

8.

Teorema ariilor în mișcarea sistemelor materiale

1894

TEOREMA ARIILOR ÎN MIŞCAREA SISTEMELOR MATERIALE

1894

NOTIŢA INTRODUCTIVĂ

Etienne Marey, fiziologist francez (1830—1903), care a întrebuinţat aparatele grafice în studiul fenomenelor fiziologice, fiind membru al Academiei de ştiinţe din Paris, a făcut o comunicare în şedinţa dela 17 (29) Octombrie 1894. La această comunicare se referă Haret în lucrarea ce urmează.

Delaunay, în *Tractatul* său *de Mecanică raţională*, ediţia III, pag. 412, vorbind despre teorema ariilor în mişcarea sistemelor materiale, afirmă că un animal, izolat în spaţiu, nesupus la nici o forţă exterioară, şi care la momentul iniţial este immobil, nu ar putea să-şi imprime o mişcare de rotaţie în jurul unui ax. El motivează afirmarea aceasta, prin împrejurarea că, după teorema ariilor, suma proiecţiilor pe un plan al ariilor descrise de razele sectoare ale diferitelor puncte ale unui sistem trebue să fie zero la fiecare moment; de unde urmează, zice el, că, dacă unele părţi ale corpului animalului ar executa, în puterea voinţei lui, o rotaţie într'un sens, alte părţi ale corpului lui ar trebui să execute, în acelaşi timp, rotaţii de sens opus.

Cu toate acestea, observaţia arătase de demult că unele animale, precum pisiciile, cânii, etc., lăsate să cadă dela oarecare înălţime, reuşesc a se întoarce în timpul căderii, aşa că ajung totdeauna la pământ pe picioarele lor. Se credea că întoarcerea aceasta a animalului în timpul căderii se datora punctului de sprijin pe care-l lua pe mâna operatorului, chiar în momentul când era lăsat să cadă. D-l Marey însă, luând o serie de fotografii instantanee asupra unei pisici lăsate să cadă, a constatat în mod neîndoios că animalul, în momentul plecării, nu lua absolut

nici un punct de sprijin, şi că învârtirea lui în jurul axului longitudinal al corpului se datora exclusiv mişcărilor pe cari le execuţa el singur, în puterea voinţei lui, fără intervenţia nici unei forţe exterioare.

Observaţiunea aceasta era în opoziţie directă cu afirmarea lui Delaunay.

Intrebarea era: de unde provenea această nepotrivire?

Au fost unii cari nu au lipsit să se grăbească, pe baza experienţei d-lui Marey, să pună în îndoială întreaga teorie a Mecanicei raţionate. Insă explicarea lucrului, în modul cel mai satisfăcător, a urmat aşa de aproape experienţa d-lui Marey, încât nici o umbră de îndoială nu mai rămâne asupra explicaţiunii logice a fenomenului observat de d-sa, chiar pe baza teoremei ariilor.

D-nii Guyon, Maurice Lévy, Marcel Deprez şi P. Appell, atât prin raţionament, cât şi prin o serie de exemple şi de aparate mecanice, dederă, fără întârziere, explicaţiunea completă a fenomenului (*Comptes-rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris*, şedinţele din 29 Octombre şi 5 Novembre 1894); iar cu trei şedinţe mai târziu d-l L. Lecornu indică un caz foarte caracteristic, în care un corp, numai prin o serie de mişcări interioare, şi fără nici o schimbare aparentă în forma sa exterioară, poate să-şi imprime o mişcare de rotaţie în jurul unui ax, fără nici o intervenţie de forţe exterioare. (*Comptes-rendus*, şedinţa din 26 Novembre 1894).

Cred util a pune în vederea Academiei însă o explicare foarte simplă a fenomenului observat de D-l Marey, explicare care are analogie cu cea dată şi de d-l Appell.

Presupun că corpul animalului se reduce numai la două puncte materiale, de mase egale, A şi B, şi că O ar fi proiecţia axului longitudinal al corpului lui. Animalul imprimă punctului A o rotaţie, care-l aduce în A'. Atunci, după teorema ariilor, B se va mişca în sensul opus, şi va veni în B'; însă, fiindcă raza OA este mai mare decât OB, pentru ca ariile AOA' şi BOB' să fie egale, va trebui ca arcul BB' să fie mai mare decât AA'.

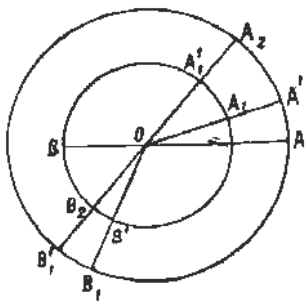


Fig. 1.

In acest momennt, presupun că animalul apropie punctul său A′ de axa O, şi-l aduce în A_1, iar pe B′ îl depărtează în B_1. Dacă acum el imprimă lui B_1 o rotaţie $B_1B'_1$, punctul A_1, care e mai aproape de axă, va executa, după teorema ariilor, o rotaţie $A_1 A'_1$, de sens contrar cu $B_1 B_1'$, şi astfel ca arcul $A_1 A'_1$, să fie mai mare decât $B_1B'_1$.

Se poate uşor vedea că mişcările animalului se pot combina în aşa fel, ca poziţiile finale A'_1 şi B'_1 să se afle pe acelaşi diametru al cercurilor, precum fusese şi A cu B.

Dacă acum animalul duce punctul A'_1 în A_2 şi pe B'_1 în B'_2, el se găseşte având întocmai aceaiaşi forma ca şi la începutul mişcării sale, însă a executat în jurul axului O o rotaţie, măsurată prin unghiul AOA_2 sau BOB_2; şi aceasta numai în virtutea forţelor sale interioare şi în deplin acord cu teorema ariilor.

Fenomenul astfel descris este întocmai acel care se petrece la un animal care cade. Fotografiile d-lui Marey ne arată, în adevăr, cum animalul, în prima perioadă a căderii sale, îşi-întinde labele de dindărăt şi-şi scurtează pe cele de dinainte; şi, după ce a executat rotaţia, care corespunde cu AA′ şi cu BB′ din figura alăturată, strînge labele de dindărăt, lungeşte pe cele de dinainte şi execută apoi rotaţia reprezentată în figura noastră prin $A_1A'_1$ şi $B_1B'_1$.

Ceeace trebue să deducem din această discuţie este că, Delaunay s'a grăbit să tragă, din teorema ariilor, care este exactă, o concluzie necxactă; şi aceasta, pentru că nu a ţinut seamă de schimbarea de formă pe care animalul poate să şi-o dea după voinţă. Dar dacă se ţine seamă şi de această împrejurare, nu mai este nici un desacord între teorie şi fenomenele observate.

(Publicat în Analele Academiei Române. Seria II. Tom. XVII 1894—1895 pag. 72—74.)

9.

Notă asupra poporațiunii României

1903

NOTĂ ASUPRA POPORAȚIUNII ROMÂNIEI

Comunicare în ședința Academiei Române de la 6 Iunie 1903.

In lipsa unei numărători regulate a poporațiunii țării, care dela răposatul Marțian [1] nu s'a mai făcut, suntem siliți să recurgem la orice mijloace ni se prezintă, pentru a stabili cifra actuală a acestei poporațiuni cu cea mai mare aproximație posibilă.

D-l M. Bădulescu, fost șef al statisticei, s'a cercat să facă acest lucru, ținând seama de cifra nașterilor și a morților, dela 1859 până azi; dar mijlocul acesta nu ține seamă de imigrări și emigrări.

Au mai servit diversele recensăminte făcute de Ministerul Finanțelor, cum și de unele comune în diverse împrejurări, dar imperfecțiunea acestor recensăminte, din punctul de vedere al comparării cifrei totale a populațiunii, este evidentă.

Mai este un mijloc, pe care-l cred mai exact decât cele precedente, și pe care mi-l propun să-l desvolt aci.

De când cu votarea legii instrucțiunii primare din 1893, Ministerul Instrucțiunii Publice face, în fiecare an, recensământul copiilor în etate de școală, adică al acelora dela vârsta de 7 ani împliniți pânăla 14 ani împliniți.

Recensământul acesta se face de către învățători și institutori, împreună cu primarii sau cu delegații acestora.

La început, operațiuuea aceasta se făcea în mod destul de defectuos, ceeace se cunoaște după marile diferențe ce se constată dela un an la altul. Incet, încet, însă ea se îmbunătățește; diferențele dela un an la altul merg mereu micșorându-se, ceeace arată că în fiecare an tot mai mult se împnținează numărul copiilor cari scăpau de recensământ. Deja se poate întrevedea cu

---

[1] Dionisie Marțian (1829—1865) a fost cel dintâiu statistician român. El a dat prima organizare a serviciului statistic al țării noastre.

oarecare probabilitate, din modul cum au variat cifrele din ultimii ani, care trebue să fie cifra reală a recensământului.

Așa fiind, putem deja considera ca prezentând suficiente garanții de exactitate cifra dată de ultimul recensământ, acel obținut în primăvara anului 1902.

Iacă rezultatele acestui recensământ :

			Băeți	Fete
Copii români	în com.	rurale	382.736	331.067
	„ „	urbane	43.558	37.344
Copii străini	„ „	rurale	5.245	4.798
	„ „	urbane	15.318	14.669

Aceste cifre trebue considerate ca fiind cu mai multă probabilitate inferioare decât superioare celor adevărate. In adevăr recensământul se face în mod nominal, și nu e posibil a se trece în el copiii neexistenți, afară de foarte puține cazuri, când se iau numele după actele stării civile, și când poate să scape, pe ici pe colo, numele vre-unui copil deja mort. Din contra, putem crede că sunt copii netrecuți în recensământ, fie din cauză că i-au ascuns părinții, ca să-i sustragă dela obligațiunea școlară, după cum se mai face încă pe la țară, fie că au scăpat din vederea celor cari au făcut recensământul.

Mai este și o altă împrejurare. Legea învățământului primar prevede că, dacă într'o regiune nu sunt locuri destule în școala primară, se supun obligativității în prima linie copiii înscriși de bună voie ; în a doua linie copiii mai mici ai părinților cari au mai mulți copii în vârstă de școală ; în a treia linie copiii cari au domiciliul mai aproape de școală ; și pentru fiecare din aceste categorii, obligativitatea se aplică de preferință băieților.

Dispoziținea aceasta face că, de multe ori, nu se trec în recensământ copiii cari, din lipsă de locuri, se știe de mai 'nainte că nu vor putea fi obligați a urma la școală.

Așa dar, încă odată, cifrele de mai sus trebue considerate ca niște minime.

Dar mai este și o altă observațiune de făcut asupra tabloului de mai sus : este că numărul fetelor din fiecare categorie este mult inferior numărului băieților. Este știut că peste tot se întâmplă, din contră, ca numărul fetelor, la această etate, să fie ceva superior numărului băieților. Dar chiar dacă am face ab-

stracțiune de această deosebire în favoarea lor, în niciun caz nu putem admite ca numărul lor să fie mai mic, și încă cu așa de mult. Trebue dar să credem că cei cari au făcut recensământul au omis de a trece multe fete în tablourile lor, pentru motivul, citat deja, că pe ele nu le ajunge obligativitatea școlară decât mai târziu. Pentru a restabili adevărul, va trebui dar să admitem că numărul fetelor din ficecare categorie este egal cu al băieților și făcând așa, putem fi siguri că vom rămânea încă sub adevăr.

Pentru toate aceste motive, putem dar admite că în primăvara anului 1902, numărul copiilor în etate de 7 ani până la 14 ani din țară era cel puțin următorul :

	Români	Străini
În comunele rurale	765.472	10.490
„ „ urbane	87.116	30.636
	852.588	41.126
	893.714	

Acesta fiind admis, dispunem de o dată prețioasă, pentru a ajunge la stabilirea unei cifre minimum pentru întreaga poporațiune a țării.

In adevăr, se știe că raportul dintre numărul locuitorilor de o vârstă oarecare și numărul total al poporațiunii unei țări variază între niște limite destul de restrânse. Această observațiune este chiar fundamentală pentru alcătuirea tabelelor de mortalitate, cari sunt de un uz așa de general în toate cestiunile de demografie.

Eu am la dispoziținne tabla lui Déparcieux.[68] După ea, numărul copiilor în etate de 7 până la 14 ani, reprezintă 11,91% din cifra totală a poporațiunii.

Așa fiind, de vreme ce am stabilit că la noi copiii în această etate sunt în număr de cel puțin 893,714, un calcul foarte simplu arată că poporațiunea totală a țării trebue să fie de cel puțin 7.503.898 locuitori.

Probabilitatea este ca această cifră să fie mai mică decât cea adevărată, nu numai pentru motivele arătate mai sus, dar și pentru aceea că tabla lui Déparcieux este făcută pe la jumătatea secolului XVIII, pe când condițiunile vieții erau mai rele decât azi și durata vieții mai scurtă. E adevărat însă că condițiunile vieții țărănești dela noi nu sunt nici ele prea bune.

Oricum ar fi, cifra de 7.503.898 locuitorii, la care ajungem prin aceste considerațiuni, se pare că prezintă mai multe garanții de exactitate decât toate acele la cari s'a ajuns de la Marțian până azi. Acest rezultat are o importanță pe care nimeni nu și-o poate disimula.

Dacă admitem această cifră de poporațiune pentru anul 1902 și, fiind dată cifra din anul 1865 de către Marțian, de 4.246.054 locuitori, se poate ușor calcula în câți ani se îndoiește poporațiunea țării. Am făcut acest calcul, și am găsit 49 ani, cu un coeficient de creșteri anuale de 1,43‰ ceeace asigură României un loc foarte bun, în comparațiune cu alte țări, chiar din cele cari stau mai bine în această privință.

In acest din urmă calcul, am ținut seamă numai de cele 30 de județe de dincoace de Dunăre, eliminând județele din Basarabia, pe cari azi nu le mai avem, și pe cele din Dobrogea, pe cari nu le aveam la 1865, când s'a făcut numărătoarea lui Marțian.

(Publicat în Analele Academiei Române, Seria II Tom. XXVI 1903—1904 pag.. 25—28.)

10.
Observațiuni științifice

1905

OBSERVAȚIUNI ȘTIINȚIFICE

Comunicare în ședința Academiei
dela 7 Octomvrie 1905.

1. Observație directă de formare a grindinei

Este cunoscută explicația clasică ce se dă pentru formarea grindinei, dar nu știu dacă este vreun caz în care să se fi putut face o observație directă care să confirme teoria. Eu am putut face odată o observație de acest fel.

În ziua de 23 Iulie (4 August) 1892, a căzut asupra comunei Păunești, din jud. Putna, și asupra câtorva comune vecine, o ploaie cu grindină de o violență extraordinară, care a dărâmat poduri, a înecat oameni pe șosele.

In ziua aceea, pe la 6 ore p. m., mă aflam pe vârful dealului Mesteacănul, un deal înalt în apropiere de Păunești. Norul de grindină a început să se formeze la această oră deasupra văii Trotușului, la o depărtare de punctul unde mă aflam care cred că nu era mai mare de doi kilometri, și la o înălțime nu mult mai mare decât acea la care mă găseam eu. Imprejurările erau dar foarte favorabile pentru observarea fenomenului.

Acesta a început prin un sgomot continuu de tunet, care se auzea urnind fără întrerupere într'un nor negru-vânăt, de dimensiuni nu prea mari, care s'a format destul de repede, poate în vreo 10 sau 15 minute, timp în care uruiala tunetului nu a încetat nici o clipă. După acest timp, s'au produs câteva trăsnete tari, unul după altul, și tot deodată un șivoiu de coloarea lividă caracteristică a norilor de grindină se precipită din norul cel negru în jos. Dar nu a căzut pe pământ, ci s'a încovoiat imediat spre dreapta mea, a devenit orizontal, și pe urmă s'a urcat în sus, iar către norul cel negru. Mișcarea aceasta era perfect vi-

zibilă şi era însoţită, în afară de sgomotul tunetului şi al trăsnetelor, de un sgomot puternic, care semăna întocmai cu acela al unei curgeri mari de apă, şi care provenea din frământarea şi ciocnirea unele de altele a bucăţilor de grindină. Drumul urmat de şivoiu era, în mod vag, în formă de o elipsă, cu axa cea mare orizontală. In partea ei inferioară, această elipsă se întindea în lungul unui al doilea nor, cu mult mai puţin aparent decât cel negru de deasupra.

Feuomenul acesta s'a repetat de trei sau patru ori, la intervale ca de două sau trei minute. In tot timpul acesta, norii mi s'au părut că stau imobili ; sau poate că aveau o translaţie foarte înceată, în sensul razei vizuale.

Pe urmă, norul cel negru porni repede spre sud, şi peste puţin se descărcă cu furie peste Păuneşti, Domneşti şi locurile vecine, unde produse stricăciuni mari.

2. Observaţie asupra cutremurelor de pământ

Dintre toate ipotezele emise până astăzi asupra constituţiei masei interne a pământului, cea mai în genere admisă şi cea mai plauzibilă este tot aceea că ea ar fi lichidă sau semifluidă, şi la o temperatură foarte înaltă. Cred că această ipoteză este şi aceea care poate mai bine explica fenomenul cutremurelor de pământ. Este destul să facem o apropiere între câteva legi ale mecanicei şi cele ce ştim în privinţa constituţiei massei centrale şi a cojii pământului.

Masa centrală are o densitate vecină de 5,5 densitate mare, care presupune şi o viscozitate foarte însemnată. Ea este supusă rotaţiei diurne în jurul axului pământesc.

Este evident că mişcarea aceasta nu se face în mod solidar, cum s'ar face rotaţia unui solid ; vreau să zic că moleculele masei nu conservă poziţii nestrămutate unele faţă de altele, precum şi faţă de coaja înconjurătoare. Este evident că părţile vecine de ax vor avea altă mişcare decât cele superficiale, şi acestea altă mişcare decât coaja.

De altă parte, atracţia lunii şi a soarelui trebue să producă fenomene de flux şi reflux în această masă lichidă.

Rezultă de aci că în masa internă trebue să se producă continuu, din cauza rotaţiei diurne şi a atracţiei, curenţi cari

să ducă părțile externe spre interior și viceversa. Mai rezultă că coaja pământului, nemișcându-se solidar cu masa lichidă pe care o conține, trebue să se producă o frecătură continuă între dânsele, în sens paralel cu ecuatorul. Acestei frecări se atribue curenții magnetici terestri, cari fac ca acul busolei să se îndrepteze mereu spre poli.

Mai trebue să ținem seamă și de alte cauze, printre cari cea mai însemnată este presiunea apei vaporizate. Apa se strecoară spre centrul pământului prin toate crăpăturile, și ajunsă în contact cu masa incandescentă, se vaporizează. Aburii produși, închiși fiind într'un spațiu limitat, pot să ajungă la presiuni mari. Acești aburi, fiind prinși în masa fluidă care este în mișcare, se pot amesteca într'însa și forma imense bule gazoase, cari, spărgându-se apoi la suprafață, atunci când frământarea masei le aduce acolo, pot să producă explozii și comoțiuni, cari cu ușurință se vor simți la suprafață, dată fiind mica grosime a coajei față de dimensiunile masei centrale.

Dar mișcarea masei centrale, explozia bulelor de vapori și orice alte cauze de perturbație vor mai produce, în masa fluidă, unde cari se vor propaga, precum se propagă undele la suprafața unei ape în care aruncă cineva o piatră, sau la suprafața apei în fierbere.

Trebue în fine să admitem că fața internă a coajei nu este uetedă, ci plină de asperități considerabile, precum este și fața externă. O dovadă de aceasta este că meridianele magnetice nu coincid cu cele geografice, lucru care nu ar fi dacă frecarea între coajă și masa internă s'ar produce în plane perpendiculare pe axă, adică dacă nu ar fi asperități cari să abată frecarea din aceste plane. De altfel, modul de formație a coajei, prin solidificare și contractare, care este cauza neregularităților dela suprafață, trebue să fi produs același rezultat și la fața internă a coajei. Această față trebue dar să o concepem ca având și ea munți, dealuri, văi și escavații de tot felul, însă răsturnate spre centru.

Toate acestea fiind date, este lesne de înțeles că atunci când, dintr'o cauză oarecare, cum ar fi o explozie de bule de vapori sau altele, se produce o undă puternică la suprafața masei lichide interne, unda aceasta propagându-se, va face să oscileze coaja pe unde este în contact imediat cu masa lichidă,

după cum s'ar întâmpla într'un balon plin cu apă. Se mai înțelege că explozia însăși va putea să producă o comoție locală, care să se traducă prin o mișcare în sensul vertical în punctul unde s'a produs explozia. Se mai vede în fine că, dacă unda dela suprafață, în propagarea ei, vine să se lovească de vreo asperitate a coajei, această lovitură va produce o comoție în punctul acela.

Acest mod de a vedea ar explica dar multe din circumstanțele cele mai însemnate ale cutremurelor: mișcările verticale, mișcările ondulatorii, mișcările locale cari nu se propagă mai departe, sau se propagă numai la mică depărtare. Ar explica destul de bine până și sgomotul caracteristic care însoțește cutremurele, și care ar fi analog cu acela al mării ce se lovește de maluri. Această explicare mi se pare mai potrivită decât aceea că sgomotul ar proveni din dărâmarea subterană a unor părți ale coajei. Tot așa s'ar explica pentru ce unele localități sunt mai expuse decât altele la cutremure: dacă sub punctul acela coaja poartă o asperitate însemnată de care oceanul subteran poate să se lovească cu putere, sau o escavație mare în care bulele de aburi să vină să se spargă, este evident că în acea localitate probabilitatea de cutremure este mai mare decât în alta sub care coaja ar fi netedă.

Mai este un lucru de observat.

Masa lichidă centrală, fiind închisă din toate părțile în interiorul coajei ca într'un vas, ne putem aștepta ca, atunci când într'un punct oarecare al acestui vas se produce o deschidere, și prin urmare o scădere a presiunii interne, cum este în cazul erupțiilor vulcanice, să se producă cunoscutul fenomen de reacțiune care determină împingerea înapoi a tunului în momentul descărcării.

Și în adevăr, se pare că este oarecare coincidență, sau mai exact succesiune la interval scurt, între erupțiile vulcanice de pe puncte foarte depărtate unele de altele.

Dar lucrurile acestea ar trebui studiate mai de aproape și un timp îndelungat, pentru ca să se poată trage concluzii întru câtva sigure.

(Publicată în *Analele Academiei Române* Seria II. Tom. XXVIII Memoriile Secțiunii Științifice; și în broșură separată sub titlul „Observațiuni Științifice". Buc. 1905. [4 pg.])

11.

Raport

Despre cartea „Contribuțiuni la munca pentru ridicarea poporului“ de Sp. Popescu, prezentată la Academie pentru premiu

1905

RAPORT

DESPRE CARTEA „CONTRIBUȚIUNI LA MUNCA PENTRU RIDICAREA POPORULUI. SCRISORI CĂTRE ÎNVĂȚĂTORI", GALAȚI 1904 DE SP. POPESCU, PREZENTATĂ LA ACADEMIE PENTRU PREMIUL ADAMACHI ÎN 1905.

După părerea mea, cartea d-lui Sp. Popescu[69] este una din producțiile cele mai de seamă dintre cele cari au apărut în ultimii ani, nu numai prin forma ei, dar mai ales prin cuprinsul ei.

Numeroase sunt încercările cari s'au făcut, mai ales în timpurile din urmă pentru a se scoate clasa țărănească din izolarea ei, pentru a lucra asupra inteligenței ei și a face să intre cât mai mult în viața modernă și a se folosi și ea de binefacerile unei culturi mai ridicate. Printre alte manifestări ale acestei năzuințe umane și patriotice, trebue puse și multele scrieri de tot felul, volume, reviste, publicații de tot felul, dintre car unele se adresează direct poporului, altele celor cari sunt chemați a lucra mai de aproape pentru dânsul. Dar defectul comun al celor mai multe din aceste publicații este că, cu toate bunele intenții de cari sunt animate, autorii lor rareori dau dovadă că cunosc bine starea și nevoile țărănimii, că înțeleg starea ei sufletească, că știu să proporționeze țintele ce-și propun cu mijloacele de acțiune de cari se poate dispune, date fiind starea culturală a poporului, starea lui materială și puterile țării. Alt neajuns al acelor publicații este limba în care sunt scrise, nu numai ca termeni întrebuințați, dar mai ales ca mod de a prezenta lucrurile. Sătenii au chipul lor de a cugeta, logica lor, specială, felul lor propriu de a face deducții. Cei cari nu țin seamă de ele, riscă a nu fi înțeleși și a nu deștepta în sufletul lor nici un interes, și atunci toată munca pusă pentru a se scrie o carte plină de iubire și dor de bine pentru popor rămâne zadarnică.

D-l Sp. Popescu, în lucrarea sa, nu merită nici una din aceste observaţii. D-sa dovedeşte la fiecare rând că cunoaşte şi înţelege în perfecţie lucrurile de cari vorbeşte, precum şi mentalitatea acelora către cari se adresează; şi afară de accasta, limba ce întrebuinţează este cea mai curată limbă românească, plină de imaginile şi de întorsăturile cari sunt familiare şi scumpe poporului nostru dela ţară. Din acest punct de vedere, scrierile d-lui Sp. Popescu în genere, şi în deosebi accea de care ne ocupăm aci, sunt monumente literare preţioase, cari vor avea însemnătatea lor în procesul de formare şi fixare a limbii noastre.

Cartea d-lui Sp. Popescu cuprinde trei părţi, despre cari trebue să spun în parte câte ceva.

1. *Scrisori către învăţători*. — In anii din urmă, însemnătatea învăţătorilor ca factor social a crescut deodată într'o proporţie enormă. In locul rolului lor şters şi întrucâtva nepreţuit cum trebue, din trecut, li s'a dat o direcţie în care ei pot fi elementul determinant în lupta pentru scoaterea clasei ţărăneşti din starea de inferioritate în care se află. Invăţătorii au înţeles chemarea lor, şi au urmat-o cu multă însufleţire. Prima, şi până acum cea mai însemnată din manifestările noii lor activităţi, a fost înfiinţarea băncilor populare, ieşite ca din pământ în treipatru ani de zile, şi cari sunt deja pe cale de a preface cu totul faţa lucrurilor.

Dar noua stare de lucruri creează pentru învăţător, în satul lui, o situaţie nouă, în care sfaturile îi sunt preţioase. Raporturile lui cu sătenii, modul cum trebue să caute să lucreze asupra minţii şi inimii lor, legăturile pe cari trebue să ştie să le stabilească între el şi consătenii lui, felul de acţiune ce trebue să aibă pentru îndrumarea afacerilor satului, mai ales în partea morală, felul cum trebue să înţeleagă el însuşi nevoile satului, toate acestea sunt probleme în mare parte nouă, cari pot surprinde şi desorienta pe mulţi. Tratarea şi lămurirea lor constitue oarecum un fel de pedagogie nouă, care trebue să formeze învăţători nu pentru copii, ci pentru oamenii maturi, şi nu pentru exerciţii de clasă, ci pentru o acţiune socială de prima ordine.

Acesta este scopul primei părţi din lucrarea d-lui Sp. Popescu, şi pot spune că d-sa îl atinge pe deplin. Intr'un şir de 212 pagini, pe un ton liniştit, în limba limpede şi plină de haz a satelor, d-sa dă învăţătorilor sfaturi asupra a tot ce priveşte che-

marea lor față de săteni, sfaturi practice, luate din viața vie și privitoare la lucruri și la situații reale. E destul să se vadă titlurile deverselor capitole, ca să se înțeleagă natura lucrării, sensul în care este îndreptată, spiritul de care este animată, modul cum vede și înțelege lucrurile. Citez câteva din ele:

Ce trebue să înțelegem prin știutori de carte? Ce gândește țăranul despre școală? Raporturile sufletești dintre învățător și sat. Simpatia satului către învățător e necesară. Împrejurări cari au împiedicat pe învățători să-și câștige simpatia satului. Învățătorul în căutarea prieteniei. Ce gândesc fruntașii despre școală? Manifestările sufletești ale învățătorului și fruntașii satului; c mpul de activitate al învățătorului; sfaturi. Evitarea ciocnirii cu fruntașii; politica. Comunitatea de ideal hotărăște împrietenirea. Puncte comune între misiunea preotului și a învățătorului. Cum trăește în general preotul cu învățătorul? Învățătorul în căsătorie. Învățătorul în satul ideal. Învățătorul în satul real. Cum să scape învățătorul teafăr din amestecul cu țăranii? Învățătorul ca element de ordine în sat. Cum se pot preveni răscoalele țărănești? Mișcarea satului către oraș. Convingerea țăranului despre adevăratul rost al școalei și despre nevoia de a-și da copiii la școală.

Ca să dau o idee mai clară de spiritul și de felul în care e scrisă partea aceasta din lucrare, fac un mic număr de citații:

„Când se zice astăzi că 20 ori atâția la sută știu carte, nu se spune nimic hotărît... Mie mi se pare că se pune greșit întrebarea. Altfel trebue formulată această întrebare și anume: Câți la sută folosesc cartea în viață?" (pag. 7).

„Sufletul țăranului, ca și al oricărui om în genere, refuză să se angajeze ca să facă un lucru al cărui rost nu-l pricepe, al cărui folos adevărat nu-l vede. A pretinde țăranului în genere să-și dea copilul la școală de bună voie este, după convingerea lui, ca și cum ai pretinde să se angajeze de bună voie să-și învețe pe copil meșteșugul de a face scara de suit la lună. Și fiindcă țăranul nu-și dă copiii la școală de bună voie, îl forțăm să facă aceasta de nevoie". (pag. 17).

„Culmea ironiei ori a durerii: o bună parte din semnatarii protestelor contra legii obligativității iscălesc nu prin punerea degetului, ci cu propria semnătură. Propria semnătură pe un protest contra școalei vorbește, din nenorocire, foarte mult. Propria semnătură arată: 1) că semnatarul a trecut prin școală; 2) că nu știe ce vrea școala și 3) că nu mai avem nevoie de alte dovezi pentru apune în lumină faptul, că nu numai cei ce n'au călcat pragul școalei nu cunosc rostul școalei, dar nici absolvenții școalei" (pag. 20).

„Slabele rezultate ale învățământului rural sunt pricinuite, în ultima analiză, numai de lipsa simpatiei dintre învățător și sătean". (pag. 39).

„Vezi tu — îmi mărturisea un prieten al meu, fiu de țăran, — vezi tu cum mă urmărește nostalgia? Iată, sunt mai mult bătrân decât tânăr și, cu toate acestea,

tot cu nălucirile tinereţii după mine. De viaţa banală aici nu-mi amintesc; dar toate mulţumirile mele superioare sufleteşti sunt însoţite de năluciri. Mă duc la operă, de pildă. Alături cu mulţumirea sufletească vine şi regretul că nu sunt şi ţăranii să audă vocea primadonei. După actul I, îmi iau frumuşel teatrul, cu trupa de operă cu tot, şi mi-l duc pe deal, la noi în sat... Satul întreg la teatru...Ridic cortina şi mă uit, în delirul mulţumirii mele sufleteşti, la ţăranii cari înmărmuresc la vederea scenei, la auzul corului, la cânteccul de privighetoare al primadonei. Aud altă dată o orchestră bună. Imediat mi-o închipuiu tot pe deal, în satul meu. Cântă o horă ori un brâu, aşa cum ştie o orchestră bună să cânte... Se prind în horă până şi bătrânii... Ropoteşte pământul, văile duc ecoul departe, s'adună toate satele şi văd minunea, şi ascultă, şi... au ce povesti toată viaţa lor" (pag. 55).

„Iată că fruntaşii satului, ori care ar fi fondul lor sufletesc, sunt ignoranţi. Să faci deosebire între ignoranţă şi prostie; poate fi cineva ignorant, dar deştept; poate fi altcineva cult, dar prost. Fruntaşii sunt ignoranţi şi inteligenţi; însă ei nici nu ştiu că sunt ignoranţi. Nu uita că ignoranţa nu sufere aluzii pe socoteala sa: cel puţin nu uita de banalitatea adevărului că tonul face muzica". (pag. 79).

„In raporturile oficiale cu primarul trebue să fii cu cea mai mare băgare de seamă. Trebue să dai exemplu de ordine şi de respect către autorităţile constituite, ori care ar fi treapta pe scara lor ierarhică. Nu poate fi vorba cine e mai mare dintre primar şi învăţător; fiecare e mare, când îşi face datoria impusă prin legi; fiecare e mic, când nu respectă comandamentele legilor. Persoana însărcinată cu aplicarea unei legi dispare în faţa legii; legea singură rămâne mare şi nu se discută întru cât e în fiinţă" (pag. 80).

Sunt astfel pagini întregi, uneori capitole întregi, cari ar merita să fie citate, ca model de observaţie fină şi judicioasă, ca chip de expunere, ca limbă clară şi curgătoare, ca sentiment, ca cumînţenie în sfaturi, ca iubire către popor şi către învăţătorii cărora se adresează.

Asemenea calităţi ar trebui să facă din cartea d-lui Sp. Popescu un tovarăş nedespărţit pentru orice învăţător.

2. *Bucăţi de cetit la şezători şi cercurile culturale.* — Această parte a cărţii cuprinde trei bucăţi: *Taifasuri cu Moş Gheorghe*, *Duşmanul* şi *Dezertorul*. In câtetrele se găsesc aceleaşi calităţi literare; dar limba şi modul de expunere este încă şi mai mult limba curat populară. Cea dintâi găseşte mijlocul de a face să intre în capul necultivat, dar nu prost, al unui bătrân ţăran, idei despre rostul şcoalei, despre învăţătură ca cea mai mare comoară a omului, despre trebuinţa de a se căuta bolnavul cu doctori, nu cu babe. Forma este a unei convorbiri între Moş Gheorghe şi un tânăr din sat, care a învăţat carte la oraş. A doua bucată pune în scenă pe un sătean, pe care beţia l-a scoborît pânăla cel din urmă grad al decăderii. A treia arată

soarta jalnică a unui flăcău tânăr şi frumos, pe care prostia lui l-a făcut să dezerteze din armată şi să fugă peste Prut.

Câte trele bucăţi sunt lecţii practice de morală şi de bun simţ, puse sub forma cea mai bună, care nu lasă să se vadă că cuprinde într'însele lecţii.

3. *Uscături.* — Sub acest nume sunt două bucăţi, intitulate : *Domnul Vasile* şi *Popa-Rusu*, descrierea a doua tipuri, un învăţător şi un preot de ţară, făcut într'o limbă cu totul populară şi într'un chip de tot hazliu. Cea de a doua, povestire făcută de un ţăran bătrân, face impresia unei reproduceri de o fidelitate absolută a graiului popular, cu imaginile, comparaţiile şi observaţiile lui aşa de neaşteptate şi originale.

Părerea mea este că lucrarea d-lui Sp. Popescu merită pe deplin să fie recomandată, pentru a fi recompensată cu premiul *Adamachi*.

(Publicat în Analele Academiei Române Seria II Tom. XXVIII 1905-1906. Desbateri p. 371-475.

12.

Mécanique sociale

1910

INTRODUCERE

Lucrarea ce urmează a apărut la sfârşitul anului 1910, deci a fost scrisă în anii 1909 şi 1910. E interesant să insistăm asupra acestor date, fiindcă în aceşti ani el funcţiona ca ministru şi atunci a avut unele din cele mai grele încercări ale sale în viaţa politică. Această precizare va face a se înţelege câtă tărie sufletească avea Haret ca să se poată ridica, dela realitatea atât de crudă şi agitată, în operele senine ale cugetării filozofice şi matematice.

Lucrarea, firește, a atras atenţiunea publiciştilor şi a învăţaţilor atât în ţară cât şi în străinătate.

Am socotit că este interesant, pentru cei ce vor studia amănunţit chestiunea tratată într'însa, să prezentăm şi ecoul pe care l-a avut în lumea ştiinţifică şi politică, cum şi polemicile iscate în privinţa acestei lucrări.

Vom reproduce deci în această introducere ceeace am găsit în hârtiile rămase de la Haret şi anume:

1. Recensiuni din ţară;
2. Recensiuni din alte ţări;
3. Scrisorile primite de Haret dela diferite persoane şi corespondenţa ce a urmat.

I.

RECENSIUNI DIN ŢARĂ

1.

D. Spiru Haret ca sociolog de *C. Rădulescu-Motru* [1]). („Noua revistă română", Nr. 8 din 19 Decembrie 1910).

In fiecare dintre noi oamenii, trăiesc mai multe suflete... afirmă unii psihologi. Au toată dreptatea aceştia în ce ne priveşte pe noi Românii!

Două suflete, cel puţin, trăiesc în fiecare Român cult: sufletul împrumutat culturei apusene şi sufletul legat de natura solului şi de tradiţiunea moştenită. Acesta din urmă este violent şi oscilează între maximul bunătăţii şi maximul cruzimei, pe când cel'lalt este potolit şi caută spre seninul abstracţiunilor...

Sufletul d-lui Haret, ministru actual al şcoalelor, ca om politic român, am avut adese ori ocaziunea să-l cunoaştem în decursul acestor din urmă ani.

---

1. D. C. Rădulescu-Motru era atunci profesor de psihologie şi logică la Facultatea de Litere din Bucureşti. Azi este tot profesor, şi membru al Academiei Române.

Omul politic, Haret, este nerăbdător de a veni cât mai în grabă la guvern, şi este în stare să pună şi foc ţării dacă se întârzie venirea la guvern! Omul politic Haret, nu cunoaşte legea adversarului, ci numai legea sa proprie, adică aceia care poartă semnătura sa! Omul politic Haret, în sfârşit are monopolul patriotismului şi al naţionalismului în această ţară, şi vai! de accia cari nu au aceiaşi credinţă ca şi dânsul!

Dar sufletul profesorului de matematică Haret este cu totul altul. In acest suflet patima şi ipertrofia cului dispar pentru a face loc reflexiunii liniştite şi filosofice!

Omul politic ne-a dat atâtea discursuri, circulări, regulamente şi legi, cari mai personale unele ca altele; şi mai ales omul politic ne-a înzestrat organizaţia şcolară cu atâţi politicieni, cari trec astăzi drept revizori şi subrevizori, inspectori şi subinspectori, cari mai agitaţi şi mai suspecţi unii ca alţii, toţi după chipul şi asemănarea celui care i-a inventat!

In schimb, profesorul de matematică, din sferile senine ale ştiinţei raţionale, priveşte la frământările politicei omeneşti, şi scrie la *Méconique sociale*.

Cu această scriere de multă valoare, cum vom vedea-o îndată, d. Spiru C. Haret îşi plăteşte tributul său către cultura apuseană. Capitalul de cunoştinţe, pe care l-a primit dânsul dela această cultură, este acum înapoiat cu interesele cuvenite; şi aşa alţii vor profita pe viitor după urmele muncei sale. D. Sp. Haret şi-a făcut datoria, ca om cinstit şi recunoscător.

Ca om politic român, inutil să mai insistăm: d. Haret n'are nici un tribut de plătit. Oamenii politici români, în generalitatea cazurilor, n'au să plătească către cineva vre-un tribut, căci ei cheltuesc cu toţii din avutul autohton al Ţării...[70]

Mécanique sociale poate fi trecută printre cele mai meritoase încercări ce s'au făcut în timpul din urmă în scopul de a constitui o metodă sigură în ştiinţa sociologiei. D. Spiru Haret are încrederea că, prin aplicarea matematicei la sociologie, cunoştinţele sociologice, dacă nu se vor înmulţi, se vor preciza însă şi se vor sistematiza mai bine. Rezultatele obţinute după urma aplicării matematicei la câte-va alte ştiinţe experimentale întăresc cu desăvârşire încrederea d-lui Haret. Fizica, Chimia şi chiar Biologia au tras multe foloase din subsumarea lor adevărurilor abstracte matematice. In timpul din urmă la aceste ştiinţe s'a adăogat şi Economia politică. In principiu nu este nicio obiecţiune de făcut. In fapt însă, toţi aceia cari au voit să aplice matematica la fenomenele sociale s'au izbit de marea complexitate a acestor din urmă feuomene. Fenomenele sociale sunt nu numai complexe, dar adesori, prin faptul că ele implică creditatea, sunt cu neputinţă a fi izolate unele de altele. Şi fără această izolare nu se poate face aplicarea matematicei.

D. Sp. Haret îşi dă perfect de bine seamă de greutatea întreprinderii. Imprumutând cuvintele lui Emile Picard,[71] dânsul zice în *introducere*: „Aceste speranţe sunt poate himerice. Pe terenul mişcător al vieţii, unde figurează un număr enorm de variabile, este poate cu neputinţă să formăm ecuaţiuni funcţionale pentru anumite stări mijlocii, cari să aibă apoi rolul ecuaţiunilor diferenţiale din Fizica matematică. Dar, dacă filosoful poate face rezerve, nu este niciun pericol ca matematicianul să se abandoneze vederilor sale îndrăsneţe, cari îl împing să lucreze într'o direcţiune desigur fecundă".

Intrând în analiza scrierei *Mécanique sociale*, trebue să relevăm, în primul rând, claritatea cu care autorul ei expune noţiunile matematice, de cari se serveşte. Noţiunea de *variabilă* şi *funcţiune*; *reprezentarea variaţiunii funcţiunilor prin curbe şi suprafeţe*; *interpolaţiunea şi extrapolaţiunea*; *apoi modurile de reprezentare în mecanica raţională a rezultantelor, a centrului de gravitate, etc.*; *principiul vitezelor virtuale*, etc., etc., se găsesc aci, ca în cele mai bune tratate speciale. D. Sp. Haret aduce sociologilor un mare serviciu, punând la îndemâna acestora cunoştinţele de matematică superioară în mod aşa de maiestru. In bibliografia sociologică nu este, din acest punct de vedere, o carte mai clar scrisă ca aceea a d-lui Haret [1]).

In ce priveşte fondul, scrierea d-lui Haret se poate împărţi în două părţi. Capitolele dela început (II-V) sunt o ilustrare a axiomelor şi principiilor mecanicei raţionale prin exemple luate din lumea socială. Aceasta este partea metodologică propriu zisă şi care, din punct de vedere ştiinţific, este cea mai importantă. Sociologul găseşte aci o încercare serioasă de a înlocui descrierile ce se dau de obiceiu fenomenelor sociale prin definiţiuni precise, după modelul celor matematice. Negreşit, nu este vorba de adevăruri noi, ci de adevăruri vechi dar aceste adevăruri vechi sunt prezentate într'un sistem mai ordonat de cum erau ele înainte. S'ar putea chiar face multe rezerve asupra acestor adevăruri vechi alese de d. Haret; s. ex. analiza cauzelor cari contribuesc la formarea şi desvoltarea unei societăţi, ni se pare foarte superficială; dar aceste rezerve nu ating meritul lucrării. Scopul principal al autorului era să demonstreze că punerea în equaţiune a factorilor sociali este cu putinţă, indiferent dacă aceşti factori sunt bine găsiţi, sau nu, şi acest scop este atins. După citirea scrierii d-lui Haret, sociologul rămâne convins, că apropierea dintre mecanica raţională şi sociologie nu este o simplă petrecere de savant, ci o serioasă problemă, care trebue elucidată în viitor.

Spaţiul revistei nu ne permite să dăm un rezumat mai detaliat al acestor capitole dela început, cari constituesc partea metodologică. Spicuim numai câteceva afirmaţiuni ce ni se par mai interesante şi mai de actualitate pentru cititori.

Toate fenomenele sociale sunt continui. (pag. 32). Revoluţiuni brusce, adică începuturi de o nouă ordine socială după voinţa indivizilor, — sunt tot aşa de imposibile în viaţa socială ca şi în viaţa naturei în genere! *Nu există forţe sociale instantanee.*

Este preţios acest adevăr, când el este constatat şi de d. Haret.

Repaus absolut în viaţa socială nu există. El n'ar fi cu putinţă decât în societăţile absolut sălbatice, sau în societăţile cari au atins culmea civilizaţiunii. Ambele cazuri ies din realitate.

Cu cât o societate este mai solid constituită, cu atât ea prezintă mai puţină elasticitate; căci libertatea de mişcare a membrilor ei este cu atât mai limitată, cu cât sistemul social se apropie de acea ce numim în mecanica raţională *un sistem de legături complete*. De aceea pericolul distrugerii unei societăţi este cu atât mai mare, cu cât această societate este mai organizată.

---

1. In bibliografia Economiei palitice este scrierea lui L. Leseine şi L. Suret (*Introduction mathém. à l'étude de l'économie politique*) apărută acum de curând.

Este cu atât mai greu de a imprima o mişcare socială unui popor, cu cât acest popor este mai numeros. Din potrivă un popor puţin numeros poate da naştere la o creştere de energie considerabilă.

Cum ar trebui să fie o lege? O lege ideală ar fi aceea care ar determina mersul societăţii în direcţiunea celor trei coordonate (ridicarea economică, intelectuală şi morală), aşa ca toţi membrii societăţii să fie în profit. Principiul fundamental este: legea trebue să tindă a realiza cea mai mare sumă de bine social posibil.

Ne oprim deocamdată la acestea.

Toate aceste concluziuni sunt găsite de d. Haret prin înlocuirea elementelor asupra cărora operează mecanica raţională cu factori sociali. Acolo unde matematicianul întrebuinţează elementele abstracte de: punct, masă, vitesă, vector, etc., d. Haret întrebuinţează individ, societate, mişcare socială, progres, etc. Legile acestora din urmă sunt scoase prin analogie după axiomele şi legile staticei şi dinamicei din Mecanică. Mecanica socială ar însemna subsumarea cauzalităţii fenomenelor sociale la normele şi judecăţile demonstrative ale matematicei.

A doua parte a scrierii (capit. V-VI) cuprinde consideraţiuni generale asupra forţelor sociale şi asupra civilizaţiunii. In această parte, cum este şi de aşteptat, d. Haret este mai puţin original. Totuşi este de relevat şi aci paragraful asupra capitalului, şi în special asupra legii interesului compus (pag. 216—226). Principiul acumulării intereselor la capital este echitabil întru cât el se întinde asupra unei durate de timp măsurate; el devine însă absurd din momentul ce se întinde pe o durată infinită sau nelimitată de timp. O monedă de un leu dată cu interes compus pe o durată de 1346 ani, reprezintă valoarea unei sfere de aur egală cu mărimea pământului! Dată pe o durată de 2000 ani, moneda de un leu ajunge la valoarea unei sfere de aur cu un diametru de două ori mai mare ca distanţa dela pământ la soare! Este destul, zice d. Haret, de a enunţa asemenea rezultate, pentru a vedea de îndată absurdul care se ascunde sub principiul interesului compus. Acest principiu nu dă de cât mijlocul automatic prin care capitalul să crească la infinit. Dar capitalul nu este o abstracţiune, ci este un factor social, şi ca atare el nu poate să desconsidere legile vieţii sociale. Capitalul nu este în drept să crească după principiul interesului compus, fiindcă el depinde de munca şi inteligenţa cetăţenilor, şi această muncă şi inteligenţă a cetăţenilor sunt factori sociali limitaţi, şi nu abstraţiuni cari se pot spori după voie cu creşterea duratei de timp.

Intreg acest paragraf ar putea fi citat. Nu ne îndoim că el va fi remarcat de specialişti.

Scrierea sfârşeşte cu o apologie a popoarelor scandinave din Nordul Europei.

„Aceea ce face gloria civilizaţiunei noastre, şi aceea ce o distinge de civilizaţiunile anterioare este preocuparea ce o întâlnim în timpul nostru pentru buna stare materială, intelectuală şi morală a celor slabi şi desmoşteniţi...

„Sforţările în favoarea acestora sunt departe de a fi totdeauna încununate de succes. Dar, dacă idealul unei civilizaţiuni integrale pare încă atât de depărtat pentru o mare parte dintre popoare, sunt din fericire şi alte popoare al căror exemplu este de natură să ne dea curaj. Intre aceste din urmă popoare, punem în prima linie popoarele scandinave.

„Trăind într'o climă neprielnică şi pe un pământ destul de ingrat, acoperit în mare parte de păduri, lacuri, prundişuri şi râpe; având să lupte cu ierni lungi şi aspre, şi cu distanţele cele mari, — aceste popoare au ştiut să transforme ţara lor într'o grădină, care satisface nu numai trebuinţele indigene, ci şi pe acelea ale vecinilor. Ţăranii acestor popoare se pricep să extragă maximul de profit din bucăţile lor de pământ, adeseori bucăţi nisipoase şi băltoase; ei s'au priceput să creeze admirabila organizaţiune cooperativă care există; produsele lor alimentează Anglia şi alte ţări. Ele sunt poate singurele popoare, unde pauperismul este necunoscut, şi unde s'au ştiut găsi mijloacele cele mai eficace pentru a se pune un frâu alcoolismului...

„Tot aci găsim mai mult de cât ori unde instrucţiunea populară solidă şi răspândită, aşa că aceste popoare sunt singurele unde nu întâlnim analfabeţi. Iar cât despre partea morală, toţi acei cari au vizitat ţările de Nord sunt cuprinşi de admiraţiune în faţa însuşirilor de profundă cinste, de calm şi seriozitate pe cari le prezintă populaţiunea scandinavă.

„Aceste popoare prezintă dar exemplul expansiunii celei mai complete şi celei mai intense în cele trei direcţiuni: economică, intelectuală şi morală; exemplul unei expansiuni care atinge nu numai pe câţiva indivizi, ci pe întreaga populaţiune, până în straturile sale cele mai profunde. Cum acestea sunt caracterele cari constituesc aceea ce am numit civilizaţiunea integrală, considerăm că această civilizaţiune a fost realizată mai bine şi mai complet tocmai de aceste mici popoare".

Cu un cuvânt: o carte bună, care sfârşeşte excelent. Neavând posibilitatea să o rezumăm mai complet, ne facem datoria să o semnalăm cititorilor noştri specialişti.

O mai semnalăm încă această carte şi ca pe un curios simptom al vremii!

Cine ar fi crezut, că în mijlocul sbuciumărilor politice petrecute între anii 1907—1910 în România, să se găsească un gânditor, şi încă un gânditor care să fie una şi aceeaş persoană cu omul politic cel mai amestecat în aceste sbuciumări politice, — un gânditor care să găsească timpul să se reculeagă şi să scrie, fără ură şi părtinire, o *Mecanică socială*?

Viaţa e plină de contraste.

D. Haret, vajnicul reprezentant al sectarismului în politica românească unul şi acelaşi cu sociologul distins, care privind din înălţimea abstracţiunilor matematice a scris *Mécanique sociale*!...

Mai multe suflete trăiesc în fiecare dintre noi.

C. Rădulescu-Motru[72]

2.

Mecanica socială a d-lui Sp. Haret de *Traian Lalescu*[1]) („Convorbiri literare", Nr. 1 An. XLV Ianuarie 1911).

D-l Spiru C. Haret a dat de curând la lumină o carte intitulată „Mécanique

1) Traian Lalescu (1882—1929) era profesor de Algebra superioară şi Teoria numerelor la Facultatea de Ştiinţe din Bucureşti.

Sociale", care interesează, de o potrivă două categorii esenţial distincte de specialişti: matematicieni şi sociologi.

Ideea principală a d-lui Haret se poate prezenta astfel:

Sociologia este în esenţă un studiu de evoluţiune a societăţilor, prin urmare un studiu de mişcare. Insă ştiinţa mişcării „în abstracto" este mecanica raţională, clădită pe un număr mic de postulate *numai* cu ajutorul logicei matematice. Dacă prin urmare vom putea stabili pe cale experimentală sau cu ajutorul metodei axiomatice că aceste postulate sunt adevărate şi în societate, atunci aparatul ştiinţific al mecanicei va fi aplicabil în bloc Sociologiei, care se va putea folosi de terminologia ştiinţifică a mecanicei, de legile şi rezultatele ei întocmai precum se folosesc de atâta vreme şi alte ştiinţe ale naturii, de pildă Chimia şi Fizica.

Acest raţionament întâmpină în primul moment, oarecare rezistenţă: Cum? Vom putea pune în ecuaţie toate fenomenele complexe sociale pe care le vedem desfăşurându-se înaintea ochilor noştri? E posibil ca să ştim, în atâtea zecimale exacte cu ajutorul simbolismului matematic, poziţia noastră socială viitoare printr'o simplă extrapolare?

Acest mod de a privi chestiunea este simplist şi antiştiinţific. *Pareto*[73] îl aseamănă cu obiecţiunea care s'ar putea face în potriva sfericităţii pământului, invocându-se neregularităţile pe care le reprezintă reliefuI solului.

In sociologie, există fără îndoială un grup imens de fenomene al căror studiu nu reclamă formularea precisă a forţelor psichologice ci numai considerarea lor sub o formă abstractă. Această operaţiune de simplificare este chiar totdeauna necesară, fiindcă fenomenele nu se pot studia decât prin aproximaţii succesive, în grupuri din ce în ce mai complete. Ce curaj ar fi avut Newton, în opera sa creatoare, dacă el ar fi conceput atomul ca un furnicar de electroni astfel precum îl prezintă acum ultimele rezultate ale ştiinţei? Dificultăţile analitice ar fi fost inabordabile, pe câtă vreme în stadiul actual, mecanica Electronului s'a putut jalona într'un timp relativ scurt tocmai fiindcă prima aproximaţie, mecanica lui Newton, era complet studiată.

Operaţiunea de simplificare pe care o introduce d-l Haret este reducerea variabilelor sociale la trei: valoarea economică, valoarea intelectuală şi valoarea morală.

Prima întrebare care vine în mintea unui matematician este dacă cele trei variabile sunt *independente*. Această întrebare ar reveni la un grup de întrebări cam de felul acesta:

Un om inteligent poate să fie sărac? Un om bogat poate să fie moral? şi aşa mai departe. Este un adevăr al experienţei de toate zilele că valoarea uneia din aceste calităţi nu influenţează în mod necesar asupra valorilor celorlalte, ceeace nu este decât un alt mod de a exprima independenţa variabilelor.

De fapt numărul variabilelor sociale este infinit; ele sunt grupate în trei variabile centralizatoare cari se degajează din studiul experimental al societăţii.

Fiecărui individ îi corespund deci trei valori care îl caracterizează şi pe care le vom numi coordonatele sale sociale. Am creat astfel un om fictiv printr'un procedeu identic cu acela întrebuinţat în mecanică, când se ajunge la noţiunea de punct material, neţinându-se seamă decât de greutatea corpurilor.

De altfel chiar în ştiinţele sociale, această ficţiune are un precedent: „homo oeconomicus" introdus de Pantaleoni[74] este elementul de studiu principal al Şcoalei moderne matematice din Economia Politică. Deosebirea însă între „homo oeconomicus" şi între ceeace noi am putea numi „homo socialis" este că primul are o definiţie calitativă, o definiţie de calcul al variaţiunilor, cum ar spune matematicianii, fiindcă ea se face cu ajutorul calităţii psihologice de a realiza regimul utilităţii maxime, *das Grenznutzen*; din potrivă definiţiunea omului social este o definiţie cantitativă. Dar aci se deschide o altă chestiune importantă:

Definiţiunea metrică a omului social, dată de d-l Haret este posibilă?

Coordonata economică intră evident mai puţin în discuţie; practica de toate zilele ne-a deprins să o evaluăm cu preciziune. Celelalte două însă provoacă din primul moment discuţiuni. Putem oare traduce printr'un număr valoarea intelectuală a unui individ? Dar valoarea lui morală?

Ceeace pare neîndoios, este faptul că avem a face cu cantităţi măsurabile care îndeplinesc postulatele elementare ale calculului aritmetic. Aceasta este de ajuns pentru a conchide că reprezentarea numerică este posibilă, fiindcă ea nu va consista decât în corespondenţa dintre două clase de elemente ale căror legi constitutive sunt identice.

De altfel această concepţie stă de fapt la baza evaluării activităţii intelectuale şi a moralităţii nu numai în organizarea învăţământului nostru, dar şi în întreaga societate.

Diplomele şcolare sunt caracterizate printr'o medie care nu e decât un număr, iar totalitatea lor pentru un individ este, faţă de societate, cota lui de intelectualitate, exprimată într'un sistem de numeraţie foarte precis şi acceptat de toată lumea. Tot aşa şi în domeniul moral — ce e drept cu mai puţină preciziune — diferitele calificative întrebuinţate în vorbirea de toate zilele sunt atâţia multipli şi submultipli ai unei unităţi morale, adoptate inconştient în mod general.

Aceste unităţi sunt variabile cu timpul, ele nu concordă de foarte multe ori cu realitatea lucrurilor. Dar a da îndărăt din această cauză, însemnează a nu face geometrie, fiindcă nu există plane şi sferele ideale sau nici mecanică raţională, fiindcă nu există corpuri solide.

Alegerea a trei coordonate sociale are o consecinţă practică importantă; ea permite întrebuinţarea reprezentării geometrice.

Să luăm trei axe coordonate rectangulare Ox, Oy şi Oz; fiecare om social va putea fi reprezentat printr'un punct, având drept coordonate mărimile celor trei cote ale sale. Un ansamblu de puncte sociale va constitui un corp social căruia îi va corespunde, în această reprezentare, un corp geometric.

Reprezentarea geometrică iarăşi nu trebue să ne surprindă; ar trebui să fim de mult obişnuiţi cu dânsa. Intr'adevăr, reprezentarea într'un plan, adică proecţiunea corpului social pe un plan sau pe o axă, constitue practica uzuală a statisticei vulgare. Un recensământ fiscal nu e decât proecţiunea unui corp social pe axa economică, proecţiune urmată de o operaţiune de aplanare care de altfel are drept rezultat o îndepărtare dela realitatea fenomenului social. Poate nu e rău să subliniez diferenţa esenţială între spaţiul acesta social şi între spaţiul geometric. Spaţiul geometric serveşte numai ca un *cadru* pentru reprezentarea fenomenelor sociale, întocmai după cum o foae de hârtie este în

trebuinţată pentru transcrierea unui tablou sau pentru desenarea unei curbe statistice. Din acest punct de vedere, studiul sociologiei cu ajutorul reprezentării geometrice ar putea fi asemănat cu o statistică *dinamică* în trei dimensiuni.

Am isprăvit cu partea analitică a problemei noastre; să trecem acum la fondul axiomatic pur mecanic al Sociologiei.

Prima noţiune pe care o întâlnim aci este noţiunea de forţă. Toată lumea întrebuinţează denumirea de forţe sociale pentru a caracteriza cauzele mişcărilor sociale. Şi fiindcă mişcările pe cari ne propunem să le studiem, sunt mişcări rezultante, de natură economică, intelectuală şi morală, o forţă socială în general va avea trei laturi diferite, adică, cum se spune în Mecanică, trei componente. O forţă socială va fi deci reprezentabilă printr'un vector, întocmai ca în Mecanica Raţională.

A doua noţiune fundamentală, cu mult mai delicată, şi care de sigur va da loc la discuţiuni numeroase este noţiunea de *masă*. Dificultatea constă în diferenţa pe care o prezintă omul social faţă de materie de a nu poseda o inerţie *isotropă*. Valoarea lui economică, împreună cu cea intelectuală şi morală reprezintă de fapt nişte forţe sociale *permanente* care dirijează activitatea individului, în afară de forţele sociale *exterioare*. Acest lucru este de netăgăduit şi D-l Haret l-a subliniat printr'o observaţiune specială. Rezultanta acestor trei forţe reprezintă deci o *forţă personală*, care lucrează în mod permanent asupra individului şi este invariabil legată de el. De aci rezultă o inerţie asimetrică ce explică reacţionările diferite ale indivizilor după natura forţelor exterioare care lucrează asupra lor.

Dar în afară de această forţă personală, nu mai există nici un alt coeficient necesar pentru caracterizarea omului social? Intr'un mod mai precis: Doi indivizi având aceleaşi coordonate sociale, sunt identici? Este bine înţeles vorba de o identitate socială adică de identitatea mişcărilor de evoluţie a acestor indivizi sub acţiunea aceloraşi forţe sociale. Dacă am judeca static s'ar părea că, odată introdusă forţa personală, răspunsul la a doua întrebare ar fi afirmativ. Lucrurile trebuc însă judecate dinamic şi atunci, în mod evident consideraţiunile de ereditate pledează pentru existenţa unui coeficient de uncestralitate special, care în scurtul decurs al unei existenţe, poate fi presupus constant.

In Mecanica socială se introduc deci două elemente de inerţie; un element scalar, isotrop care ar fi masa individului şi un element vectorial, asimetric, care ar fi forţa personală a individului.

In afară de aceste postulate care iau forma insinuantă a definiţiunilor, mecanica raţională datoreşte lui Newton încă trei postulate fundamentale:

1) Legea de inerţie, 2) Legea paralelogramului forţelor şi 3) Legea acţiunii şi reacţiunii.

D-l Haret interpretează şi aceste legi în Sociologie, arătând că această procedare nu implică contradicţie; gradul lor de evidenţă este identic cu acel din Mecanica Raţională, fiindcă şi aci, ele se vor verifica princoncluziile pe care raţionamentul matematic le va deduce din ansamblul lor.

Am isprăvit de parcurs terenul axiomatic al Mecanicei. De aci rezultă că nomenclatura, legile invarianţei şi principiile mecanice se vor putea aplica în întregime Sociologiei. D-l Haret enumeră astfel într'o luminoasă expunere legea mişcării centrului de greutate, teoremele cantităţilor de mişcare şi a for-

ţelor vii, principiul viteselor virtuale şi acela al rezistenţii minime (le principe de la moindre action).

D-sa trateazâ mai de aproape chestiunea echilibrului social. Pentru aceasta apare necesară noţiunea de forme sociale adică de grupuri sociale care se comportă într'un moment dat ca nişte corpuri solide. Problema staticei este astfel considerabil simplificată fiindcă forţele sociale aplicate unui corp solid se pot reduce la o rezultantă unică şi la un cuplu, iar deplasările virtuale nu sunt infinit de numeroase. D-l Haret se pronunţă contra stabilităţii echilibrului social şi aduce pentru susţinerea acestei teze, argumente mecaniste peremptorii; H. Spencer[75] s'a pronunţat şi el contra stabilităţii pornind tot dela consideraţiuni mecaniste, dar d-l Haret dă un exemplu „poincaré-an" spre a arăta că raţionamentul lui Spencer nu este nici exact, nici general.

După ce sunt astfel puse bazele Mecanicei sociale pure, rămâne de cercetat natura forţelor sociale. Aci intrăm într'un domeniu cu totul nou, acel al Fizicei Sociale şi al Mecanicei Sociale aplicate, teren într'adevăr fecund, dar asupra căruia se pot emite păreri sceptice pentru moment. Cum am mai spus însă, acest fenomen de scepticism însoţeşte totdeauna începuturile oricărei ştiinţe noi; în terminologia mecanică, el ar constitui reacţiunea societăţii faţă de noile forţe intelectuale care le sunt aplicate.

Am ajuns acum la un punct important al acestei analize, care e bine să fie subliniat de două ori: Distincţiunea dintre Mecanica socială pură pe deoparte şi dintre Fizica socială împreună cu Mecanica socială aplicată de altă parte.

Această deosebire este clar formulată nu numai în Matematici, dar şi într'o ramură a Sociologiei care a îmbrăcat mai de mult haina matematică, vreau să vorbesc despre Economia politică matematică. Şcoala matematică economică, creată de Cournot[76] şi Quételet,[77] ai cărei reprezentanţi contimporani în frunte cu Pantaleoni,[78] Jevons, Vilfredo Pareto şi Walras[79] duc o mişcare din cele mai viguroase, a făcut o diviziune analoagă. Economia politică pură şi Economia politică aplicată.

Putem prezenta în mod pregnant rostul acestei diviziuni dacă ţinem seama de deosebirea care se face în logică între *data* şi *vincula*, adică între condiţiunile iniţiale specifice ale unui fenomen şi între aparatul de raţionament care trage concluziile din aceste date. „Data" este obiectul Fizicei sociale; „vincula" e preocuparea de căpetenie a Mecanicei sociale pure. Între acestea, se desvoltă o ştiinţă intermediară, analoagă cu Mecanica aplicată, pe care coeficientul de siguranţă al omului politic, oarecum ingînerul social, o va face accesibilă aplicaţiunilor practice.

Astfel formulată problema, rostul şi utilitatea mecanicei sociale reiese clar şi lămurit. Rostul său este independent de perfecţiunea cu care vor putea fi evaluate forţele sociale, după cum acel al mecanicei raţionale este independent de legile constituţiunii materiei.

Utilitatea ei va consta în faptul că pune la îndemâna sociologului, terminologia şi invarianţii Mecanicei raţionale, operaţie de pură abstracţiune însă de cea mai mare valoare, fiindcă va contribui la desvoltarea unei intuiţii sociale şi la îmbogăţirea vorbirii cu entităţi sociale precise; ea va da acelui care o posedă, avantajul intelectual pe care-l au popoarele care vorbesc o limbă mai bo-

gată şi mai precisă. Urmărirea calitativă a raporturilor sociale este de asemenea uşurată cu ajutorul mecanicei sociale. Un matematician rămâne surprins de uşurinţa cu care el se poate introduce în domeniul cu totul nou al Sociologiei, prin educaţiunea sa mecanistă; ficcare fapt sugerează o corespondenţă interesantă şi eu cred că atunci când această transplantare va fi terminată şi aprofundată, cunoştinţele obţinute vor începe să dea roade folositoare. E aci un teren mănos de muncă, unde o brazdă bună poate da rod îmbelşugat.

Pe lângă aceasta, Mecanica Socială introduce în Sociologie raţionamentul matematic care este mai complet decât raţionamentul pur logic. Se ştie că polemica în această privinţă, dintre Poincaré şi şcoala logicianilor puri, s'a terminat cu lărgirea cadrelor logicei şi introducerea de către Russel,[80] ca unitate fundamentală logică a raţionamentului de inducţiune completă, adică a lanţurilor recurente de o infinitate de silogisme.

Raţionamentul logic astfel lărgit este virtutea logicei matematice. El este indispensabil pentru stabilirea relaţiunilor de dependenţă mutuală dintre fenomenele sociale care nu se prezintă totdeauna în raportul simplu de cauză la efect ci, cele mai de multe ori, într'o legătură de contingenţă mult mai complicată. Matematicianul care e obişnuit cu relaţiunile implicite şi cu ecuaţiunile diferenţiale n'are nici o greutate să întrevadă orizontul larg în care se va putea avânta Sociologia cu această nouă armă de cercetare. După cum s'a zis, „Rerum cognoscere nexus"[81] este expresia nouă a adagiului lui Lucreţiu[82] care formulează idealul ştiinţific contemporan şi în Sociologie mai mult ca oriunde, este indispensabil a pune la îndemâna cercetărilor instrumentele necesare pentru asemenea investigaţiuni.

Consideraţiunile de mai sus sunt suficiente pentru a înfăţişa reliefu lucrării d-lui S. Haret.

Acum câteva săptămâni, sub cupola Institutului, d. Emile Picard prezenta în această formă lapidară, idealul ştiinţific:

„La Science devenant de plus en plus objective et étendant notre connaissance du réel, avance peu à peu par corrections et accroissements progressifs. Qu'adviendra-t-il de ces approximations successives? Nous posons le postulat, et c'est ce qu'il faut entendre par la croyance à la Science, que ces approximations successives sont convergentes et que nous approchons sans cesse d'un petit nombre de vérités toujours plus compréhensives, synthèse des nombreuses vérités partielles peu à peu découvertes".[83]

Din acest punct de vedere, cartea d-lui Haret, precis concepută şi clar scrisă, constitue o însemnată contribuţie la elaborarea primei aproximaţiuni în ştiinţa Sociologiei.

In afară de Mecanica socială, d-l Spiru Haret scrie şi câteva capitole foarte interesante de Fizică socială. Se vor citi cu interes rândurile consacrate forţei capitalului unde se pune în evidenţă caracterul turbilionar al legii dobândei compuse, consideraţiunile asupra forţei vitale care pun la contribuţie ultimele resultate ale ştiinţei, o pagină de polemică împotriva demagogiei politice şi în sfârşit tabloul de apoteozare al Societăţii scandinave, societate care pare a concretiza forma cea mai apropiată de idealul ştiinţific social.

Traian Lalescu.

3.

Mécanique sociale par Sp. Haret de *I. Ionescu*[1]). („Buletinul Societății Politehnice". Partea tehnică. An. XXVII Nr. 1 Ianuarie 1911).

D-l *Sp. Haret*, membru neclintit al Societății noastre, dela întemeiarea ei până în prezent, a publicat la finele anului trecut un volum de 256 pagini în 8^0, care conține o încercare de aplicarea mecanicii raționale la studiul chestiunilor sociale, lucrare din care a binevoit a trimite și Societății politehnice un exemplar, pentru care îi aducem aci viile noastre mulțumiri. In cele două luni de când a apărut această carte am avut ocaziunea să constat că ea a fost primită de unii cu surprindere, de alții cu neîncredere, și lucrul este explicabil, căci ea conține idei noi care ies din făgașul obișnuit, și printre care e și aplicarea principiilor, legilor și teoremelor de mecanică a solidelor invariabile la studiul mișcărilor sociale.

Voiu căuta să arăt mai întâi că realizarea acestei idei era cerută, era sințită: după aceea voiu face un rezumat celor 7 capitole ce cuprinde cartea, din care se vor vedea chestiunile tratate și metodele de rezolvare imaginate: iar la urmă voiu căuta să arăt că, și dacă azi nu putem afirma nimic precis relativ la folosele pe care le-ar aduce introducerea metodelor mecanicii în sociologie, nu este nimeni în stare să dovedească că ea nu va putea sluji în viitor la așezarea societăților, sau la elaborarea legilor, pe baze mai sigure și mai raționale ca până acuma.

* * *

Omul se naște și trăiește în societăți formate din oameni ca familia, comuna, statul, și în marea societate formată din omenirea întreagă; existența și viața lui se datorește numai unor asemenea societăți, și prin urmare el are de îndeplinit *datorii* către dânsele. Pe de altă parte, omul, ca element constitutiv al societăților, dă existență altora și îi ajută la traiul lor, și prin urmare el are *drepturi* față de societățile alcătuite de dânșii.

Studiul raporturilor dintre drepturile și datoriile individului față de societate, și ale unor societăți către altele constitue obiectul *Științei Sociale*, obiectul *Sociologiei*.

S'a pus de multe ori întrebarea dacă matematicile nu ar putea fi de un folos oarecare științei sociale. Mai întâi de toate, orice știință fiind omenească adică alcătuită și desvoltată de oameni pentru folosul lor, nu poate fi în contra intereselor lor, sau dăunătoare raporturilor dintre dânșii. Din acest punct de vedere orice știință este un auxiliar al științei sociale, un element pe care se sprijină sociologia. In special matematica, care a dat omului calculele numerice, arpentagiul, dirijarea vaselor pe mări și oceane, posibilitatea de a face transporturi pe sub munți și peste golfurile de mare cu iuțeala vântului, etc., a contribuit mult la mărirea și extinderea raporturilor dintre drepturile și datoriile omului. Azi o criză financiară la *New-York* se resimte în toate orașele mari din lume; un cutremur la *Messina* impresionează lumea întreagă; o epidemie în *Manciuria* cere luarea de precauțiuni în toate țările.

---

1. D. Ion Ionescu, inginer, era și este profesor de Poduri la Școala Politehnică (atunci: Școala de poduri și sosele).

Dar nu de asemenea aplicațiuni ale matematicilor și în special ale mecanicii raționale este vorba în noua carte a d-lui *Spiru Haret*, ci de aplicarea directă a principiilor și teoremelor de mecanică la studiul fenomenelor și problemelor de sociologie, și la rezolvarea chestiunilor sociale care se ivesc sau se pun din când în când. Ideea de a se aplica matematicile la studiul chestiunilor sociale în sensul aci arătat, s'a ivit în mai multe rânduri, dar faptul este că ea a preocupat mai mult pe oamenii de stat decât pe matematicieni, ceeace de altfel este explicabil. În adevăr, nu sunt rare ocaziunile sau situațiunile critice în care oamenii de stat sunt chemați să dea soluțiuni serioase sau urgente unor probleme sociale, politice sau economice, și cărora să nu li se poată găsi la timp soluțiunile cele mai bune, cele mai eficace. Și atunci, cei chemați să rezolve asemenea probleme, se gândesc cu jind la soluțiunile sigure și elegante pe care le dă matematica problemelor sale, la preciziunea cu care astronomii anunță eclipsele și cometele, și se întreabă dacă matematica nu le-ar putea veni în ajutor pentru studiul unor fenomene sociale mai apropiate, mai urgente și de un interes mai mare pentru oameni decât studiul fenomenelor cerești: sau dacă matematicianii nu i-ar putea scoate din încurcăturile în care se găsesc de multe ori. Așa se explică de ce *Napoleon I* și-a luat de Ministru pe *Laplace*, celebrul autor al *mecanicii cerești*; de ce *Frederic cel Mare*[84] a pus pe *Euler*[85] să-i studieze chestiuni financiare, loterii de stat, asigurarea văduvelor și bătrânilor, etc. Acest rege a mers și mai departe cu credința în aplicarea matematicilor la sociologie: el a întrebat odată pe *D'Alembert*[86] dacă matematica nu ar putea servi la calculul probabilităților în politică, și a primit dela acest matematician, cam următorul răspuns: *„Nu știu, dar și dacă ele ar putea servi la ceva, au devenit inutile în urma faptelor noastre"*.

Și cu drept cuvânt, cum și-ar fi putut închipui un matematician, mai ales pe vremea lui *D'Alembert*, când drepturile individului ca element al societății nici nu erau recunoscute, — că știința lui (matematica), cu legile ei invariabile și inflexibile, ar putea să se aplice la chestiuni politice, care după cum se exprimă d-l *Sp. Haret* la pag. 6, nu sunt uneori decât o țesătură de „expediente, de mici finețe, de mici intrigi, de mici infamii", și uneori nu atât de mici pe cât se crede, în loc ca asemenea chestiuni să depindă de o știință „clădită pe baze sigure și solide!" De atunci însă lucrurile s'au schimbat mult: mai întâi Revoluțiunea franceză a proclamat drepturile omului, iar pe de altă parte s'a văzut ce viață și ce splendoare au dat matematicile tuturor științelor cari au căutat să și le apropie, ca fizica și ingineria, și cum de curând ele au pătruns și în economia politică. S'a văzut câtă dreptate avea *Kant*[87] când spunea: *„Eu susțin că în ori și ce știință referitoare la natură nu putem avea adevărată știință decât numai acolo unde este și matematică"*. S'a văzut cum s'au adeverit spusele lui *Galileo*[88] că: *„adevărata filozofie ne-o învață natura, însă ea nu se poate pricepe decât de aceia care îi cunosc limba și scrisul; acea limbă este matematica, iar semnele ei sunt figurile matematice"*. S'a văzut apoi că matematicianii, ou sunt oameni improprii pentru a pricepe și a rezolva chestiuni sociale, sau de a guverna, cum se credea înainte, și exemplul lui *Witte*,[89] care a organizat finanțele Rusiei, și căruia patria sa i-a încredințat susținerea intereselor și a prestigiului în urma războiului Ruso-Japonez, este azi bine cunoscut. S'a văzut, în fine, că în unele țări politica se apropie repede de limita de care am vorbit mai sus,

adică o știință clădită pe baze sigure și solide după cum dovedește unele evenimente recente din Scandinavia.

Toate aceste lucruri au făcut să se capete încrederea în faptul că nu numai că matematicile s'ar putea aplica în sociologie, dar că această aplicare să fie recunoscută ca folositoare, să fie cerută. Astfel, celebrul chimist, Dr. *Ostwald*,[90] a aplicat principiul energiei la studiul chestiunilor sociale, iar în prefață la *„Bazele energetice ale științei civilizațiunii"* spune următoarele: *„Se înțelege dela sine că știința civilizațiunii fiind coronamentul tuturor celorlalte, nu are numai baze energetice, dar ea se sprijină și pe alte baze, matematica și biologia de exemplu"*.

In asemenea condițiuni era natural ca o persoană care s'a ocupat pe de o parte cu matematica și pe de alta cu chestiuni sociale, să vază oarecare apropieri între principiile, legile și metodele matematicilor și ale sociologiei și să stabilească astfel legătura pe care o cerea *Frederic cel Mare*, sau pe care a simțit-o Dr. *Ostwald*. Acest lucru a fost făcut de d-l *Sp. Haret* în noua sa lucrare, căci D-sa se găsea în condițiunile enunțate mai sus.

Oricine citește *„Amintiri din viața de școală"* pe care D. *Sp. Haret* le-a publicat în Gazeta Matematică,[91] anul XII pag. 174, își poate da bine seama că, după ce D-sa și-a terminat studiile universitare la Paris și-a obținut Doctoratul în științe pe baza unei teze de mecanică cerească, avea datoria ca, întorcându-se în țară, să-și îndrepte privirile spre pământ și să vază ce este de făcut cu instrucțiunea și educațiunea științifică la noi în țară, pentru ca să nu mai fim în această direcțiune atât de depărtați față de țările din Apus, precum eram acum 40 ani. Preocupat pe de o parte de această mare problemă socială și pe care a căutat să rezolve în diferitele funcțiuni publice ce a ocupat, ca Inspector al Învățământului, Secretar general la Ministerul Instrucțiuni publice și al Cultelor, și în trei rânduri ca Ministru la acest departament, forțat de altă parte de diferite împrejurări ca să se ocupe și cu alte chestiuni sociale a avut prilejul să prindă unele apropieri, să vază unele analogii și să încerce altele noi, să-și explice unele nepotriviri și să stabilească unele corespondențe între starea de repaos și de mișcare socială și între statica și dinamica sistemelor materiale, care se studiază în mecanica rațională, știință pe care D-l *Spiru Haret* a profesat-o peste un sfert de veac la Universitatea din București. D-sa s'a gândit dar la Mecanica socială ca om de stat și a scris-o ca matematician, și-a pus probleme sociale ca *Frederic cel Mare* și a căutat să le rezolve ca *Euler*, iar acolo unde știința nu poate permite a se vedea nimic sigur, să răspundă ca *D'Alembert*, că on putem ști ce are să fie mai târziu. Rezultatul tuturor reflexiunilor, cercetărilor și observațiunilor ce a făcut în această privință, cu explicațiunile necesare și cu exemple luate din viața popoarelor, se găsește în cartea pe care am anunțat-o la început, în cele 256 pagini ale ei.

Voiu face acum un rezumat al diferitelor capitole.

* * *

Cartea începe cu o *Introducere*, în care se arată unele considerațiuni asupra posibilității și admisibilității aplicării mecanicii raționale la studiul chestiunilor sociale, ale avantagelor pe care această aplicare ar aduce-o sociologiei, căci ea va introduce „metode sigure în deslegarea multor chestiuni care azi, foarte dese ori, sunt rezultatul inspirațiunii momentului, al întâmplării și al pasiunilor".

Aci ni se spune că această lucrare a D-lui *Sp. Haret* nu este numai rezultatul raţionamentului, ci al observaţiunii şi experienţei pe care D-sa le-a făcut ca om de stat la noi în ţară, ceeace face dar ca această carte să aibă şi un caracter naţional.

Primul capitol se ocupă cu reamintirea unor noţiuni şi termeni matematici şi cu indicarea unor metode care nu sunt în destul cunoscute de persoanele care nu se ocupă în special cu matematicile. Aşa de exemplu se spune ce este o funcţiune, cum se determină şi cum se reprezintă grafic funcţiunile, ce este o interpolare şi o extrapolare, ce se înţelege prin valori asimptotice, cum se desleagă problemele prin metoda aproximaţiunilor succesive şi încă câteva chestiuni.

Capitolul II este intitulat: *Întrebuinţarea metodei matematice la studiul unor fenomene sau probleme sociale*. Se introduce noţiunea de *ecuaţie a unui fenomen* şi se dă ca exemplu legile de mortalitate. Se vorbeşte apoi de continuitatea fenomenelor sociale şi se arată că *fenomenele sociale sunt continue*. Dacă uneori se pare că se vede o schimbare bruscă în mersul unei Societăţi în urma unor războaie, revoluţiuni, cataclisme naturale etc., atunci avem de fapt două stări sociale diferite cari se ating, sau se racordează între ele, iar nu o schimbare bruscă a aceleiaşi stări sociale. Se dă ca exemplu evoluţiunea sclavajului în decursul veacurilor şi schimbarea de starea socială a persoanelor nevoite să emigreze.

In Capitolul III se dă *reprezentarea grafică a fenomenelor sociale*, în care se găseşte partea cea mai originală a lucrării şi anume reprezentarea *individului* în *spaţiul social*, luându-i ca coordonate starea lui *economică*, *intelectuală* şi *morală*, reprezentare care permite o apropiere mare între mecanica raţională şi sociologie. După ce se reaminteşte ce se înţelege prin puncte şi sisteme materiale, forţă, vector, legături, etc., se caută noţiunile corespunzătoare în sociologie şi anume, *indivizii*, *corpurile sociale* sau *societăţile* alcătuite de dânşii, *forţele sociale* cari fac ca indivizii să acţioneze unii asupra altora sau să-şi modifice poziţiunea în corpul social, etc. Forţele sociale sunt de natură diferită, evaluarea lor nu se poate face cu preciziune, aşa încât mecanica socială este mai mult de natura geometriei de poziţiune iar nu de natura geometriei metrice. S'ar putea zice de exemplu că forţa economică a unui individ este măsurată prin averea lui, dar acecaşi valoare o are 1 leu al lucrătorului, care nu câştigă decât atât pe zi, cu 1 leu al unui moştenitor de milioane? Însă, după cum de exemplu în geometria analitică se scot proprietăţi ale figurilor fără să fie nevoie a cunoaşte mărimea elementelor ce intră în calculele algebrice, tot aşa şi mecanica socială va putea conduce la descoperirea unor legi sociale fără a fi nevoie să ştim cum se evaluează exact forţele sociale. Când *starea socială* a individului se schimbă cu timpul punctul lui reprezentativ descrie *curba lui socială*, iar o porţiune din această curbă coprinsă între două puncte date va fi imaginea *vieţei sociale* a lui între datele la care corespund acele puncte. Un individ este în *repaos* sau în *mişcare* din punct de vedere social după cum punctul lui reprezentativ este fix sau mobil. Forţele sociale le putem reprezenta prin vectori ca şi în mecanică, iar dacă la studiul fenomenelor nu ne mulţumim cu concentrarea tuturor forţelor sociale economice, intelectuale şi morale, atunci vom fi nevoiţi să reprezentăm mişcările sociale în un spaţiu cu mai mult de trei dimensiuni.

In Capitolul IV se vorbeşte de *Statica socială*. Se aplică forţelor sociale regulele relative la compunerea şi descompunerea forţelor, la cuple, la centrele forţelor paralele. Corpurile sociale nefiind invariabile, teoremele de statică trebuese aplicate ca şi la chestiunile de rezistenţă şi deformaţiune, adică la fiecare moment în parte: nu putem transporta forţele dela un element la altul în direcţiunea lor, iar la modificările de formă trebue să ţinem seamă şi de acţiunea indivizilor ce constitue un corp social, unii asupra altora. Tot aşa noţiunea de *centru de greutate* nu se poate aplica decât pentru o stare socială la un moment dat, atribuind fiecărui individ un coeficient de greutate socială, analog cu densitatea la corpurile solide neomogene. Aplicarea *principiului travaliului virtual* ar conduce la următoarea lege de sociologie: „*Dacă un corp social oarecare este acţionat de unele forţe sociale şi supus unui număr oarecare de legături, şi dacă aceste forţe îşi fac echilibru, suma algebrică a travaliurilor virtuale ale tuturor acelor forţe sociale este nulă pentru toate mişcările virtuale ale corpului social cari sunt compatibile cu legături ce îi sunt impuse*". Acest principiu nu pare să aibă acum aplicaţiuni în sociologie, dar acelaşi lucru a fost şi cu principiul travaliului virtual în mecanică. De unde *Leonardo da Vinci*[92] n bănuit fecunditatea lui, de abea *Lagrange*, peste 300 ani aproape, a putut clădi numai pe el toată mecanica raţională în mod analitic, fără figuri, fără demostraţii geometrice. Ca legături sociale am avea restricţiunile puse militarilor, popilor, etc. După aceasta se trece la *studiul stabilităţii echilibrului social*, care a preocupat pe mulţi cugetători ai omenirii. Se dovedeşte că un corp social civilizat nu poate rămâne în stare de repaos, şi că, dacă uneori se pare că el este în echilibru, atunci acesta este totdeauna instabil. Se face în fine o discuţiune interesantă asupra stabilităţii şi instabilităţii maselor omogene cu aplicarea la sociologie şi se discută unele idei emise de *Spencer* şi alţii.

Capitolul V se ocupă cu *dinamica socială*, care se întinde pe mai mult de a treia parte din toată cartea şi unde se studiază chestiuni foarte variate. Se examinează în prima linie dacă principiile sau *axiomele dinamicei* sunt aplicabile la chestiuni sociale, şi se găseşte că ele nu se pot admite decât în anumite condiţiuni. Astfel, ca să putem admite *principiul inerţiei de repaos*, e necesar să considerăm, ca forţe exterioare, unele forţe care rezidă în fiecare om, *ca inteligenţa şi voinţa*. Ele pun în mişcare pe individ întocmai cum un magnet se pune în mişcare când în apropierea lui vine o bucată de fier inertă; atunci putem considera reacţiunea acestuia, ca acţiune asupra magnetului. *Inerţia în mişcare* se va admite şi la corpurile sociale, cum de altfel că a fost admisă şi în mecanica raţională, până ce observaţiunile astronomice au confirmat-o prin coincidenţa cu calculele făcute pe baza ei. Cu aceeaşi restricţiune se admite şi *principiul independenţei acţiunii forţelor*. *Principiul acţiunii şi reacţiunii* este de asemenea admisibil în chestiuni sociale. După acestea se trece la dinamica individului, urmărindu-i mişcarea punctului reprezentativ pe curba socială. Se ajunge cu modul acesta la noţiunile de *iuţeală*, *mişcare uniformă*, *variată*, *acceleraţiune*. Aşa diferenţa de venit peste cheltuieli ale unui rentier, acţionează asupra averii lui ca o forţă constantă care îi accelerează formarea avuţiei. Cu ocaziunea introducerii noţiunii de *masă* a unui individ se ivesc dificultăţi, căci ea nu mai poate fi constantă pentru toate forţele sociale; acestea impresionează în mod diferit pe acelaşi individ, într'un fel odată şi altfel după trecerea unui

oarecare interval de timp. Aplicând însă unii coeficienți pentru forțele sociale, dintre cari unii variabili cu timpul, am putea pentru un moment dat, când studiem o chestiune socială, să considerăm masele constante ca și în mecanică; și atunci mișcările sociale ale individului se vor putea obține integrând ecuațiile diferențiale:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = Fx,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = Fy,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = Fz.$$

Operațiunea aceasta este însă greu de făcut, căci nu cunoaștem expresiunile analitice ale lui Fx, Fy, Fz, în funcție de variabilele x, y, z, care indică starea economică, intelectuală și morală a individului. Se reamintește după aceasta ecuațiile *cantităților de mișcare* și ale *forțelor vii* și se trece la principiul lui *D'Alembert*, care reduce chestiunile de dinamică la chestiunile de statică și care se poate enunța și în sociologie: *„Toate forțele pierdute ale unui corp social în mișcare își fac echilibru în virtutea legăturilor cari îi sunt impuse"*. Teoremele generale ale dinamicei se pot aplica și în sociologie: *teorema mișcării centrului de greutate* nu pare să aibă aplicațiuni prea întinse; *teorema cantităților de mișcare* se poate aplica și ne arată că, cu mase mari și iuțeli mici, se poate face același efect ca și cu mase mici dar cu iuțeli mari; *teorema forțelor vii* se poate aplica pentru intervale de timp reduse, căci altfel ecuațiile de legături s'ar schimba cu timpul. *Principiul energiei* este aplicabil dacă nu ținem seamă de unele acțiuni ale oamenilor care consumă energie în mod improductiv. *Principiul celei mai mici acțiuni* care se poate enunța: *„orice societate se mișcă întotdeauna în direcțiunea în care întâlnește cea mai mică rezistență"*, se poate aplica la multe chestiuni sociale și explică de ce unii oameni se ocupă cu vânătoarea, cu pescuitul, cu navigația; de ce s'a desvoltat funcționarismul, de unde vine afluența populațiunii în orașele mari și industriale, etc. După câteva considerațiuni asupra constantelor ce intervin în mișcarea socială, și în privința integrării ecuațiunilor dinamicii sociale, se vorbește despre *difuziunea maselor sociale* prin analogie cu difuziunea gazelor din fizică; aceasta explică amestecul între popoare în apropierea frontierelor, și egalizarea nivelului social a diferitelor clase prin pătrunderea unor elemente din unele în altele. Se studiază apoi *ciocnirile sociale* provocate de războaie, revoluții, greve, cataclisme naturale; ele pun în mișcare corpurile sociale elastice, deformează sau sdrobește pe cele rezistente, și sunt totdeauna însoțite de pierderi mari de forță vie socială. Realizarea acestor fenomene cere un timp apreciabil și de aceea putem spune că *nu există percursiuni* sau *forțe instantanee sociale*. O chestiune care s'a discutat deseori este a *periodicității fenomenelor sociale*, adică dacă o viață socială dela un moment dat s'a mai produs în anticitate sau se va mai ivi în viitor, sau dacă civilizația are perioade regulate de mărire și decadență, ca, de exemplu, la oscilațiunile unui pendul. Se arată că, ținând seamă de variațiunea și modificarea forțelor sociale, o mișcare socială oscilatorie este aproape imposibilă. Se trece la chestiunea *liberului arbitru* al omului și se arată că mecanica socială nu poate să rezolve această chestiune: ceeace se poate spune e că liberul arbitru este limitat în mai multe direcțiuni. Capitolul se încheie cu *considerațiuni asupra legilor*. Orice lege trebuie făcută în scopul de a se aduce cel mai mare *bine social* adică de a ridica starea economică, intelectuală și morală a indivizilor la care ea se

referă, fără a aduce nicio micşorare în stările sociale ale altora. O lege ideală ar fi aceea care ar face ca punctele reprezentative ale tuturor indivizilor ce alcătuiesc o societate să se îndepărteze de cât-şi-trele axele de coordonate : ale averii, ale culturii şi ale moralităţii ; dar aceasta este o soluţiune asimptotică, de care ne putem apropia fără a o atinge. In tot cazul legea nu trebue să tindă ca coordonatele centrului de greutate social să se micşoreze ; legea e indiferentă, dacă centrul rămâne fix ; ea este rea, dacă toate coordonatele scad. Legile pot însă mări unele coordonate şi micşora pe altele, ca de exemplu o lege contra alcoolului, care micşorează starea economică dar măreşte starea morală. In asemenea cazuri totul depinde de înţelepciunea legiuitorului ca să-şi dea seamă de ce parte este interesul general, şi de a vedea dacă, deşi centrul de greutate merge în bune condiţiuni, mişcarea de rotaţiune în jurul acestui centru nu este prea pronunţată şi dăunătoare societăţii. Legile se pot diviza în trei clase : unele consacră o stare de lucruri cunoscută şi experimentată, adică reprezintă mersul curbei sociale între două puncte date ; altele interpolează o linie între două puncte ale unei curbe sociale cunoscută în afară de ele, şi altele în fine extrapolează o curbă în afară de o porţiune cunoscută a ei. Primele sunt cele mai sigure, ultimele cele mai nesigure, şi cu atât mai nesigure cu cât extrapolarea se întinde mai departe. Legile nu trebue să dea loc la pierderi de energii, la ciocniri, la schimbări brusce de direcţiune în mersul social ; ele trebue să fie simple, clare, precise, şi fără subtilităţi care să dea loc la explicări şi interpretări care sunt un izvor pentru ocolirea şi eludarea lor.

Capitolul VI este consacrat descrierii mai pe larg a *forţelor sociale* După câteva consideraţiuni generale se examinează diferenţele dintre societăţile omeneşti şi cele animale. Toate au ca origină necesitatea de a se apăra şi de a strânge alimente : diferenţa este că societăţile formate de oameni au fost şi sunt susceptibile de perfecţionare. Slăbiciunii omului i se datoreşte puterea lui de azi : dânsul neavând mijloace naturale pentru a se apăra în contra fiarelor sălbatice, a trebuit să se gândească mai mult pentru ca să vadă ce are de făcut. Aceasta l-a condus ca să-şi utilizeze *conformaţiunea mâinii* pentru a lupta cu beţe, a arunca pietre, a-şi crea unelte, şi ajunge astfel la industria de azi. Pe de altă parte desvoltarea limbagiului şi în urmă a scrisului, a permis să-şi comunice unii altora nevoile, şi să transmită dela unii la alţii rezultatele observaţiunilor şi experienţelor, de unde a rezultat mai în urmă ştiinţa. Conformaţiunea mâinii şi limbagiul a produs dar mişcările sociale ale omului, şi prin urmare ele trebuesc considerate ca forţe sociale. Vine apoi inteligenţa, în care intră *inteligenţa medie* care dă caracterul intelectual al unei societăţi şi *inteligenţa maximă* reprezentată prin savanţii, artiştii şi cugetătorii acelei societăţi. Influenţa acestora este considerabilă : *Guttenberg*[93] a contribuit la răspândirea ideilor mai mult ca legiunile de copişti din veacurile dinaintea lui. Fondul intelectual al unei societăţi creşte repede în progresie geometrică, dacă timpul considerat nu este prea mare ; altfel invenţiuni importante sau cataclisme sociale îl pot schimba în bine sau în rău. Se observă că din 400 în 400 ani aproape, s'au ivit fenomene suciale cari au influenţat mult asupra mersului omenirii civilizate ; şi de aceea legea de mai sus pentru durate lungi, trebue modificată cu ajutorul unor progresiuni *dublu geometrice* de forma :

$$A,\ Aq,\ Aq^2,\ Aq^3,\ Aq^4,\ Arq^5,\ Arq^6,\ Arq^7,\ Arq^2q^8,\ldots$$

Cauzele fizice, ca climatul, secetele, cataclismele, epidemiile, etc., acționează ca forțe care schimbă starea socială a oamenilor. De asemenea dispariția unor păduri, a minelor de cărbuni sau de fier, va aduce cu ele o schimbare în organizările sociale de acuma. *Viața* este de asemenea una din cele mai importante forțe sociale; se examinează ipoteza dacă ea nu este rezultatul unor mișcări ondulatorii. Ca forțe interioare corpului social avem apoi *acțiunea individului* în mișcarea socială, și care se poate întinde la o depărtare mai mare sau mai mică. De această întindere depinde *personalitatea* sau *factorul personal* al individului în societate. El depinde de *voința, inteligența, instrucțiunea, averea, relațiunile lui personale*, etc., determinarea lui exactă este imposibilă, și de aceea necesitatea unor *coeficienți de siguranță* se impune. Altă forță socială este *capitalul*, care își are origina în instinctul de conservare al omului: el este munca acumulată în mod inteligent, după cum știința este inteligență acumulată. Această acumulare nu poate trece peste anume limite, căci atât resursele pământului cât și munca omului sunt lucruri limitate: speculațiunile financiare și dobânda compusă tind însă să sporească capitalul peste orice limită. Un leu dat cu 5% pe 1346 ani devine de valoarea unei sfere de aur cât pământul. Este dar ceva inadmisibil în formulele obișnuite ale dobânzilor compuse; numai scăderea continuă a procentului mai temperează efectele ei. D-l *Sp. Haret* propune atunci să se înlocuiască formula obicinuită:

$$A = C(1+r)^t$$

prin alta cu procent variabil și care să dea A finit pentru $t = \infty$ și dă formula:

$$\left(A = C\left(1+\frac{r}{t}\right)^t\right).$$

Această propunere însă va da loc la multe obiecțiuni, căci ea se pretează la speculațiuni prin fracționarea lui t. Acumularea excesivă a dobânzilor este inimicul liberei desvoltări a muncii; concentrarea capitalurilor în un număr prea mic de mâini este antisocială, este un pericol al organizării sociale actuale, și de aceea legi contra acaparării capitalurilor ar fi necesare și justificate. Se arată în cele din urmă că, întocmai ca și în mecanica rațională, nu trebue să neglijăm multe forțe mici care pot să aibă efecte mari: un discurs, o telegramă poate oneori să dea loc la mișcări sociale importante; alte ori forțe mici pun în acțiune pe cele mai mari, întocmai după cum prin o declanșare se pune în mișcare o mașină puternică. Acțiunea individului asupra mersului societății ar trebui să fie aproape nulă; Istoria arată unele revoluțiuni provocate de mânia unei femei și reforme mari realizate de câte un singur om.

In Capitolul VII se rezumă o *privire generală asupra civilizațiunii*. Se arată caracterele generale ale unei stări civilizate și că o civilizațiune absolută nu poate exista. Ceeace se poate obține este o *civilizațiune completă* sau *integrală*, în care starea economică, intelectuală și morală să se desvolte la fel, adică cu alte cuvinte vectorul rezultant al tuturor forțelor sociale ce acționează o societate să facă unghiuri egale cu axele și să sporească necontenit în intensitate, fără a atinge un maximum. Această condițiune este necesară, dar nu este suficientă; trebue în tocmai ca la solidele deformabile, ca forțele sociale de toate

categoriile să fie cât mai bine repartizate asupra elementelor constitutive ale corpului social. de oarece altfel presiunile şi deformaţiunile în jurul punctelor de aplicaţiune ale unor forţe prea mari, ar putea întrece limitele de rezistenţă ale corpului, şi el nu s'ar mai găsi în bune condiţiuni, după cum de exemplu o grindă ce suportă o sarcină uniform repartizată se poate rupe dacă vom concentra toată sarcina în mijlocul ei. O societate care are puţini oameni foarte inteligenţi, foarte culţi şi foarte morali are numai o civilizaţiune superficială, ca nu are *civilizaţiune interioară*. Scopul civilizaţiunii nu este de a da tuturor oamenilor fericirea absolută, care nu poate exista, de oare-ce trebuinţele şi dorinţele omului cresc necontenit: scopul ei trebue să fie de a reduce cât mai mult suferinţele oamenilor, de a le da cele necesare pentru hrană, locuinţă, îmbrăcăminte, cultură: de a le da libertatea şi siguranţa. Egalitatea absolută este o stare socială omogenă, incompatibilă cu echilibrul social stabil, după cum s'a arătat în capitolul IV. După aceasta se examinează unele din civilizaţiunile trecute şi se arată că civilizaţiunea nu merge necontenit crescând, ci că ea are perioade de înălţare şi de decădere: mai mult încă sunt urme de civilizaţiuni vechi prin Africa, America şi Oceania, cu totul dispărute azi. In fine, ultimul paragraf se ocupă cu cauzele care împiedică dezvoltarea civilizaţiunii, şi dintre care cea mai distrugătoare este violenţa naturală a omului, şi de aceea religiile, legile şi alte instituţiuni sociale au căutat necontenit să facă pe om mai drept şi mai milos. In acest scop s'a luptat şi se va lupta mult, căci este greu a schimba acest caracter ereditar al omului, care face pe copii să omoare animale, pe oameni să facă revoluţii şi războaie, pe lucrători greve, pe oameni de stat lupte politice şi pe mulţi să nu aibă niciun respect pentru bunurile şi meritele altora. Sumele considerabile pe care le cheltuiesc statele pentru înarmări continui constituesc o mare pierdere de energie, de care se resimte mersul civilizaţiunii. Concentrarea avuţiilor în un număr mic de mâini este o piedică la desvoltarea civilizaţiunii integrale. Formalismul modern, care înăbuşeşte de multe ori fondul, este o piedică de aceeaşi natură. Capitolul şi cartea se închee cu laude aduse organizării sociale din Scandinavia unde aproape nu mai sunt săraci şi alcoolici, unde oamenii sunt calmi şi onesti, unde grevele şi luptele politice se petrec fără violenţă, unde nu există analfabeţi şi unde se realizează mai bine civilizaţiunea integrală.

Trec acum la a treia parte a acestei dări de seamă, pe care am anunţat-o la început.

* * *

O chestiune care se pune mereu este următoarea: *De ce folos ar putea să fie mecanica în sociologie?* Când cineva dă drumul unei pietre ştie în cotro are să cază, în cât timp o să ajungă la pământ şi cu ce anume iuteală: dacă însă s'ar da drumul unui animal sau unui om în o câmpie, cine ar putea spune în cotro are să apuce, unde o să meargă sau cu ce iuteală? La asemenea întrebări şi obiecţiuni ce se fac mecanicii sociale nu se poate răspunde de cât prin comparaţiune cu chestiuni analoage.

Mai întâiu de toate, câţi ştiu că corpurile cad către centrul pământului, şi de când acest adevăr este recunoscut de oamenii de ştiinţă? Nu a trecut de mult vremea când se susţinea că nu pot exista *antipozii*, căci acolo oamenii ar

umbla cu capul spre pământ şi cu piciorul în aer! Şi apoi, de când poate omul să calculeze în cât timp se scoboară o piatră şi cu ce iuţeală? *Galileo* a rezolvat pentru prima oară problema neţinând seamă de rezistenţa aerului, de variaţiunea intensităţii gravităţii, de rotaţiunea pământului şi alte cauze, pe care nici noi poate că nu le bănuim existenţa. Aceste imperfecţiuni însă nu au împiedicat pe militari să studieze balistica şi să se construiască tunurile care fac spaima naţiunilor în ziua de azi.

S'a văzut că în mecanica socială masa individului nu este constantă, ca la corpurile materiale. Dar de câţiva ani, de când s'au formulat teorii noi, s'a văzut necesitatea de a nu se mai considera masa ca constantă, ci ca depinzând de iuţeala cu care se mişcă corpul; mai mult încă, s'a simţit nevoia de a se considera mai multe mase la acelaşi corp, şi azi se vorbeşte de *masă longitudinală, masă transversală*.

Iată un alt exemplu luat din istoria desvoltării mecanicii aplicate la calculul construcţiunilor. Pentru prima oară, în 1638 se căută să se aplice mecanica raţională la calculul construcţiunilor şi anume de către *Galileo*, care a dat câteva reguli pentru dimensionarea unor grinzi puse în anume condiţiuni. Nimeni nu şi-a închipuit atunci că nu are să se mai facă case fără a le calcula; probă e că se fac şi azi. Mai mult încă, nici *Galileo*, nici contimporanii lui, nu şi-au dat seama că problema nu era bine pusă: a trebuit să treacă 70 ani ca să se vază că principiul pe care îl pusese *Galileo* la baza calculului său nu era conform cu realitatea lucrurilor; iar azi, după aproape 400 ani, ştiinţa nu a ajuns ca să ne deslege problema lui *Galileo* cu toată exactitatea matematică, ci în mod aproximativ, pe baza unor ipoteze mai mult sau mai puţin plauzibile. Cu toate acestea, inginerii şi-au apropriat ideea, au acoperit imperfecţiunile de teorie şi de fabricaţiunea materialului cu *coeficienţi de siguranţă*, pe cari i-a micşorat treptat cu desvoltarea ştiinţei şi industriei, şi au ajuns astfel să facă turnuri de 300 metri înălţime şi poduri de căi ferate duble de 521 m. deschidere, lucrări care nu s'ar fi putut face fără ştiinţa *mecanicei construcţiunilor*.

In asemenea condiţiuni de desvoltare a ştiinţelor aplicate, cine ar putea spune că mecanica aplicată la sociologie nu ar putea duce cu timpul la construirea de edificii sociale care să fie de aceeaşi splendoare şi de aceeaşi utilitate ca marile lucrări tehnice moderne! Va fi însă de sigur nevoie de coeficienţi de siguranţă mult mai mari ca în calculele de rezistenţă şi stabilitate, căci ei ar trebui să acopere pentru multă vreme nesiguranţele provocate de protecţiuni, influenţe, bacşişuri, lipsă de organizare politică pe baze sigure şi solide, etc., etc. Aceşti coeficienţi ar fi mai ridicaţi în Turcia şi Rusia, şi mai scăzuţi în Suedia şi Norvegia: ei se vor reduce treptat cu desvoltarea instrucţiunii şi educaţiunii publice şi cu cât fiecare om îşi va îndeplini mai bine datoriile şi va respecta drepturile altora.

Mecanica socială va putea să arate cari sunt părţile slabe sau puţin rezistente ale actualelor şi viitoarelor organizaţiuni sociale; ar putea indica cum ar trebui să fie ele întocmite, întărite sau înlocuite din timp în timp, pentru ca frecările dintre diferitele lor elemente constitutive să nu le uzeze prea mult sau prea repede, şi pentru ca astfel funcţionarea mecanismului lor social să nu sufere întreruperi dăunătoare bunului mers al omenirii.

Pentru realizarea unui asemenea ideal mai mult sau mai puţin îndepărtat

a scris D-l *Sp. Haret* noua sa lucrare: „*Mecanica socială*". Ea devine astfel interesantă pentru sociologii care doresc să îndrumeze societăţile moderne către o stare mai bună şi mai prosperă şi devine interesantă pentru matematicieni prin problemele la care va da loc, şi cari i-ar conduce către noi ramuri de matematică pură, după cum i-a condus fizica şi ingineria: de exemplu ideea die progresiune dublu geometrică pe care am întâlnit-o mai sus. Cartea poate serve celor ce cunosc puţină mecanică raţională pentru a se pune în curent cu unelchestiuni sociale mai uşor de cât citind cărţi speciale de sociologie, căci comparaţiunile făcute le uşurează citirea şi pătrunderea lor.

Ca încheiere am să mai adaog că *Mecanica socială* este o lucrare care face cinste ştiinţei române, prin încercarea de a aplica matematicele la sociologie şi că ea constitue o apoteoză matematică a vieţii de stat a D-lui *Sp. Haret*.

I. Ionescu[94]
Secretar al Societăţii Politechnice

4.

Mecanica socială a d-lui Sp. C. Haret de *G. D. Scraba*[1]). („Revista de studii Sociale". An. I Nr. 1. Februarie 1911).

Fenomenele sociale ni se înfăţişează sub diferite feţe, după punctul de vedere din care sunt luate în consideraţiune. Filozofii le privesc din acel al universalităţii, istoricii din acel al succesiunii, savanţii din acel al stabilităţii pe care ele pot să prezinte la un moment dat. Acest fapt arată în deajuns, credem noi, că ele trebuesc studiate rând pe rând din toate aceste trei puncte de vedere.

Intr'adevăr, considerând mai întâiu societatea omenească din punct de vedere pur filozofic, găsim numai de cât că ea se prezintă, ca ori care obiect al filozofiei generale, sub un dublu aspect de unitate şi de multiplicitate: individul nu există în afară de societate, nici societatea fără de individ. Această constatare o credem suficientă pentru a afirma necesitatea unui studiu de filozofie socială. Societatea trebueşte considerată neapărat însă şi din punct de vedere istoric. Societatea ni se prezintă ca un organism care s'a închegat încetul cu încetul în decursul vremei. Oricare instituţiune socială din vremurile noastre diferă de cele din vechime şi totuşi ori care din ele are un reazăm în trecut. Tot astfel şi cu felul nostru de a concepe sociabilitatea, diferit şi în acelaşi timp asemănător premergătorilor noştri.

Nu e mai puţin adevărat de asemeni că organismul social se prezintă ca o realitate de toată evidenţa. Orice s'ar zice, societatea există; prin ea trăim şi ea trăeşte prin noi. Ori, ştiinţa, înainte de toate, urmăreşte în cercetările ei ceeace se înfăţişează *de continuă evidenţă*, căutând să afle cauzele care determină această evidenţă. Aftel fiind, nevoia practică de a studia în mod ştiinţific organismul social, se impune deasemeni de toată necesitatea.

Felul acesta de a vedea nu duce totuşi la eclectism. Filozofia, istoria, ştiinţa, în fond nu sunt realităţi imuabile, din care să se poată culege la un moment dat ceeace ar inspira mai multă probabilitate de adevăr; ele nu sunt decât *dialectice*,

1. Autorul era atunci institutor în Bucureşti.

asupra lumii care ne este dată și asupra acestei lumi putem să alegem felul care ne pare mai util de întrebuințat în stabilirea adevărului. În sociologie, mai mult ca în premergătoarele ei, ceea ce se urmărește înainte de toate este utilitatea. Sociologia este mai mult utilitară decât speculativă. Neapărat, această afirmațiune nu trebuește exagerată. Toate cercetările omenești urmăresc utilitatea.

Dacă se ia în o deaproape cercetare toate doctrinile filozofice, toată expunerea istorică, toate dogmele științifice, reesă îndeajuns spiritul utilitar care a călăuzit pe cercetători. În ceea ce ne interesează, în cercetările sociologice, acest fapt iese însă și mai mult în evidență. Toate doctrinele de ordin pur sociologic, cum au fost bunăoară acelea ale lui Saint-Simon[95] și Comte,[96] vizează în primul rând utilitatea. Toate cercetările istorice, pe de altă parte, au manifestat deasemeni aceeași tendința utilitară, adică de a găsi mijloace practice de întărirea organismului social, atunci mai cu seamă, când acest organism se vedea amenințat. Ca probă, e faptul că cercetările istorice au luat o desvoltare uriașă cam de pe la 1800, adică în urma marii revoluțiuni franceze.

Însfârșit toate cercetările sociologice de natură științifică, acestea mai cu seamă, au arătat pe față țelul pe care îl urmăresc: utilitatea.

Astfel fiind, orice cercetare sociologică, întrebuințând ori care procedeu, ori care metodă, care se folosesc în celelalte ramuri de cercetare, trebue să fie ținută în seamă, întru atât de sigur, cât ea nu depășește obiectul ei strict: societatea omenească din punct de vedere al organismului ei.

Din acest punct de vedere o știință socială se impune în primul rând. Scopul ei e, ca prin analiza fenomenelor sociale mai întâi, și apoi prin o sinteză posibilă, ținând seamă de realitatea socială în ceea ce ea prezintă de continuă evidență, să se găsească prin aplicări de valori noi și logice, luate din totalitatea cercetărilor științifice, mijloace de a face cu organismul social să fie la înălțimea speculațiunei filozofice, temperată prin logica rece științifică.

Chestiunea e de a se ști dacă o astfel de știință socială e posibilă. Oricum, încercări s'au făcut și să pot face încă. Ca aceste încercări însă să poată avea un caracter științific, trebue ca ele să procedeze ca orice știință prin stabilirea mai întâiu a *unei ipoteze*, fără de care o sistematizare științifică nu e posibilă. Mai trebue apoi să se găsească și un element social *cantitativ* care să se poată sistematiza în baza ipotezei admise.

Așa au procedat de altfel toți acei care au căutat să stabilească o știință socială, raportând-o însă când la biologie, când la fizică, când la chimie, când la psichologia fiziologică. E logic ca matematicele să-și dea și ele tributul lor.

Parțial, ele l-au dat de mult. Quételet, punând bazele statisticei moderne, neapărat că trebuia să aplice matematica la studiile sociale. Dar mai înainte de el chiar, teoria probabilității aplicată la mortalitate de către societățile de asigurare, contribui, cu rezultate utile, la înaintarea studiilor sociale. Toate aceste încercări, deși utile, nu aveau însă pretențiunea de a considera sociologia, în întregimea ei, ca o știință matematică.

O încercare în această din urmă direcțiune s'a făcut pentru[97] întâia dată acum câțiva ani, de către un cunoscut statistician, d. L. Winiarski, prin două studii ale sale: „*Essai sur la mécanique sociale*", și „*L'Energie sociale et ses mensurations*", prin care încerca să pună bazele unei mecanice sociale.

Tot despre o mecanică socială se ocupă și d. Sp. C. Haret, în lucrarea sa din urmă: „*Mécanique sociale*" despre care voim să vorbim.

Această lucrare, opera unui Român, desigur, are o însemnătate deosebită pentru noi, întru cât autorul își propune să expună o metodă care să permită a introduce în studiul chestiunilor sociale „acea rigoare a raționamentului care dă rezultate așa de strălucite în ceea ce se chiamă științele exacte" (pag. 1—2). Să vedem cum autorul s'a achitat de însărcinarea ce și-a luat.

Faptul că lucrarea d-lui Haret are un precursor în acea a d-lui Winiarski, ne dă putința de a face un studiu comparativ asupra ei, înlesnindu-ne concluziile.

Să vedem mai întâi chipul cum a știut d. Winiarski să traducă în fapt ideea unei mecanice sociale.

Ca ipoteză, d. W. propune *atracțiunea*. D-sa ne spune că energia biologică „e o transformare a energiei chimice, prin mijlocul unui processus transitoriu care se opereză în țesături dând naștere formelor vitale: sentimente, idei, acțiuni" pentru că, experiența zilnică — adaogă d-sa — demonstrează că travaliul mecanic se transformă în căldură.

Această transformare e bazată „pe *asimilațiune* și *atracțiunea materiei*".

Cu materie de sistematizare, d-sa găsind că „toate manifestările intelectuale, economice, politice, civile, morale, religioase, estetice etc., provin din bazele fiziologice ale vieții, *foamea* și *amorul*, care după d-sa nu sunt altceva decât „atracțiunea corpului nostru exercitată asupra altor corpuri inanimate ori animate" și cum agregatul social nu este pentru d-sa decât „un sistem de puncte în mișcare perpetuă, apropiindu-se și depărtându-se unele de altele", aceste puncte, evident, prin faptul că se pot considera ca adevărate cantități în mișcare, sunt niște *mase* supuse legei atracțiunei.

„...Orice societate, ne spune d-sa, este compusă dintr'o oare care cantitate de persoane și de lucruri care se atrag mutual și într'un chip general".

Intensitatea acestei atracțiuni pentru d. W. este cantitativă: „ea depinde de *mase*".

In ilustrarea acestei teorii, d-sa recurge la o comparație demnă de a fi notată: după cum micșorând cantitatea de fier atrasă de un magnet, ea se apropie cu mai mare iuțeală, tot așa, cu cât vor fi reprezentanți mai puțini ai unui sex, cu atât celalt sex se va simți atras de cel dintâi — până la stabilirea unui echilibru.

Nu mai rămâne decât un singur lucru de văzut la d. W.: cum se poate analiza acest echilibru social. D-sa ne spune că se poate proceda în două chipuri: sau „măsurând direct atracțiunile existente între mase, sau cantitățile de energie care se degajează cu această ocazie". D. W. crede că a doua metodă se poate aplica mai cu înlesnire în studiile sociale; ori, d-sa găsește că „aurul nu e decât măsura acestor transformări de energie". E unicul mijloc pentru d-sa de a măsura energiile, atât materiale cât și inmateriale.

Acestea sunt în rezumat vederile d-lui Winiarski. Vedem însă cu ușurință cât de slabe sunt aceste vederi. Plecând de la unele constatări, de o valoare mai mult sau mai puțin științifică, d-sa ajunge să clădească o mecanică socială, ale cărei rezultate în sociologie nu pot avea vreo valoare, pentru că nu duc la nici un rezultat practic. Totuși, teoria d-lui W, după cum credem că am arătat îndeajuns, prezintă toate aparențele științifice.

Să trecem acum la teoria d-lui Haret. Găsim mai întâiu deosebiri fondamentale. Dl. Haret propune o mecanică socială în vederi astronomice — spre deosebire de acea a d-lui W. care avea un fondament chimic. *Metoda urmată de d. Haret, ne spune chiar d-sa, se raportă la Mecanica Cerească* [1]), ținând socoteală, în primul rând, „de acțiunea exercitată asupra corpului social de diversele cauze care lucrează asupra lui". Evident dar că mecanica socială a d-lui Haret ar trebui să se deosebească în totul de acea a d-lui W, după cum chimia se deosebește de astronomie, ținând seamă mai ales de faptul că dl. Haret caută să întrebuințeze o măsură directă a fenomenelor sociale. Această deosebire e numai aparentă însă; sunt multe puncte de asemănare între mecanica d-sale și acea a d-lui W. Dar mai întâiu să arătăm în rezumat fondamentul științific al teoriei d-lui Haret, cum am făcut-o pentru acea a d-lui Winiarski. *Ca ipoteză*, care să permită o sistematizare, constatăm mai întâi, cu regret, că lucrarea aceasta, nu are nici una.

Autorul numește „*societate* sau *corp social* o reunire de indivizi supuși pe deoparte acțiunilor lor reciproce, și de de altă parte la acțiuni exterioare" [2]). Care e însă cauza acestei reuniri de indivizi, d-sa nu o arată — deși putea să aleagă una din zecile de teorii care s'au propus și care ar fi dat posibilitatea ca în baza unei ipoteze, să se arate fazele, fie ele mecanice, ale acestui corp social. Ipoteza e un punct central în știință. Autorul însuși o recunoaște. D-a ne spune că „...atunci când, în Mecanica Cerească, se tratează mișcarea astrelor, se consideră forța atracțiunii universale, fără preocupare de cauzele cărora se datorește această forță" [3]). Evident, d-sa caută să explice lipsa unei ipoteze, în lucrarea d-sale, afirmând că „Legile pe care se reazămă teoriile științifice sunt în general legi precise, care se pot exprima cu înlesnire prin formule simple: astfel legea atracțiunei universale; pe când în Sociologie, va trebui însă mulți ani de studiu și de observațiune, înainte de a ajunge a degaja oarecare legi generale: [4]) ori, când ne spune că „o lege simplă și generală ca acea a atracțiunii Newtoniene", în sociologie n'are încă nici probabilitatea de a fi descoperită [5]). Dar atunci, dacă nu e posibil de găsit o ipoteză, știința nu se poate constitui. Ori cine se va întreba ce fel de știință poate fi aceea care se ocupă „..... a stabili numai legi empirice" [6]), ținând socoteală numai .....de acțiunea exercitată asupra corpului social de diversele cauze care lucrează asupra lui..." [7]).

Să ne înțelegem. E vorba de o mecanică socială. Aceasta o are în vedere autorul în scrierea sa — iar nu de aplicațiuni de metode întrebuințate în mecanica rațională: care ar avea posibilitatea de a fi introduse în studiile sociale.

In acest din urmă caz, titlul și coprinsul lucrării ar fi fost cu totul altul.

E vorba însă de o teorie științifică asupra organismului social. Iată ce ne spune însuși autorul în *Introducerea* lucrării d-sale: [8]) „Nu va sosi nare nici odată

1. *Mécanique sociale*, pag. 48, passim.
2. l. c. pag. 42.
3. pag. 44—45.
4. l. c. pag. 45.
5. *Mécanique sociale*, pag. 89.
6. Idem, pag. 45.
7. Idem, pag. 48.
8. Idem, pag. 6.

ziua când această știință va fi constituită? Noi o sperăm, și scopul prezentei lucrări este de a arăta posibilitatea de a ajunge acolo, posibilitatea pe care spiritele cele mai eminente o consideră deja cu încredere. Ne este suficient de a cita aceste linii prin care d. Emil Picard exprimă această speranță..."

Ne pare bine că d-l Haret citează tocmai pe d. Picard asupra necesității constituirii unei mecanice sociale, pentru că tocmai acest eminent savant al Franței s'a exprimat cu mai multă preciziune în timpurile din urmă asupra condițiunilor pe care trebue să le îndeplinească știința. Iată ce spune d-l Picard: „Un sistem de concepte asociat la legi sau fapte particulare, și transformat prin deducțiuni convenabile astfel ca să facem să reintre, prin mijlocul *unor oarecare ipoteze*, aceste fapte sau legi în cadre mai generale, constitue o teorie științifică [1])...

In altă parte, tot d-l Picard, ne spune vorbind tocmai de mecanică că dacă „...se poate acorda că forma ultimă a unei teorii consistă într'un sistem de ecuațiuni diferențiale, este indispensabil de a nu uita, cu toate acestea, ideile care au servit de a-l forma" [2]). Cu atât mai mult, credem noi, că atunci când e vorba de constituirea unei științe noi, cum e aceea a mecanicei sociale și care, neapărat nu o poți rezema pe o ipoteză ca aceea a gravitațiunei, cum se face în mecanica raționnală, trebue să găsești o altă ipoteză pe care să bazezi sistematizarea. In cele ce urmează, vom vedea cum un alt savant al Franței, d. Painlevé,(98) s'a exprimat de asemeni cu o preciziune și mai mare asupra necesității unei ipoteze în constituirea unei științe. De altfel, în oricare știință, se poate constata că sistematizarea ei e îndeplinită în baza unei ipoteze generale. Astfel fiind, vedem dela început că această mecanică socială, îndepărtându-se de prima condițiune a unei științi, o ipoteză valabilă, nu o putem considera decât în afara ei. Proba ne-o dă mai întâi conținutul cărții.

In adevăr, după primele trei capitole introductive, care în acelaș timp conțin o lege ca acea a continuității fenomenelor sociale (pag. 29), dacă găsim un capitol cu privire la statica socială și un altul cu privire la dinamica socială, spre surprindere vedem că se consacră un capitol următor forțelor sociale și în sfârșit ultimul unor generalități asupra civilizațiunei — ca ceva care nu intră în mecanica socială. Nu. Știința se reazemă pe sistematizare, și acolo unde nu-i sistematizare, nu e nici știință. Din acest punct de vedere, trebue să considerăm, cu părere de rău, această lucrare ca inferioară chiar aceleia a d lui Winiarski, care proceda după toate regulele științifice, în încercările sale de mecanică socială. Și cu toate acestea, autorul, credem, putea să dea o lucrare cu mult mai bună, dacă ținea seamă de o ipoteză a d-sale pe care o propune — cu multă ezitare ce e drept — pe la sfârșitul cărții, asupra vieții cu forță socială [3]). D-sa ne spune însă că „...această idee este mai puțin ea o ipoteză;

---

1. Emile Picard: „*De la Science*" capitol în cartea publicată de P. Félix Thomas: „*De la Méthode dans les sciences*" Paris Félix Alcan, 1909, pg. 17.

2. Emile Picard: „*La science moderne*" Paris, Ernest Flamarinn, pg. 119.

3. Iată ipoteza d-lui Haret: „...ne putem întreba, ne spune d-sa, dacă viața nu ar fi de asemeni efectul unei mișcări undulatoare a eterului, produs prin disocialiunea materiei organice și în special a materiei nervoase" (pag. 203). D-sa ajunge la această concluzie plecând dela constatarea științifică că metalul *Radium* are proprietatea de a se desmaterializa, ori că materia care-l compune se desasociază — proprietate însoțită de fenomene luminoase, calorice și electrice.

e o simplă supoziţiune, din momentul ce ea nu se reazemă decât pe analogii şi pe un număr foarte mic de fapte observate..." Dar oare ce e în fond o ipoteză, dacă nu tocmai o supoziţie! De unde a plecat oare Newton în stabilirea ipotezei sale, dacă nu atribuind o nuanţă de *iubire* corpurilor cereşti, aşa cum reese din comparaţiile sale.

Ipoteza asupra vieţii, evident, putea să aibă mai multă valoare ştiinţifică decât procedeul filozofic întrebuinţat de autor în conceperea mecanicei sociale.

In adevăr, d-sa se serveşte de o generalizare mai puţin temeinică: stabilind în primele pagine ale Capitolului II un fapt, de altfel destul de cunoscut şi experimentat, că mortalitatea urmează o curbă cu un caracter mai mult sau mai puţin de stabilitate, după vârste, generalizează acest fapt pentru toate fenomenele sociale. E evident că mortalitatea are din unele puncte de vedere un caracter special. Nu e mai puţin adevărat însă că ea se prezintă deasemeni ca un fenomen natural. Pe lângă aceasta, nu numai pentru om mortalitatea poate înfăţişa un caracter de stabilitate. De aci şi până la generalizarea că orice fenomen social ar trebui să prezinte o regularitate tipică, este un drum pe care mecanica socială n'o să-l poată străbate nici odată. Faptul e că dacă raporturile dintre oameni se reazemă pe o legătură de ordin natural, aceste raporturi sunt în acelaş timp prelungite dincolo de această legătură — sunt idealizate. Nu ni se vorbeşte oare continuu de supraorganism? Găsim dar că, dacă autorul generalizează observaţiunea d-sale asupra vieţii ca *forţă*, dând vieţii o însemnătate ca aceea atribuită ei de Guyau,[99] spre pildă, intra în ştiinţă.

Pe când, din potrivă, lipsa unei ipoteze, în închegarea acestei lucrări, contribue ca în loc să avem a face cu o serie de legi care să se deducă logic în baza unui singur punct central, a unei ipoteze explicative dar neexplicată, avem a face cu o serie de teoreme fără înlănţuire. Să dăm ca exemplu pe Spencer, asupra felului cum s'a procedat întotdeauna în ştiinţă. După cum se ştie, Spencer aplică legea evoluţiunei universului întreg. Să vedem cum a ajuns el la această lege simplă, în baza căreia se explică totalitatea fenomenelor din lumea care ne este dată. Inainte de el, se vorbia mereu de perfectibilitate continuă istorică, de selecţiune, de transformism. Ori Spencer are ideia genială de a da perfectibilităţii continue istorice, concepută în funcţiune de selecţiune naturală şi de transformism, un caracter indefinit şi absolut, ridicând forţa la rangul de principiu universal.

Dar aceasta nu era suficient. Această forţă, considerată ca entitate dotată de oarecare calităţi ale fiinţelor vieţuitoare darwiniene, trebuia să aibă un caracter ştiinţific explicativ de mişcare şi de echilibru. Ideea este împrumutată de Spencer proprietăţilor pendulului care prezintă ambele calităţi de mişcare ritmică şi conservativă în acelaş timp. In acest chip, el ajunge la noţiunea de evoluţie, care, odată admisă ca ipoteză, dă posibilitatea ca totul să fie explicat în virtutea ei. Mai mult încă, ipoteza evoluţionismului se prezintă ca condiţiune absolută a legilor deduse de Spencer. Din momentul ce el admite această ipoteză, odată pentru totdeauna, ea rămâne la baza oricărei legi pe care o stabileşte Spencer, ea se subînţelege în totdeauna: după cum în mecanica raţională, de asemeni, oricare lege presupune ipoteza newtoniană.

„Legile naturale sunt raporturi condiţionale.

„Enunţurile lor... sunt afirmaţiuni condiţionale care pot în totdeauna

să fie introduse prin cuvântul *dacă*" [1]). Dar dacă ne întrebăm de unde rezultă condiționalitatea legilor, vom găsi imediat că numai ipoteza poate să dea abstractelor condiționalitatea, să le transforme în legi.

Nu există lege, dacă nu există o ipoteză generală în baza căreia să se poată enunța. Autorul mecanicei sociale, deși în primele Capitole ne vorbește de principii de mecanică, totuși, tocmai de ce e nevoie, ne declară că nu e cu putință încă de cunoscut: o ipoteză generală. Totuși la stabilirea legilor, *pare că d-sa consideră atracțiunea*, cum o făcea d-l Winiarski, ca ipoteză a Mecanicei Sociale. Iată, de pildă, un principiu al mecanicei raționale, așa cum ni l arată autorul la pagina 64: „*Dacă* un sistem material este supus la un sistem de forțe și la un număr oarecare de legături, și dacă aceste forțe își fac echilibru, suma algebrică a momentelor virtuale a tuturor acestor forțe este nulă pentru toate mișcările virtuale ale sistemului care sunt compatibile cu legăturile ce-i sunt impuse". Ori, ce însemnează că acest sistem material este supus la un sistem de forțe și că aceste forțe își fac echilibru, ori că suma algebrică a momentelor virtuale ale tuturor acestor forțe este nulă pentru toate mișcările virtuale... dacă nu, că un sistem material este supus la *un sistem de forțe de atracțiune*, că aceste forțe de *atracțiune* își fac echilibru etc.

Or, autorul găsește că acest principiu e aplicabil în mecanica socială. In acest scop, d-sa transcrie întocmai (pag. 65) principiul de mai sus, cu singura schimbare, că în loc de *sistem material* pune *corp social*, în loc de *forțe*, pune *forțe sociale*; astfel rezultă că corpul social este supus la forțe sociale și că aceste forțe își fac echilibru și că suma algebrică a momentelor virtuale a tuturor a acestor forțe sociale este nulă pentru toate mișcările virtuale ale corpului social, etc. Să fie oare corpul social supus la forțe sociale *de atracțiune* ca în mecanica rațională? De sigur că nu. Aceste forțe sunt de natură economică, intelectuală, morală, pentru autor și deci nu pot ține locul atracțiunei.

D-sa ne mai spune (pag. 132) că „...fiecare societate se mișcă, la fiecare moment, în direcțiunea în care se întâlnește rezistența cea mai mică". Din această afirmare, rezultă două confuzii științifice: Dacă societatea se mișcă într'acolo unde întâlnește o mai mică rezistență, urmează că ea se mișcă liber — aceasta o admitem — dar în acest caz, mișcarea nu mai poate fi mecanică, determinată de anumite forțe, ceeace caută să arate autorul. Apoi această mișcare se îndeplinește ea oare fără nici o cauză principală determinantă, cum ar fi acea a gravitațiunei în mecanica rațională? Probabil că autorul admite acest fel de a vedea, întrucât admite influența legiuirilor asupra corpului social (p. 180), și mai cu seamă acțiunea individualităților puternice (p. 207). Dar atunci mișcarea corpului social nu se mai poate determina în chip mecanic.

Iată de ce, cum vom arăta imediat, toată argumentația, autorului în tot cuprinsul acestei cărți, în loc să invedereze cel puțin posibilitatea unei mecanice sociale, cum a făcut-o d. Winiarski, nu face alt ceva decât să arate imposibilitatea de a concepe o mecanică socială.

Invariabil se afirmă unele legi și principii de mecanică rațională și invariabil, când e vorba să se arate că aceste principii se pot aplica în sociologie,

---

1) „Adrien Naville: La notion de loi historique" (Revue de Synthèse historique IX, 1904, pag. 1).

se găsește că nu sunt aplicabile ! Iată câteva principii despre care ni se vorbește, dimpreună cu aplicarea lor la societate :

Legea Continuității fenomenelor sociale. Autorul arată (pag. 29—32) că în mecanică funcțiunile pot fi continue ori discontinue și această constatare d-sa caută s'o ilustreze cu exemple, pentru a afirma imediat (pag. 32) că „*Toate fenomenele sociale sunt continue*". Pentrucă, spune tot d-sa, „Prin observație se stabilește această lege foarte generală. In adevăr, e un fapt de observațiune că nici o funcție socială nu ia nici odată o valoare infinită între limitele observațiunii ; această cauză de discontinuitate nu se prezintă deci în sociologie" (p. 32). Valorile infinite, adaogă d-sa, nu sunt niciodată realizate în viața socială. Ajungând aci, caută să documenteze prin exemple (p 32—37), că în adevăr fenomenele sociale sunt continue — cu alte cuvinte, ne învederează singur că această lege de mecanică nu e aplicabilă în sociologie.

Principiul vitezelor virtuale. Transcrim concluziile autorului (pag. 66) : „Ar părea că principiul vitezelor virtuale pe care le stabilim în mecanica socială să fie mai mult o curiozitate științifică decât o cucerire de o oarecare utilitate practică în Sociologie. Să presupunem chiar, cum o voește autorul, că acest principiu va ieși odată din sfera curiozității ; pentru moment, cel puțin, el ne arată că mecanica nu e aplicabilă societății.

Stabilitatea echilibrului social. La pagina 67, autorul arată cu exemple că în Mecanica Rațională, un sistem de forțe poate să fie în echilibru *stabil* ori *instabil*, pentru ca să conchidă (pag. 76) că „...stabilitatea echilibrului social este aproape totdeauna imposibilă.

Principiul egalității acțiunii și reacțiunii nu are nici un înțeles logic. Neapărat, dacă în Mecanica Rațională acest principiu *are un înțeles în baza ipotezei atracțiunei*, în mecanica socială, e un adevărat non sens. Iată concluziunile autorului (pag. 93) : „Dacă un individ A exercită o acțiune oarecare asupra individului B, acest din urmă exercită la rândul său o acțiune asupra lui A, care este egală și contrară celei dintâi". Autorul dă și exemple asupra acestei atracțiuni, pe care o consideră ca principiu „stabilit în mod general" (pag. 93) : „...dacă acțiunea lui A tinde să facă să se apropie B de A, aceea a lui B tinde să facă să se apropie A de B... Va fi acelaș lucru, dacă aceste acțiuni tind să facă să se îndepărteze indivizii A și B unul de altul" (pag. 93—94). Să dăm și noi un exemplu : A iubește pe B, îl respectă chiar și B îa cuțitul și-i înfige în pieptul lui A !

Și apoi, unde să se găsească indivizi în condițiuni absolut egale, cum presupune autorul ?

Ar fi inutil să mai insistăm în parte asupra fiecăruia din principiile care mai urmează. La pagina 104 autorul arată că în Dinamica Rațională *masa* punctelor materiale este o cantitate constantă, pentru a deduce apoi, tot la acea pagină, că în Dinamica socială nu e acelaș lucru ; la pagina 123—125, autorul vorbește de principiul conservării energiei, pentru a constata la pag. 120 că „...cantitatea de energie a societăților moderne merge crescând" ; la pag. 146 constată că în Dinamica Rațională, exemplele de mișcări periodice sunt numeroase pentru a conchide, la aceeași pagină, că „...nu se cunoaște o forță socială în adevăr periodică, afară poate de aceea care sunt în legătură cu mișcările astronomice, adică succesiunea zilelor și a nopților și aceea a anotimpurilor". Să

notăm aci, în trecut, puţină preparaţie sociologică. Autorul *consideră succesiunea zilelor şi nopţilor şi aceea a anotimpurilor ca forţe sociale*. La primul moment, cineva ar crede că nu ar fi din partea autorului decât o eroare de expunere. Lucrul nu este însă aşa. La pag. 86 considera frigul ca o forţă socială, aci consideră anotimpurile. Se mai găsesc şi alte exemple, în această lucrare, asupra nepotrivirei dintre mecanica raţională şi mecanica socială. E inutil să mai insistăm. Am insistat prea mult chiar până acum. Să adăugăm numai că autorul face câteva observaţiuni asupra mecanicei sociale, observaţiuni care duc la concluziunea certă că o mecanică socială este imposibilă. Cu această ocazie vom vedea şi elementul cantitativ întrebuinţat de autor în sistematizarea mecanicei d-sale sociale.

D-sa voeşte să arate că societatea, întocmai ca un corp solid care se mişcă în spaţiu, este determinată de anume cauze pe care d-sa le fixează în: economice (de ce nu zice — frigul după d-sa fiind o forţă socială), intelectuale şi morale şi deci că, studiind aceste cauze am putea determina mersul corpului social. Va să zică, după d-sa, aceste cauze pot fi cunoscute, căci altfel la ce ar mai servi mecanica socială? Ori, mai târziu, autorul constată că mecanica socială nu rezolvă chestiunea liberului arbitru (pag. 150). „Voinţa şi inteligenţa umană figurează deci în ecuaţiile mişcării, astfel că ele au partea lor în determinismul social (pag. 149)". Dar adaugă d-sa (pag. 150), în mecanica raţională de asemeni se introduce atracţiunea universală în ecuaţiuni fără preocupare de cauzele prime, cărora ea este datorită. Apoi, aşa procedează d-sa?

Credem să cunoaştem cauza. În mecanica raţională este un corolar care sună astfel: „Dacă condiţiunile iniţiale ale unui sistem înfăţişează o oarecare simetrie, sistemul prezintă indefinit aceiaşi simetrie". Acest principiu, probabil, a dus în eroare pe autor în încercarea sa de a pune bazele unei mecanice sociale.

D-sa, după cum am văzut, nu a luat în seamă consideraţiunile care fac ca acest principiu să fie adevărat, consideraţiuni pe care d. Painlevé, o autoritate în materie, le precizează astfel, vorbind tocmai despre acest corolar: „va trebui să definim cu preciziune pedeoparte *măsura absolută* a fenomenelor studiate, şi pe de alta *condiţiunile iniţiale*[1]) „pentru ca acest enunţ să fie adevărat „totdeauna şi pretutindeni". Ori aceste condiţiuni, această mecanică socială nu le îndeplineşte şi nu va putea vreodată să le îndeplinească, pentru că, dacă din lipsa unei ipoteze pentru mecanica socială, principiile mecanicei raţionale nu-i sunt aplicabile, pedealtă parte, felul cum autorul caută să procedeze în mecanica socială, întrebuinţând metoda directă, nu are posibilitatea să introducă cantitativul în chip suficient şi deci să îndeplinească cea de a doua condiţiune a oricărei ştiinţe.

Autorul, — considerând în mod direct persoana omenească şi apoi societatea ca nişte *mase* sub influenţa celor trei forţe, care, s'o mai spunem? sunt tocmai calităţile acestor mase, — nu are posibilitatea să introducă în mecanica socială acea măsură absolută pe care o cere rigurozitatea ştiinţifică. Este drept că autorul vorbeşte de determinarea cantitativă a forţelor sociale (p. 49 şi 102), însă această determinare rămâne vagă, fără consecinţe la d-sa. D-l Winiarski, cum

---

1) P. Painlevé: „Mécanique" în cartea publicată de d-l P. Félix-Thomas şi citată, pag. 402.

am văzut, lua ca unitate de măsură banul, pe când aici ni se spune (pag. 102): „...Cum aceste trei feluri de mărimi nu sunt de aceeași natură, e necesar de a alege o unitate de măsură distinctă pentru fiecare din ele". *Dar atunci, nu mai avem de a face cu o singură unitatea de măsură, cum se procedează în știință.* Iată de ce, corpul social ne apare în această mecanică ca un corp ceresc rătăcitor, căruia nu i se poate determina nici direcția, nici mărimea.

Logica, consecuența, preparația și rigurositatea științifică, trebue să concludem, lipsesc în această lucrare.

Găsi-vom oare vreri noi care să înlocuiască aceste defecte? Căci, în definitiv, ceeace interesează în primul rând pe acei care se ocupă cu studiile sociologice, sunt mijloacele practice. Vom cercetа și din acest punct de vedere lucrarea de care ne ocupăm.[100]

5.

Un model de critică științifică de *I. B.*[1]) („Revista generală a învățământului" An. I Nr. 7 Februarie 1911, pag 505). Este un răspuns criticii făcute de G. D. Scraba.[101]

Lucrarea d-lui Spiru C. Haret, „Mécanique sociale" a stârnit un viu interes în lumea științifică și cum era de așteptat, oameni de toată competința ca d-nii Rădulescu-Motru și Traian Lalescu, profesori universitari, n'au avut destule cuvinte de laudă pentru concepția, logica și preparația științifică a acestei cărți.

Citim însă acum în urmă în No. 1, anul I, din 1 Fevruarie 1911, al „Revistei de studii sociale", un articol critic asupra acestei cărți, semnat de d-l G. D. Scraba.

Citim, dar nu pricepem cum d-sa fiind lipsit de cele mai elementare noțiuni științifice, s'a încumetat să facă un studiu, care necesita numaidecât cunoștiințe speciale.

Dar ca să fiu mai lămurit, să vă spun cum procedează d-l Scraba. A citit, sau i-a spus cineva că d-l L. Winiarski ar fi scris „Essai sur la mécanique sociale" și „L'Energie sociale et ses mensurations"; ia cărțile, le deschide, dă peste „*ipoteză*", caută în cartea d-lui Haret, nu găsește la fel, și conchide deci că nu e bună. — Deschide pe Spencer, sau ia o citație din lucrarea altuia, o scrie între virgule și iată-l că deduce cu o seninătate demnă de admirat, că lucrarea d-lui Haret nu are logică, consecvență, preparație și rigurozitate științifică!

Trebuia ca d-l Scraba, mai înainte de a se apuca să scrie ce este ipoteză, logică și rigurozitate științifică, să fie singur luminat și pe urmă să fi căutat să ne lumineze și pe noi. Să fi întrebat d-l Scraba, pe un elev de clasa IV-a primară, dacă cu aceeaș unitate de măsură cu care se măsoară apa de băut, se va măsura și lungimea unei șosele, și pe urmă să fi venit să ne vorbească de „una și aceeaș unitate de măsură".

Studiile critice asupra lucrărilor științifice sunt așteptate cu cea mai mare nerăbdare, căci de cele mai multe ori, ele popularizează ideea, o fac mai acce-

---

1) Nu știm numele autorului.

sibilă tuturor, explică expresiile prea ştiinţifice, dar pentru aceasta trebue o competinţă de netăgăduit şi în cazul de faţă să posedă în mod netăgăduit Mecanica şi Sociologia, sau o serioasă cultură generală, plus o doză mare de bun simţ.

Domnului Scraba i-a lipsit de toate şi n'ar fi trebuit să uite înţelepciunea latinului : şi tacuisses....[102]

I. B.

6.

Dare de seamă despre Mecanique Sociale de *Dim. Pompeiu* [1]) („Revista ştiinţifică Adamachi" Vol. II Nr. 1 Februarie 1911).

Cartea d-lui Haret este o încercare de a aplica aparatul matematic al Mecanicei raţionale la studiul fenomenelor sociale.

Matematica s'a aplicat până acum, cu succes, în Fizică, în Chimie şi chiar în Biologie. Economia Politică va trage, de sigur, şi ea foloase însemnate din întrebuinţarea Matematicei pentru precizarea şi sistematizarea rezultatelor generale : încercările ce se fac, în acest scop, ne dau cele mai bune speranţe.

Încercările de a aplica Matematica la studiul fenomenelor sociale întâmpină însă greutăţi de tot soiul : greutatea de a da, pentru fenomenele sociale, definiţiuni precise după modelul noţiunilor matematice ; greutatea de a izola, din imensa complexitate a fenomenelor sociale, fenomenele *simple* ; greutatea de a stabili, după modelul ştiinţelor deductive, un şir complet de principii...

D-l Haret se încearcă, în cartea d-sale, să stabilească cea mai strânsă analogie între Mecanica raţională şi Mecanica socială.

Se înţelege că, după cum Mecanica raţională nu e decât o *primă aproximaţie* faţă de Mecanica corpurilor naturale — tot aşa şi Mecanica socială, sub forma pe care i-o dă d. Haret, nu poate fi socotită decât ca o primă aproximaţie pentru o ştiinţă matematică a fenomenelor sociale.

E drept că cea mai superficială apropiere între fenomenele de mişcare (din Mecanica obişnuită) şi fenomenele sociale sugerează numai decât o sumă de corespondenţe şi analogii...

Însă pentru ca transplantarea întregului aparat matematic al Mecanicei în Sociologie să fie în adevăr folositoare, trebue arătat mai întâi, în propriul domeniu al Sociologiei, adevărul obiectiv al principiilor generale, sugerate de analogiile cu Mecanica.

În această privinţă, axiomele Dinamicei sociale, aşa cum se găsesc formulate în cartea d-lui Haret, trebue să atragă atenţia specialiştilor, mai ales că însuşi d. Haret ne spune (pagina 96) că definitiva lor stabilire cere o îndelungată şi chibzuită observare" a fenomenelor sociale.

Iată, pe scurt, cuprinsul cărţii d-lui Haret :

În capitolul întâi se reamintesc unele noţiuni de matematică care sunt necesare pentru priceperea cărţii : *variabilă, funcţie, ecuaţie, reprezintare geometrică a funcţiilor* etc.

---

1) D. Pompeiu era atunci profesor de Teoria funcţiunilor la Facultatea de ştiinţe din Iaşi. Azi este profesor de mecanică raţională la Facultatea de ştiinţe din Bucureşti şi membru al Academiei Române.

Capitolul al doilea tratează despre întrebuințarea metodei matematice în studiul fenomenelor și problemelor sociale : se dau câteva exemple pentru a arăta cum se poate stabili *ecuația* unui fenomen social ; pentru a arăta continuitatea fenomenelor sociale.

In capitolul al treilea se găsește expus modul de reprezintare a fenomenelor sociale, prin analogie cu modul de reprezintare în Mecanică.

Capitolul al patrulea cuprinde *statica socială* : echilibrul, compunerea și rezultanta forțelor sociale. Stabilitatea echilibrului social ocupă un loc însemnat în expunerea autorului.

Capitolul al cincilea expune *Dinamica socială* : întregul aparat al Mecanicei raționale este transplantat în Sociologie.

In capitolul al șaselea, autorul urmărind mereu cea mai strânsă apropiere între Sociologie și Mecanică, tratează despre forțele sociale privite ca pricinuitoare ale mișcării sociale. Autorul recunoaște, dela început, că în starea de astăzi a științei, o însirare complectă a forțelor sociale e încă departe de a fi posibilă. Nici măcar exprimarea analitică a câtorva forțe sociale, după modelul Mecanicei raționale, nu se poate încerca. Totuși adunarea câtorva fapte și precizarea câtorva idei pot ajuta la înțelegerea chestiunei.

Cartea se termină cu capitolul al șaptelea în care autorul aruncă o privire generală asupra civilizației : caractere generale ale statelor civilizate ; civilizațiile trecute ; cauze care se opun la desvoltarea civilizației.

Din această scurtă expunere a cuprinsului cărții d-lui Haret, cititorul s'a putut încredința d-lui Haret, cititorul s'a putut încredința că în cele 254 pagini ale cărții sale autorul tratează chestiuni și pune probleme cari interesează în cel mai mare grad pe specialiști (sociologi), dar cari pot interesa și pe orice om de cultură mai generală.

Apropierea dintre Mecanică și Sociologie va deștepta mult interes și multe discuții ; iar întroducerea formulelor matematice va îndemna, poate, pe unii specialiști (în științele morale și politice) să-și însușească acel mănunchiu de cunoștințe matematice cari nu pot fi decât folositoare și cari se găsesc așa de clar expuse în cartea d-lui Haret.

D. Pompeiu.[103]

7.

O nouă metodă în sociologie de *Emil Trandafil*. („Viața Românească" An. VI Nr. 9, Septembrie 1911, pag. 414).

D. Haret încearcă în „Méeanique Sociale" să ne dee o metodă științifică pentru studiarea chestiunilor sociale. Este vorba de o aplicare a mecanicei raționale în sociologie, și mecanica socială, atunci când va fi complet formulată, ar trebui să fie pentru sociologie, ceea ce mecanica tehnică este pentru tehnologie. Aceasta nu e prima încercare ce se face în această direcție. Ostwald, cu câțiva ani înainte, a încercat să arate foloasele ce ar putea aduce teoria energetică ca metodă de investigație în studiul fenomenelor sociale, și în institutul

de sociologie, înființat de Ernest Solvay,[104] la Bruxelles, se lucrează, după însăși dorința exprimată de donator, foarte mult în această direcție.

Deja de mai mult timp se simte necesitatea de a se introduce o metodă științifică în sociologie. Această metodă, care ar trebui să facă din sociologie o știință asemănătoare cu fizica, astronomia sau cu oricare altă știință pozitivă, va avea, desigur, două rezultate : 1) ne va da o concepție filozofică asupra tuturor fenomenelor sociale studiate dându-ne o explicație cât mai generală a acțiunilor forțelor sociale, și 2) ne va da o metodă cât mai comodă, metodă care nu va fi păstrată decât atâta timp cât va fi și cea mai comodă, pentru studiarea fenomenelor sociale. Din acest punct de vedere cred că trebue privită lucrarea d-lui Haret.

Nu se poate ști cât timp o mecanică socială va putea dăinui în studiul sociologiei, cât timp va putea ea explica toate fenomenele sociologice ce i se vor prezenta. E posibil ca chiar dela început să se întâlnească fenomene sociologice cărora mecanica socială să nu le poată da o explicație, să se constate că sunt forțe sociale care nu se pot asemăna totdeauna forțelor mecanice, și e posibil ca mai târziu sau mai de vreme mecanica socială să aibă soarta teoriei mecanice din fizică : să fie părăsită ca nesuficientă pentru explicarea tuturor fenomenelor ce trebue să le studieze. Nimeni nu poate prevedea de câtă supleță se poate bucura această metodă, și cât timp va fi ea aplicabilă. Un lucru e sigur avem a face cu o încercare de introducere a unei metode științifice în o știință, pe care tocmai lipsa acestei metode a împiedecat-o să ajungă în rândul celorlalte științe pozitive. E una din primele încercări ce se face în această direcție, și e o încercare seriuasă în care se observă mult spirit și rigurozitate științifică. Calitățile sau defectele ei nu se vor putea vedea, decât după aplicarea ei la studiul și explicarea unui cât mai mare număr de fenomene sociale. Și chiar dacă atunci metoda propusă de autor va fi părăsită ca nesuficientă, ea își va fi adus roadele ei : ea va fi introdus în sociologie mudul științific de cercetare, care se găsește în celelalte științe pozitive, și ea nu va cădea decât atunci, când o altă metodă îi va putea lua locul. Pentru aceasta ar trebui ca lucrarea d-lui Haret să se bucure de o mai mare atenție din partea specialiștilor. Nu putem privi cartea d-lui Haret decât ca începutul unei serii de lucrări în această direcție. A mai rămas încă mult de făcut până când mecanica socială va putea deveni o metodă științifică comodă de cercetare. Nu trebue să uităm că avem a face cu un haos de fenomene observate din care nu s'a putut până acum scoate nici o lege. Totul — rămâne încă de făcut, și lucrările ce vor urma nu pot fi opera unui singur om.

In cele ce urmează vom căuta să arătăm ideile principale cuprinse în această carte, făcând în acelasi timp observațiile ce le vom crede de cuviință.

Individul e elementul constitutiv al corpului social. Cauzele sub influența cărora starea și poziția unui corp social variază sunt foarte multe. Ele se pot însă aranja în trei grupe mari : 1) *cauze de natură economică*, 2) *cauze de natură intelectuală* și 3) *cauze de natură morală*. Fiecare grupă, de oarece cuprinde în ea mai multe cauze sociale simple, va fi o funcțiune de mai multe variabile absolute, iar poziția corpului social o funcție de aceste trei funcțiuni. Dar aceste trei grupuri nu sunt absolute : inventiile, așezate de autor în grupa cauzelor de ordin economic, influențează și depind în același timp de desvoltarea intelectuală a cor

pului social. Studiarea unui fenomen social, dela început în toată complexitatea lui vu fi deci foarte grea, chiar atunci când vom avea legi sociale matematic formulate. Am avea a face cu prea multe variabile şi problema s'ar prezenta chiar dela început cu o complexitate necunoscută celorlalte aplicaţii ale matematicilor. Autorul propune, pentru studiarea fenomenelor sociale, metoda aproximaţiilor succesive, întrebuinţată cu succes în mecanica cerească la calculul orbitei planetelor. Se va ţine seamă, la început, de acţiunea exercitată asupra corpului social de către diferitele cauze sociale, neglijând, ca primă aproximaţie acţiunea acestor cauze între ele. Va rămânea, pentru calcule ulterioare, considerarea acestei acţiuni.

E foarte interesant însă modul cum autorul grupează variabilele de care depinde poziţia corpului social. Sunt trei grupuri, deci un fenomen social reprezentat în funcţiune de aceste trei variabile ne va da o curbă cu trei dimensiuni. Spaţiul social e deci un spaţiu cu trei dimensiuni, cel mai comod desigur, de oarece permite o reprezentaţie geometrică. Nu putem prevedea dacă gruparea cauzelor sociale va rămânea acea propusă de autor; e posibil ca ea să trebuească să fie modificată. Un lucru e sigur: numărul grupelor nu va trece niciodată peste trei, căci atunci am căpăta un spaţiu social cu mai mult decât trei dimensiuni, în care reprezentare geometrică e imposibilă.

Ca şi în mecanică, forţele care lucrează asupra corpului social sunt vectorii şi sunt de două feluri: forţe externe şi forţe interne. Ca şi în mecanică, acţiunea lor poate fi de două feluri: 1) sub acţiunea forţelor externe, corpul social se poate pune în mişcare a cărei lege poate fi uneori, dat fiind numărul forţelor ce lucrează asupra lui, foarte complicată, dar ale cărei elemente se vor putea totdeauna descompune în o mişcare de rotaţie şi una de translaţie, şi 2) sub acţiunea forţelor externe şi ale celor interne, corpul social, ca orice corp care nu e perfect dur sau perfect elastic, poate suferi o deformare. Nu se poate deci vorbi în sociologie de centrul de greutate fix al unui corp social. Corpul social deformându-se şi acest centru de greutate se deplasează. Cum însă, în cele mai multe cazuri, se observă o continuitate în fenomenele sociale, această deformare făcându-se încet, se poate vorbi, pentru un timp anumit, cu oarecare aproximaţie de centrul de greutate al unui corp social. Acest punct de vedere poate nu e matematic riguros exact. Nu trebue însă să uităm că în toate ştiinţele unde se aplică matematicele, se lucrează cu acest soiu de aproximaţii.

Concepţia centrului de greutate al unui corp social, va fi desigur de mare folos, atunci când se vor fi formulat legile după care lucrează forţele sociale. Pentru moment, deşi n'avem încă nici o metodă pentru determinarea centrului de greutate, şi sociologul e nevoit să recurgă în chestia aceasta la intuiţie, această concepţie încă îi poate fi de mare folos. Un corp social va fi într'adevăr în progres atunci când centrul lui de greutate se va mişca în această direcţie, când tuturele coordinatele lui sociale vor creşte, indiferent de rotaţia ce ar putea-o suferi. O lege va putea, graţie rotaţiei la care supune corpul social, să facă să progreseze unele clase sociale, să facă să stea pe loc sau să dee înapoi pe altele; ea nu va fi într'adevăr bună decât atunci când va face să progreseze centrul de greutate al întregului sistem.

Examinând chestia posibilităţii echilibrului social, autorul arată că acest

echilibru e în majoritatea cazurilor imposibil. Capitolul care tratează această chrstie e unul din cele mai interesante din cartea d-lui Haret.

Cele trei principii din dinamică sunt formulate pentru o eventuală dinamică socială. Pentru crearea unei astfel de ştiinţi, avem nevoe, în afară de axiomele dela baza ei, şi de un sistem de măsuri care să ne permită comparaţia între diferitele elemente sociale şi ale acţiunilor lor. In mecanica raţională avem trei feluri de mărimi : 1) timpul, 2) lungimea, 3) forţa. In mecanică vom avea : 1) timpul, 2) lungimea mişcărei corpului social în sensul celor trei direcţii sociale : economică intelectuală şi morală, şi 3) forţa socială. E de observat că în afară de unitatea de timp, care ar putea fi aleasă, n'avem nici o unitate de măsură pentru celelalte mărimi. Şi problema fixărei acestei unităţi devine şi mai grea, cu cât, după părerea autorului, vor fi necesare pentru lungimi trei unităţi de măsură diferite : una pentru progresul economic, alta pentru cel intelectual şi o a treia pentru cel moral. Şi tot trei unităţi de măsură vor fi necesare pentru măsurarea forţelor sociale. Fixarea unui astfel de sistem de măsuri pare, cel puţin pentru moment, imposibilă, şi autorul nici nu încearcă să ni-l dee. Pentru fixarea lui definitivă se cere, după cum spune autorul : „mult studiu, şi observaţii lungi şi multă răbdare".

In mecanică în afară de cele trei mărimi : timp, lungime şi forţă, o a patra noţiune intervine în studiul mişcărei : masa. Masa e rezistenţa pe care un corp sau un punct material o opune la mişcarea pe care o forţă tinde să i-o imprime. Masa rămâne constantă oricum ar varia celelalte proprietăţi ale corpului, şi în mecanică e considerată ca o cantitate riguros constantă.

In mecanica socială, s'ar numi masa unui corp social sau a unui individ, rezistenţa pe care acesta o opune de a se pune în mişcare atunci când e solicitat de vre-o forţă socială. E de observat însă că acelaşi individ opune la vârste diferite, rezistenţe diferite la acţiunea aceleraşi forţe. Masa ar trebui deci să fie, în mecanica socială, o funcţie de timp. Apoi un individ A poate opune unei forţe P o rezistenţă mai mare decât un alt individ B. Masa lui A e deci mai mare decât masa lui B. Faţă de o altă furţă P' se poate ca B să opue o rezistenţă mai mare decât A. In acest al II-lea caz masa lui A ar trebui să fie deci mai mică decât masa lui B. Masa unui individ sau a unui corp social nu e deci aceeaşi pentru toate forţele sociale. Faptul că masa unui individ sau a unui corp social nu e o cantitate constantă, e cea mai mare pedică ce se opune la formularea unei mecanici sociale, şi autorul şi-a dat seamă de această greutate. El propune ca, în calcule, să se considere masa ca o cantitate constantă, rămânând să o înmulţim cu nişte factori, care vor putea să fie funcţii de timp, dar care vor trebui să varieze şi după natura forţelor ce intră în joc. Această metodă va putea, desigur, da în unele cazuri rezultate bune, va complica însă aiteori peste măsură calculele.

Autorul pare a nu fi observat că masa unui corp social, variază cu atât mai încet, cu cât masa lui e mai mare. Propunem, ca în anumite cazuri, să se considere, pentru un timp nu prea lung, masa unui corp social ca constantă. Numai în acest caz vom putea aplica în mecanica socială, direct, formulele atât de comode ale mecanicei raţionale. E drept că această metodă presupune o aproximaţie, aproximaţie care în majoritatea cazurilor va fi probabil permisă.

dată fiind mărimea aproximaţiilor ce în mod necesar vor trebui să intervie în calculele mecanicei sociale.

Considerând masele indivizilor şi ale corpurilor sociale ca constante, putem aplica acestor mase, aproape fără dificultate, toate legile mecanicei raţionale: equaţia mişcărei sociale a individului şi a corpului social, legea forţei vii şi acea a cantităţilor de mişcare, principiul lui D'Alembert, principiul conservărei energiei şi principiul celei mai mici acţiuni.

Dinamicei punctelor materiale corespunde în cartea d-lui Haret o dinamică socială a individului. Nu credem că acest capitol va avea o importanţă prea mare în sociologie, după cum capitolul corespunzător din mecanica raţională nu are decât o importanţă prea mică în mecanica tehnică. Apoi, deşi poate va părea paradoxal la prima vedere, o dinamică a corpurilor sociale e relativ uşor de formulat pentrucă masa lor rămâne aproximativ constantă într'un timp dat, formularea însă a unei dinamici sociale a individului prezintă dificultăţi foarte mari, dat fiind faptul că masa lui variază atât de repede şi că aproximaţia permisă în acest al doilea caz e în mod necesar mică.

In paragrafele următoare d. Haret duce mai departe aplicarea mecanicei raţionale la mecanica socială. Paginele care tratează despre teoria ciocnirei între două corpuri sociale, cu perderea de energie ce rezultă din această ciocnire, despre difuziunea care are loc între două clase sociale ce vin în contact, se pot număra printre cele mai interesante ale întregei lucrări.

Nu vom încerca să reznimăm capitolele VI şi VII de mecanică socială aplicată. Ele trebuesc citite în întregime de câteva ori pentru a ne putea da seamă de cât cuprins e în ele, şi de câtă utilitate poate fi, încă de pe acum, mecanica socială bine înţeleasă şi bine mânuită.

N'am recenzat cartea d-lui Haret, pentru a scuti pe cititorii revistei să o citească. Bogăţia cuprinsului ei nu se poate reda nici chiar într'o recenzie atât de lungă cu a noastră. In mâni dibace mecanica socială va putea deveni o metodă ştiinţifică care să dee o altă faţă sociologiei. Pentru aceasta se cere, după cum am mai spus, încă multă muncă. S'ar putea spune despre această operă aceleaşi cuvinte cu care Ostwald caracterizează lucrările perseverente dela institutul Solvay: „numeroase sunt cazurile, când o sămânţă rodnică, ca acea a unor plante nobile, trebue să rămâe ani întregi îngropată în pământ, fără schimbări aparente, până când forţele vitale înagazinate în ea, făuriudu-şi dintr'odată o eşire, dezvoltă un produs minunat într'un timp fabulos de scurt".

Se vor găsi în ţara noastră destui oameni de ştiinţă care să o facă? Să sperăm că da. Iar dacă nu, se vor găsi probabil, în Apus, destui pe care să nu-i sperie munca prea mult. Şi vor trebui să se găsească, pentrucă de prea mult timp se simte în sociologie necesitatea unei metode ştiinţifice.

Emil Trlandafil (105)

8.

Mecanica socială de *S. Şerbescu* [1]) („Noua revistă română" vol. XI Nr. 10 Ianuarie 1912).

---

1) D. Sebastian Şerbescu este astăzi advocat în Bucureşti şi deputat. In anul 1911 Haret a ţinut la Universitatea populară din Bucureşti o serie de cursuri despre mecanica socială. Aceasta a prilejuit articolul d-lui Şerbescu.

D-l Spiru Haret, dorind să răspândească în cercuri cât mai întinse teoria d-sale asupra studiului fenomenelor sociale, spre a o face accesibilă acelora cari n'au putut cerceta cartea tipărită de d-sa anul trecut în franţuzeşte — a ţinut lunile trecute o serie de conferinţe la Universitatea Populară, şi cei la cari s'a adresat i-au mulţumit prin marele număr şi prin atenţia cu care l-au urmărit.

Deşi conferenţiarul a reuşit să popularizeze nişte chestiuni atât de abstracte, a trezit totuşi unele îndoieli, cari, fiind exprimate în public, ar provoca poate o lămurire deplină. Greutatea învinsă a fost mare, fără îndoială, căci nimic nu e mai greu de tâlmăcit pe înţelesul tuturor decât chestiunile de matematică superioară. Şi aici nu e vorba decât de aplicarea matematicei la studiul fenomenelor sociale, cu scopul de a găsi formularea precisă a legilor ce le guvernează. Se introduce pur şi simplu o *metodă* nouă în sociologie, analoagă cu cea folosită în mecanica raţionată, dar obiectul ştiinţei rămâne acelaş, şi de aceea ar fi fost poate mai îndreptăţită denumirea de „Sociologie mecanică", după cum spre pildă, se spune „astronomie fizică" studiului corpurilor cereşti prin mijloace fizice, etc.

Această metodă e bazată pe analogia ce ar exista între cele două categorii de fenomene: Unele principii mecanice sunt găsite adevărate şi pentru fenomenele sociale, deci şi legile sociale vor fi analoage legilor mecanice, cari se vor putea aplica deopotrivă în ambele cazuri.

Pentru aceasta autorul are nevoie să dovedească continuitatea fenomenelor sociale, ca să poată apoi stabili şi studia ecuaţiile lor. In matematică continuitatea se stabileşte numai după examenul expresiunei algebrice a funcţiunilor; în mecanica socială ea e înfăţişată ca un rezultat al observaţiunei[1]). Dar atunci mai are rigurozitatea matematică? „Fenomenele sociale sunt continue *câtă vreme condiţiunile în cari se produc nu se schimbă*". Dar această continuitate e iluzorie, de oarece „forţe noi pot interveni în fiecare moment în jurul şi în interiorul corpului social"[2]).

Corpul social e constituit din indivizi, cari fiind „indivizibili", joacă acelaş rol ca şi atomii în corpul material. Dar se poate compara un atom cu un individ? E drept că ei par a avea — după cum şi numele arată — o însuşire comună: şi unul şi altul sunt indivizibili, dacă nu ţinem socoteală de teoriile atomistice moderne. Insă atomii aceluiaş corp sunt absolut identici între ei, pe când „egalitatea perfectă între toţi indivizii unui corp social... e o imposibilitate vădită"[1]); apoi indivizii sunt supuşi evoluţiunii, se nasc, se desvoltă şi mor, pe când atomii rămân în veci aceiaşi, prin orice stări ar trece corpul din care fac parte. Chiar schimbarea, „mişcarea corpului social, rezultă din mişcarea ce o ia fiecare din indivizii ce-l compun", nu se poate ca individul să se mişte, iar corpul social să stea imobil, pe când atomii unui lichid supus electrolizei, de pildă, sunt în mişcare, deşi lichidul stă mecaniceşte în repaos. Faţă de asemenea deosebiri e greu de susţinut analogia dintre individ şi atom, e greu de afirmat asemănarea între rolurile lor.

Dar mecanica raţionată nici nu studiază în prim loc mişcarea atomilor,

---

1) loc. cit. p. 12.

2) loc. cit. p. 75.

ci a punctelor materiale. Un punct material e o abstracţiune — un punct geometric (*fără dimensiuni*) având o massă determinată · nicăeri în Natură nu se găseşte ceva analog. In sistemul de reprezentare grafică adoptat în mecanica socială, individul e asimilat tocmai unui punct material, căci nu i se stabileşte decât poziţia sa în spaţiul social, faţă de trei axe de coordonate [2]), ceeace implică afirmarea că individul n'are dimensiuni sociale. Să fie oare exact că un individ nu are dimensiuni sociale (însuşiri economice, morale şi intelectuale) independente de poziţia sa în spaţiul social? Cu alte cuvinte, numai distanţele faţă de trei axe de coordonate îi determină totalitatea însuşirilor sale? Dar Matematica se serveşte de aceste axe numai pentru reper, şi le poate lua ori unde în spaţiu cu singura condiţiune să fie *fixe*. In cazul acesta un individ ar putea avea starea economică A, starea intelectuală B şi starea morală C într'un sistem de coordonate sociale, şi respectiv A', B', C' în alt sistem. Iată dar că printr'un artificiu de raţionament am schimbat toate însuşirile individului nostru, cu toate că în realitate el a rămas tot atât de avut, de inteligent şi de moral — în valoare absolută — într'unul ca şi în celălalt sistem. Afară de distanţa sa la cele trei axe, individul mai e deci caracterizat şi prin nişte dimensiuni sociale, după cum un corp fizic, un atom chiar, are dimensiuni ce nu atârnă de situaţia sa în spaţiu. Dar prin însuşi faptul că individul are o massă [3]), el trebue să posede şi dimensiuni, de vreme ce nicăeri în natură nu există un corp cu masă şi fără dimensiuni. Individul nu e o abstracţiune matematică, ci o realitate fizică.

In definitiv Sociologia nu priveşte pe individ ca o unitate biologică indivizibilă, ci ca unul ce exercită o acţiune socială. Voinţa e prin urmare factorul principal — cei lipsiţi de voinţă socială sunt închişi la casa de nebuni, de ei nu se ocupă Sociologia. Dacă prin urmare s'ar găsi printr'o analiză, analoagă cu aceea ce o face Taine pentru sensaţie [4]), elemente de voinţă, identice cu ele înseşi şi permanente, acestea ar putea juca cu drept cuvânt rolul atomilor; numai ele, prin asocierea lor, ar produce activitatea socială, viaţa socială a omenirei, supusă la atâtea fenomene de desvoltare şi de schimbare.

(106)

Dintre consecinţele celor trei principii găsite la început comune mecanicei raţionale şi mecanicei sociale, sunt unele ce nu se verifică în totul pentru aceasta din urmă. Intre ele unul din cele mai importante e principiul conservării energiei. „Energia totală a unui sistem mecanic rămâne constantă în timpul mişcării considerate..." [5]), pe când energia socială variază, crescând dela societăţile vechi la naţiunile moderne [6]), prin însăşi mărirea populaţiei. Dar dacă consecinţa nu se verifică, atunci nici principiul pe care se bazează — un simplu rezultat al observaţiei, de altfel, — nu e riguros exact, nu e o axiomă de netăgăduit... [7]). Şi aceasta clatină temelia însăşi a concepţiunei.

Admiţând totuşi că legile mecanicei raţionale se aplică în modul cel mai

---

1) loc. ci . pag. 76.
2) loc. cit. pag. 56.
3) loc. cit. pag. 103.
4) H. Taine. De l'intelligence.
5) Haret. loc. cit. pag. 125.
6) Idem pag. 129.
7) loc. cit. pag. 96.

absolut și fenomenelor sociale, oare Sociologia nu mai are și alte legi, cari n'ar intra în acest cadru? Căci Sociologia consideră fenomene mult mai variate și mai particulare decât mecanica, ea ține socoteală și de influența trecutului, de întreg procesul evolutiv al societăților omenești până la momentul studiat. De aci provine greutatea aplicării matematicei la fenomenele vieții în general și mai ales ale societății, de aci rezerva lui Comte [1]) și a altor cugetători asupra foloaselor ce le-ar aduce închiderea formelor calde ale vieții în formulele rigide ale matematicei.

S. Șerbescu.[107]

S'au mai publicat recensiuni în:

Săptămâna politică și literară, 25 Decembrie 1910; Gazeta Matematică, Februarie 1911; L'Independance roumaine, 1 Noembrie 1911; Secolul, 29 Decembrie 1910.

II

RECENSIUNI DIN ALTE ȚĂRI

1.

Recensie de *Er. Lebon* în „*Bulletin des sciences mathématiques*", 2-e série, tome 34, Février 1911, pag. 53.

Dans sa *Mécanique Sociale*, M. Spiru Haret propose une méthode, fondée sur l'Analyse mathématique et la Mécanique rationelle dont le but est d'introduire dans l'étude des questions sociales la rigueur de ces sciences. Il est vrai que les causes qui déterminent l'équilibre et le mouvement en Sociologie sont encore mal connues.

Il a essayé d'examiner ces diverses causes et les a classées d'après leur degré d'importance; puis il a montré comment on pourrait appliquer à chacune des questions sociales qu'il a exposées les principes mathématiques qui permettent d'obtenir des formules représentant les résultats connus, et qui donnent dans une certaine messure, le moyen de prévoir le développement futur de quelques questions sociales.

Par exemple, il fait remarquer que la société est une réunion d'individus soumis à leurs actions réciproques et à des actions extérieures; que l'individu joue, pour le corps social, le même rôle que l'atome pour un corps matériel; que les nombreuses causes qui font varier une société peuvent être rangées en trois groupes caracterisés par les épithètes *économique*, *intellectuel* et *moral*. En suite il montre comment la Mécanique peut être appliquée au corps social.

Il est ainsi amené à étudier la composition des forces sociales, leur résultante, leur équilibre, leur centre de gravité; à appliqner le principe des vitesses virtuelles à la question de la stabilité de l'équilibre d'un corps social; à discuter des idées différentes sur une même question étudiée par Herbert Spencer et par B. Brunhes;[108] à montrer qu'on peut appliquer aux phénomènes sociaux, les trois principes de l'inertie, de l'égalité, de l'action et de la réaction, des mou-

1) Aug. Comte. Philosophie positive, vol. II-lea, pag. 195.

vements relatifs, puis le théorème des forces vives et l'équation des quantités de mouvement.

Après avoir constaté que les équation différencielles du mouvement social seront difficiles à intégrer, parceque l'expression analytique des forces sera compliquée, il montre que la solution de ce problème social ne doit pas, pour cette raison, être abandonnée, mais qu'il faut chercher des expressions approchées qui permettront d'arriver plus tard à une solution satisfaisante.

M. Spiru Haret examine les effets produits sur une masse sociale par les chocs sociaux tels que la guerre, les grèves, les révolutions, les épidémies, les invasions, les inondations, les tremblements de terre, la famine, et il démontre qu'un choc social produit toujours, dans une masse sociale, une perte de force vive ou d'énergie. Il a même abordé la manière de traiter mathématiquement la question de la périodicité de certains phénomènes sociaux. Il a examiné quelques forces sociales pouvant produire un mouvement social, mais il a été obligé de constater que la loi de ces forces n'est pas encore susceptible d'être exprimée par une formule.

D'une rapide étude du mouvement social pendant les quinze siècles qui ont précédé le nôtre, il déduit que ce mouvement peut être considéré comme ayant suivi une trajectoire formée de quatre branches de courbes ascendentes et raccordées successivement par trois branches plus courtes montant beaucoup plus rapidement.

La question si importante du capital est traitée mathématiquement, et l'Auteur montre que la formule de l'intérêt composée ordinairement appliquée conduit à des conséquences absurdes, et qu'il faudrait la remplacer par la formule rationelle comme $a\,l^2$.

Le livre se termine par un aperçu général de la civilisation, où sont examinés les principaux caractères de l'état civilisé, où est effleurée l'histoire des civilisations passées, où sont exposées quelques-unes des causes qui s'opposent au développement de la civilisation, où l'Auteur explique pourquoi il donne à la Suède et à la Norvège la place d'honneur parmi les nations civilisées.

Le travail de M. Spiru Haret est le résultat du rapprochement que ses fonctions de Ministre d'État lui ont permis de faire entre le mode de développement des questions sociales et certaines lois scientifiques, notamment de la loi de l'attraction universelle. En soumettant son Ouvrage aux savants, l'*Auteur espère que, de leurs réflexions, resultera une méthode sûre pour traiter les questions sociales dont la solution est, à présent, due le plus souvent à l'inspiration du moment ou à l'esprit de parti.*

Er. L. (Ernest Lebon)[109]

2.

Recensiune de *A. Barriol*, directeur de l'Institut des finances et des assurances in „*Revue générale des sciences pures et appliquées*". 22-e année Nr. 6. 30 Mars 1911.

Le curieux travail que présente M. Haret coustitue une contribution très intéressante de l'application des Mathématiques, et principalement de la Mécanique, aux sciences sociales.

M. Haret pense que l'on peut étudier l'état social à un moment donné conformément aux lois de la Statique, et que les lois de la Dynamique ne sont pas très éloignées de régir les mouvements sociaux.

Après un rappel de notions mathématiques très simples sur la représentation graphique des fonctions, l'interpolation, l'extrapolation et les approximations successives, l'auteor donne un exemple concret de l'utilité des sciences mathématiques en sociologie, en déterminaot les variables qui influent sur le taux de mortalité et en représentant graphiquement ce dernier. Il insiste sur un point intéressant, quoique cependant contestable : la continuité des phénomènes sociaux : l'histoire offre certainement des exemples de discontinuité extraordinaires, mais ils n'infirment en rien la possibilité d'une représentation graphique à l'aide de courbes à points asymptotiques ou à points isolés ou même simplement à rebroussements. M. Haret introduit ensuite la notion de forces et d'éléments matériels, en assimilant les premières aux actions directrices provenant de causes de nature économique, intellectuelle ou morale, et les seconds aux individus.

L'action réciproque des causes qui peuvent exister simultanément est illustrée d'une façon fort heureuse par l'exemple des causes perturbatrices du mouvement des planètes ; citons encore, dans le même ordre d'idées, l'équilibre social résultant de l'action des agrariens et des consommateurs pour l'établissement des droits de douane, et les calculs du centre de gravité de diverses localités, auxquels se livrent les ingénieurs, en tenant compte de leur importance démographique et économique, pour déterminer le meilleur emplacement d'une gare.

L'étude de l'équilibre mécanique conduit M. Haret à d'intéressantes considérations sur l'instabilité presque nécessaire de l'équilibre social : il montre facilement que l'état de repos social ne peut être réalisé par une société civilisée et qu'il ne serait d'ailleurs pas à désirer.

L'auteur énonce les principes de la Dynamique et ceux qu'il leur fait correspondre dans la Société ; l'application du principe de l'inertie à l'individu le conduit à formuler une proposition un peu inattendue : „Si l'action des forces sociales extérieures venait à cesser brusquement, l'individu aurait un mouvement social uniforme" ; il semble, au contraire, qu'il y aurait régression et enfin arrêt en raison de „frottements".

Le principe de „l'égalité de l'action et de la réaction" paraît aussi difficilement applicable, et, malgré les explications de M. Haret, nous voyons difficilement la réaction d'une foule sur celui qui l'entraîne par sa parole — les exemples cités par M. Le Bon[110] dans sa *Psychologie des foules* sont démonstratifs à ce sujet. — Ce même ouvrage serait d'ailleurs à citer également pour montrer que l'applicatinn de la théorie du choc proposée par M. Haret peut être discutée.

Le chapitre consacré à l'étude des forces sociales est extrêmement intéressant et les discussions relatives au langage, à l'intelligence conduiseot l'auteur à des propositions assez curieuses, qui permettraient de représenter l'état intellectuel d'une société, à un moment donné, par un produit d'exponentielles.

L'action des forces physiques, la vie considérée comme force sociale, l'action, de individu dans le mouvement social constituent des articles très documentés et dont la lecture est réellement attachante.

L'action du capital donne à M. Haret l'occasion de tomber dans une erreur chère aux socialistes, relativement à la puissance de capitalisation de l'argent et il relève le délit d'usure contre le banquier qui, prêtant 100 francs, exige 1.934 francs après soixante ans, ce qui correspond à un intérêt simple de 31,67 par an ! (nous n'avons pas pu vérifier ces nombres, qui ne correspondent pas à des taux usuels).

M. Haret propose d'ailleurs de limiter la puissance de capitalisation en réduisant le taux proportionnellement au temps : c'était ce qu'avait déjà proposé Catalan [1]. Il semble bien, cependant, que la raison condamne pareille limitation.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude de la civilisation, et nous souscrivons entièrement à ses conclusions consolantes, appuyées sur le magnifique exemple de solidarité sociale et de libre discussion qu'ont donné dernièrement les pays scandinaves.

En résumé, le livre de M. Haret suggère des idées, amène les discussions, et il est à présumer que cette courte notice engagera à se procurer ce volume très curieux et plein d'aperçus nouveaux.

A. Barriol.

3.

Recensiune de *G. François* în *Le monde économique*" 21 année Nr. 24. 17 Juin 1911.

Il y a longtemps déjà que les mathématiques ont été appliquées à l'économie politique, et que les questions de prix, d'échange, d'utilité, de valeur etc., sont discutées au moyen de formules bien établies. Négligé en France, bien que ce soit chez nous que cette application ait en grande partie pris naissance, ce mode de discussion est couramment employé à l'étranger. On a pu remarquer l'analogie de certaines formules avec celles de la mécanique rationnelle ; dans son *Petit traité d'économie politique mathématique*, M. H. Laurent montre précisément (chapitre IX), l'analogie qui existe pour l'échange et la circulation des marchandises.

Dans son ouvrage, M. Sp.-C. Haret applique aussi les formules mathématiques, non plus aux questions d'économie politique, mais à la sociologie. C'est aux phénomènes sociaux qu'il applique les formules de la mécanique rationnelle, l'individu n'étant ici que l'élément du corps social, jouant le même rôle que l'atôme pour un corps matériel. Les coordonnées relatives à un individu, ou à un ensemble d'individus formant un corps social sont rapportées à trois axes rectangulaires, les valeurs étant ici celles de l'avoir économique, intellectuel et moral ; les valeurs données à ces coordonnées détermineront la position d'un individu dans l'espace social, leurs variations, sa trajectoire ou courbe sociale ; des vecteurs pourront représenter les forces sociales en grandeur et en direction. Et de ces définitions, complétées sur divers points, découle logiquement l'application des théorèmes de la mécanique aux faits sociaux, à la stabilité ou au mou-

1. Voir Barriol : Théorie mathématique des opérations financières.

vement du corps social, aux résultats que des modifications dans un sens ou dans un autre doivent produire dans l'ensemble du système, exactement comme on étudie l'application des forces aux mouvements de points matériels. Sans doute il ne s'agit pas ici de formules nettement déterminées, mais uniquement de généralités. M. Haret ne dissimule pas que l'établissement des équations du mouvement social comporte de nombreuses difficultés, et que leur intégration présentera des difficultés plus grandes encore. Mais il montre la possibilité de le faire, et les résultats auxquels pourraient conduire de telles recherches.

Bien que toutes les démonstrations soient données sous la forme la plus simple possible, la lecture et l'étude du volume de M. Haret exigent des connaissances assez étendues en mathématiques générales: l'intention de l'auteur n'était pas du reste d'écrire un traité élémentaire. Mais le fait qu'il s'adresse à un plus petit nombre de lecteurs **n'enlève rien, au contraire, à la valeur de l'ouvrage**, *et il sera le bien-venu* pour tous ceux qui estiment que l'application des mathématiques à la sociologie ne pourra que contribuer aux progrès de la science. Certainement toutes ses conclusions ne seront pas admises, quelques-unes paraissent évidemment discutables, mais en tous cas, l'importance de ce travail ne pourra être méconnue.

G. François.

4.

Recensiune in „*Le Cosmos*" 5 Août 1911.

Appliquer les méthodes de la mécanique rationnelle et les notations mathématiques à l'étude des questions sociales! Le lecteur certainement va se récrier, car les questions sociales et l'histoire et la politique des nations dépendent de trop de facteurs, et d'ailleurs la prétention d'enfermer les phénomènes proprement humains dans la rigidité et le fatalisme du nombre et de la mesure, n'est-elle pas d'avance condamnée, comme fondée sur la méconnaissance de la liberté de l'individu humain?

Objections spécieuses, mais qui s'atténuent à mesure qu'on avance dans la lecture de l'ouvrage si original *de l'auteur, qui associe en sa personne les deux caractères du savant et de l'homme politique.*

Les questions sociales sont d'une complication extrême. Mais ne voit-on pas que, dans le domaine des sciences physiques ou astronomiques, les mathématiques ont servi à élucider des problèmes qui étaient étrangement compliqués? Pour s'adapter aux sciences sociales, la mécanique rationnelle doit au préalable choisir, parmi les innombrables variables indépendantes, celles qui, peut-être, en petit nombre, suffiront, à définir pratiquement le phénomène au moins en première approximation, travail qui nécessite de la finesse et de la pondération dans le jugement; mais il n'est pas dit que tous les phénomènes sociaux résisteront indéfiniment à l'emprise des sciences exactes. Et l'auteur cite bien déjà quelques exemples de lois sociales intéressantes et importantes qui ont été énoncées avec quelque précision scientifique: l'une d'elles en particulier, la loi de l'intérêt composé, est formulée par une équation mathématique

$B=A\ (1+r)^t$; il montre qu'elle répond mal sous cette forme aux conditions réelles du capital et de l'intérêt et propose de la modifier ainsi : $B=A\left(1+\frac{r}{t}\right)^t$.

L'auteur a prévu aussi l'autre objection et il est le premier à réserver le libre arbitre humain et à dire combien le problème de la détermination du facteur personnel est compliqué. Nous aussi nous le disons et le sentons, ce qui ne nous empêche pas de parler des lois de l'histoire et de reconnaître que le flot humain, bien que constitué d'individualités responsables et libres, est pourtant entraîné dans son ensemble par des courants presque aveugles. Idée familière à nos pères, qui disaient en leur langage profondément religieux et chrétien : L'homme s'agite et Dieu le mène ; c'est d'ailleurs vrai pour l'individu comme pour le groupement humain.

Ceux qui possèdent les premiers éléments des mathématiques supérieures et de la mécanique rationnelle sont en état d'aborder l'ouvrage de M. Haret : **ce n'est, à vrai dire, qu'une ébauche de mécanique sociale, mais où déjà, par la clarté des définitions et l'exacte délimitation des problèmes à résoudre, on peut juger de l'excellence de la méthode.**

5.

Recensiune în *The Times*. Londra, 9 Noembrie 1911.

M. Haret, who is a distinguished Rumanian professor and statesman applies in this curious work the method of mathematics, or rather mechanics, as well as of sociology, to the solution of social questions. This book is at any rate to be welcomed in so far as it brings the strictness of scientific reasoning into a province which, owing to its subject matter, is peculiarly liable to loose definitions and partial deductions.

6.

Recensiune de *Achille Loria*[1] în *Bollettino di Bibliografia e storia delle scienze matematice* publicate per cura di Gino Loria. An. XIII fasc. II.

Dopo che il Congresso di Sociologia del 1897 ha sepolte onorevolmente le teorie *organiciste*, miranti a protendere alle società umane le leggi del mondo biologico, sono ritornate in onore le teorie *meccaniciste*, che raffigurano la società umane siccome un meccanismo, soggetto a leggi statiche e dinamiche, esprimibili in formule matematiche. Codesto nuovo indirizzo — che può a buon diritto farsi forte dell'autorità di Augusto Comte, e che ebbe già espressione notevole in un libro del Wizniarski, dal titolo identico a quello dell'opera qui esaminata — riceve ora svolgimento ed applicazione ulteriore nell' opera dell' Haret ; il quale non si perita di applicare ai complessi fenomeni dell'aggregato

1) Achile Loria, economist şi sociolog italian, a publicat între altele : La legge din popolazione (1882), La teoria economica della costituzione sociale (1902), La sociologia (1900).

umano le notazioni più delicate della meccanica razionale. Che il suo libro dimostri davvero la fecondità e convenienza del metodo da lui praticato, è cosa di cui ci permettiamo di dubitare, e di cui dubiteranno tutti coloro, che di esso libro faranno attenta lettura. Infatti, ove ben si guardi, quest'opera racchiude una serie di studi, ciascun dei quali consta di due parti nettamente distinte; irta la prima di formule matematiche, la seconda discettante in forma piana ed amabile dei più vari fenomeni ed istituti sociali. Ebbene, in ogni caso questa seconda parte è totalmente indipendente dalla prima e puo intendersi senza ricorrere a questa, in quanto che contiene osservazioni sensate, aggiustate spesso, non mai profonde, cui puo giungere il più elementare buon senso senz'uopo di formule e di figurazioni geometriche. Così p. es. le osservazioni sui processi di infiltrazione mentale e morale, che si compiono fra due popoli nelle zone di frontiera, si intendono perfettamente e strappano incondizionato il suffragio, senz'uopu di fare appello alla legge della diffusione dei gaz, la quale annebbia all'apposto in guisa deplorevole la nitida nozione delle cose. Il moto ondulatorio, che si produce in una società qualsiasi sotto l'azione di una nuova corrente di pensiero, può perfettamente comprendersi (e lo stesso autore esplicitamente lo dice) senz' uopo della curva C, a cui egli dedica sì laboriose disquisizioni, ecc. ecc.

Ma queste considerazioni pregiudiziali, che la coscienza ci imponeva di affermare, non attenuano punto il merito del lavoro, il quale racchiude osservazioni acutissime e critiche meditate di dogmi pei più ineluttabili. — Avvertiamo qui in prima linea le giuste censure ai calcoli dell'interesse composto, a norma dei quali, ad es., 5 lire accumulate durante 1346 anni darebbero un valore pari a quello di una massa d'oro del volume del nostro globo. — L'A. non ha peno a discernere tutta la radicale fallacia di codeste computazioni, le quali non avvertono che, a porre in opera queste accumulazioni continuamente ingrossantisi, sarebbe d'uopo di una popolazione correlativamente crescente, ed incompatibbile coi limiti rigorosi inflitti al movimento demografico. — L'argomento sarebbe anzi suscettibile di ben maggiore sviluppo, poichè, dato (secondo i calcoli di Malthus) che le sussistenze non possono crescere che in progressione aritmetica, è ben sicuro che anche la popolazione vitale non puo crescere che secondo questa progressione, e che perciò secondo tale progressione, o non oltre, puo aumentare il capitale, che la populazione fa fruttificare col suo lavoro. Dunque l'ipotesi stessa di un aumento del capitale in progressione geometrica, che sta a base dei calcoli dell' interesse composto, è radicalmente irrazionale, almeno quando sia riferita al capitale nella sua totalità. Bensì puo ammettersi che aumenti, per qualche tempo, in progressione geometrica il capitale individuale, ove questo s'accresce, anzichè mediante la produzione, mercè l'annessione del capitale altrui; ma in tal caso però l'aumento del capitale trova un limite ben altrimenti perentorio nella massa della ricchezza esistente, che esso non puo dilatare, e perciò rimane in ogni caso ben lunge dai fastigi, a cui vorrebbe elevarlo il calcolo, di cui si ragiona.

Ed anche è interessante il disegno di riforma economica adombrato dall'autore; il quale vorrebbe che l'interesse del capitale originario, frutto del lavoro dell'accumulante, fosse attribuito integralmente a costui, ma che invece gli interessi degli interessi accumulati andassero almeno parzialmente devoluti ai de-

bitori, al cui lavoro quelle accumulazioni sono dovute. P. es., se A ha prodotto 100 lire col suo lavoro e le presta ad interesse 5, poi accumula questi 5 e li presta ad interesse 0,25, nell'interesse totale di 5,25 dovuto al capitale di 105, 5 debbono andare al creditore, ma 0,25, od una lor parte, al debitore, perchè al suo lavoro soltanto si deve il capitale addizionale di 5. E un'opinione che l'economia ortodossa non esiterebbe a ribattere, opponendo che l'interesse non è già il compenso del lavoro ma della astensione dal consumo, la quale, nel caso concreto, si esercita, non già solo sul capitale iniziale di 100, ma inoltre sul capitale sopraggiunto di 5; ma è ad ogni modo una tesi meditabile, la quale non fa poi la peggior figura nel florilegio di disegni innovatori, ond' è sì ricco il nostro tempo.

Achille Loria

7.

Recensiune de *Dr. S. Jankélévitch* în *Revue philosophique de la France et de l'Etranger*. 37 an. Nr. 10 oct. 1912, pag. 414.

Appliquer les mathématiques à la sociologie, c'est réunir les deux extrémités de l'échelle des sciences établie par Auguste Comte et qui, malgré quelques modifications de peu d'importance qui ont été introduites depuis, reste encore la classification la plus généralement adoptée de nos jours. Or, il est evident que les mathématiques, malgré leur généralité qui dépasse celle de toutes les autres sciences, devient d'autant plus impuissante à embrasser dans sa totalité un ordre de phénomènes que cet ordre se trouve placé plus haut sur l'échelle des sciences. Ceci doit être vrai à plus forte raison des phénomènes sociologiques qui sont les plus compliqués, dans la constitution desquels entre le plus grand nombre de variables. Aussi est-il permis de penser que les lois et procédés de la mécanique appliqués à ces phénomènes ne reussiront à rendre compte que d'un seul de leurs côtés ou de quelques-uns, mais qu'ils laisseront hors de leur prise tous les autres, ceux-là mêmes, peut-être, qui sont les plus caractéristiques de la sociologie, par lesquels celle-ci se distingue de toutes les autres sciences.

Que les phénomènes sociologiques soient strictement et rigoureusement déterminés et que ce qui nous y paraît comme accidentel ne le soit que pour nous qui ne connaissons pas ou n'arrivons pas à saisir les causes vraies et réelles de certains faits, c'est là une vérité qu'aucun historien, aucun sociologue ne songe plus à contester aujourd'hui. Le déterminisme des phénomènes sociologiques apparaît aux yeux de tous comme incontestable, de même que tout le monde reconnaît la nécessité de leur traitament scientifique. Mais le traitement mathématique est-il le seul traitement scientifique possible, le traitement scientifique possible, le traitement scientifique par excelence? Il y eut un temps où on le croyait, mais de nos jours on tend de plus en plus à admettre que chaque science peut et doit être traitée à l'aide de méthodes et de procédés particuliers, en rapport avec le degré de complexité et avec la nature de son objet.

Qu'il existe, „dans chaque phénomène social, un certain nombre d'éléments variables, de telle sorte que la variation de l'un dépend de la variation de tous les autres", il ne se trouvera pas un seul sociologue pour y contredire: il y a longtemps que la sociologie parle de l'interdépendance des phénomènes

sociaux. Qu'on puisse même établir des équations entre les différentes variables, c'est-à-dire des rapports plus ou moins précis entre leurs degrés de variabilité, c'est ce qu'on admet également, et la statistique n'est pas née d'hier.

Mais ce qu'on reproche précisément à la statistique, c'est de ne tenir compte que des rapports purement extérieurs des phénomènes dont elle établit la corrélation, c'est encore de ne pouvoir jamais nous garantir d'avoir fait entrer dans ses calculs tous les facteurs en fonction desquels tel phénomène varie. On peut répondre qu'à mesure que nos connaissances des faits sociaux s'élargissent, l'erreur résultant de cette omission tend, elle aussi, à diminuer. Mais ce que la statistique ne pourra jamais faire entrer dans ses calculs, ce sont les causes internes et les raisons individuelles qui se manifestent dans chaque phénomène social et lui impriment un cachet spécifique. C'est en tout cas abuser d'une analogie que d'assimiliter une société à un système solaire et les membres qui composent celle-là aux planètes et aux comètes qui font partie de celui-ci.

Ceci dit, nous reconnaissons volontiers que l'auteur a fait, en écrivant ce livre, une tentative très-intéressante et que le chapitre VI dans lequel il donne une rapide analyse des „forces sociales" renferme beaucoup de vues justes et d'idées excellentes. **Dr. S. Jankélévitch.**

8.

A travers la science : une science nouvelle : la physique sociale de *James Lour* in *La Petite République*, 27 Decembre 1912.

Un mathématicien et ministre d'État roumain met la société humaine en equation. — C'est un efort meritoire et utile.

Je ne puis résister au plaisir de traduire à nos lecteurs les vérités naissantes dont sera faite la science de demain. Une ère nouvelle se prépare qui contient en germe les principes d'une connaissance plus approfondie, et d'une organisation plus méthodique des sociétés humaines. Les lois éternelles et immuables de la géométrie, les phénomènes si parfaitement analysés de la physique semblent devoir rencontrer un champ d'applications pour lequel elles paraissaient impropres, parce que trop précises. De graves penseurs n'hésitent plus à étendre à l'homme et aux groupements d'hommes les opérations mathématiques qui étaient réservées exclusivement à l'étude du mouvement des machines ou des corps célestes.

On connait déjà les résultats remarquables obtenus dans la mesure du travail humain ; on sait que les professions les plus variées se laissent disséquer à tel point que les diverses contractions musculaires, la quantité de force et d'énergie dépensées sont, à chaque instant, enregistrées automatiquement. L'ouvrier, par exemple, est à même d'évaluer son degré de fatigue, heure par heure, avec une rigueur indiscutable. Mais ce qui est fondamental, il peut apprendre au cours de cette analyse, quelles sont les causes véritables de son excès de fatigue et comment les atténuer.

Née d'hier, cette science n'a pas encore conquis tous les suffrages, et les plus intéressés à son développement l'ignorent ou à peu près. Cependant, à peine appliquée dans un certain nombre d'usines, surtout dans l'Amérique du Nord elle s'est révélée comme un précieux instrument de progrès dans l'ordre indus-

triel et social. Elle conduit, notamment, à économiser l'emploi de la force humaine, à ne l'utiliser que d'une façon absolument adéquate à son objet, et à élever les salaires en proportion de cette utilité croissante de l'homme.

Si l'on disait que de pareils succès sont les fruits de recherches théoriques, des spéculations de géomètres et de physiciens, on éveillerait quelque scepticisme, pour le moins. Et c'est pourtant la vérité. Les mouvements de l'être vivant ne se distinguent pas, en tant que mouvements, de ceux d'une machine usuelle, simple ou compliquée, d'une pierre qui tombe, d'un astre qui parcour sa trajectoire dans l'espace illimité. L'origine seule de l'acte musculaire nous échappe aujourd'hui ; mais, quelque audace qu'il y ait à l'affirmer, elle nous sera connue dans un avenir prochain.

Ainsi, le calcul a encadré dans ses formules toutes les données, qui paraissaient incohérentes, sans lien, sans mesure, de l'activité humaine. La physique des corps inanimés embrasse, dès maintenant, tout le monde animé. Il existe en particulier, une physique humaine. Et voici qu'un ancien président de conseil de Roumanie, professeur et géomètre profond, annonce la possibilité d'une physique sociale, et en jette les bases. Je le répète, on éprouve un agrément réel à penser avec M. Haret, d'autant plus qu'il ne dissimule ni les défauts ni les exagérations de son magistral exposé.

On remarquera que je n'ai nullement parlé de système. La mécanique édifiée par M. *Haret* n'est point un système ; c'est un essai de théorie scientifique calquée sur les théorèmes et les principes de la mécanique rationnelle. Un exemple suffit à le montrer : la résistance de l'air éprouvée par un aéroplane se modifie avec la température et l'altitude du lieu. Elle dépend donc de ces deux données essentiellement variables ; elle en est une fonction. Dans cet ordre d'idées, on trouvera que la durée de la vie d'un homme est une fonction des variables suivantes : vigueur actuelle, conditions hygiéniques et climatériques, richesse ou pauvreté du pays, etc. Un projectile, de masse connue, est lancé avec une certaine vitesse ; nous calculerons, sans la moindre erreur, son énergie et la grandeur de ses effets. De même, la masse d'un homme est représentée par son avoir intellectuel, son avoir moral et son avoir économique. Deux hommes, inégaux à ce triple point de vue, seront de masse inégale et subiront l'un plus que l'autre l'effet des forces sociales. Mais les forces sociales sont trop nombreuses ; nous ne les connaissons, d'ailleurs pas, pour poser nos équations et calculer leurs effets. Elles sont inattendues et parfois brusques. Cela même est analogue au problème mécanique, dit du choc ; nous pouvons déterminer, par la théorie, la trajectoire d'un boulet de canon qui, à un instant donné de son parcours, rencontre un autre boulet qui le fait dévier ; ou encore la trajectoire d'une bille de billard qui a touché deux fois les bandes.

La résistance au choc augmente avec la masse du corps frappé ; de plus, ce dernier se trouve intact après la collision ou subit une déformation ; tout dépend de son degré d'élasticité. Les billes sont aussi élastiques que possible. Les hommes n'ont pas, malheureusement, tous le même ressort ; il en est qui se laissent déprimer dans les heurts de la société, et il faut avouer que les chances de rencontre et de carambolage grandissent de jour en jour. Que faire ? Le monde est ainsi déterminé, par ses forces, ses directions, ses attractions et ses répulsions, que tout ce qui doit mathématiquement y arriver, se produira réellement.

Alors, c'est à l'homme, pénétré des principes de la physique, à augmenter son inertie — encore un terme scientifique — par l'accroissement de sa masse intellectuelle ; au législateur de répandre, par des mesures convenables, les éléments de l'instruction dans le peuple. Car une guerre est un choc pouvant briser le ressort et changer complètement l'aspect d'une société. L'effet d'une collision est redoutable pour les corps qui n'ont pas une grande liberté de mouvement, qui sont faits de pièces et de morceaux offrant un ensemble rigide. Il doit en être de même chez les peuples.

Passons à l'énergie. C'est un produit de la masse et du carré de la vitesse, deux facteurs que l'on peut évaluer d'après le degré de fortune, d'instruction, d'après le nombre de la population. La collaboration active, intelligente de la collectivité est favorable à la vitesse, laquelle augmente très rapidement (comme le carré) et compenserait ,au besoin, une infériorité de la masse. Suivons toujours le fil de l'analogie. Si vous jetez une bille sur une planche inclinée, elle suivra la ligne la plus facile, celle de moindre résistance. En mécanique, on démontre que ce choix est déterminé par la loi du travail minimum. Un rayon de lumière se réfléchit en prenant une direction qui lui épargne du chemin.

Les hommes se font navigateurs s'ils habitent une île, agriculteurs s'ils ont des campagnes productives... Oui, mais ils déserteront ces campagnes si, pour une moindre fatigue, les villes leur assurent un salaire, un revenu plus élevés. Les nations, contenues dans des frontières, s'étendent vers celle qui résiste le moins. „Le fameux Drang nach Osten de la race germanique aurait pu devenir une réalité dans un temps où les nationalités de l'Orient européen, désorganisées et arriérées, présentaient une bien moindre résistance que les peuples occidentaux ; aussi la Russie, au temps d'Elisabeth et de Catherine II, commença-t-elle à devenir le point de mire de l'émigration allemande. Ce courant est enrayé aujourd'hui et il prend la direction plus facile de l'Anatolie, de l'Afrique et du grand océan ; mais cette dernière voie sera fermée elle aussi le jour où le réveil de la race jaune y aura semé de trop grandes difficultés".

Les analogies physiques et sociales pourraient être multipliées à l'infini ; elles ne manquent pas d'attrait : elles révèlent, dans une direction à peu près insoupçonnée, la fécondité des sciences exactes. Seulement, il faut, en cette matière, se rappeler qu'une fonction, mathématique ou sociale, ne prend une valeur que si toutes les variables sont connues. Pour mesurer la grandeur du travail ouvrier, nous déterminons les forces et les parcours qu'elles effectuent ; cela est réalisable sans erreur sensible. Mais quel homme d'État de génie serait capable d'évaluer toutes les forces sociales et les autres quantités que nos formules exigent ? L'humanité attendra longtemps encore les solutions de ces problèmes difficiles sur l'équilibre et le mouvement des sociétés... La carrière demeure ouverte aux tâtonnements et aux rêves.

James Laur

S'au mai publicat recensiuni în :

„Bulletin des publications nouvelles de la Libraire" Gautier-Villard, 1911 1-er trimestre ;

„La Grande Revue", 10 Mai 1911 ;

„Journal des économistes", 15 Sept. 1911 ;

„Revue économique internationale" 15 Mai 1911 ;

„Polybiblion", Juillet 1911.

III

SCRISORI PRIMITE DIN STRĂINĂTATE ŞI RĂSPUNSURI ALE LUI HARET

1

Scrisoarea lui *B. Baillaud*[1]) către Haret.

Observatoire de Paris. *Paris, le 23 Décembre* 1910.

Merci, mon cher Ministre, pour votre „Mécanique sociale" que je viens de lire : le la lirai une seconde fois, j'en ai admiré la clarté et l'observation.

Avec mes meilleurs souvenirs

B. Baillaud

2.

Scrisoarea lui *Ives Guyot*[2]) către Haret şi răspunsul lui Haret.

Journal des Économistes, *Paris le* 5, 7.

Monsieur le Ministre,

J'ai l'honneur de vous remercier de votre remarquable volume : *Mécanique Sociale*, je l'ai lu avec le plus vif intérêt.

Cependant j'ai quelques réserves à faire au point de vue économique, je les mentionnerai dans la petite notice que je publierai.

L'accaparement du capital dans quelques mains ne peut s'opérer que dans les pays où la liberté économique subit des réstrictions. Partout où il y a concurrence, elle est limitée.

L'*United states steel corporation*, representait aux Etats Unis 80% de la production de l'acier quand il s'est fondé : il n'en représente plus que 50%. La *Standard Oil* n'a jamais pu controler plus de 80 à 85% de l'industrie du pétrole.

(ss) **Ives Guyot.**

Răspunsul lui Haret.

Monsieur le Ministre,

Je vous suis très reconnaissant pour les bonnes paroles que vous avez bien voulu m'adresser au sujet de mon volume *Mécaniqeu Sociale*. Le jugement bienveillant d'un savant de votre valeur m'est particulièrement précieux, et me prouve que j'ai bien fait de vaincre les scrupules que j'avais de publier les

1) Bailloud era directorul Observatorului din Paris.

2) Ives Guyot, ziarist, economist şi om politic francez. A fost ministru de lucrări publice.

idées qui me semblaient singulièrement hardies et destinées à soulever de nombreuses objections.

Quant aux idées que j'exprime en ce qui concerne l'accaparement du capital, elles sont purement personnelles et elles n'interviennent en aucune façon pour la démonstration des méthodes et des principes que je m'étais proposé d'établir. Si donc ces idées présentent des côtés discutables, j'espère que cette circonstance ne diminuera pas aux yeux du lecteur la force du raisonnement que j'expose dans les chapitres précédents du livre.

Du reste, je me permets d'attirer votre bienveillante attention sur ce que je constate moi-même (page 225) que, si la formule de l'intérêt composé présente de grands inconvenients, ..il existe aussi des circonstances qui s'y opposent naturellement. Parmi ces circonstances, la plus importante est, sans contredit, la concurrence ; et il y en a encore d'autres. Mais ma discussion porte sur la valeur en elle-même de la formule de l'intérêt composé, et je pense que l'insuffisance de cette formule est assez établie par le fait que dans des cas déterminés, elle conduit à des résultats évidemment inacceptables. D'ailleurs l'insuffisance de la formule résulte du fait même qu'il est nécessaire que la concurrence vienne corriger ce qui elle a d'excessif ; et si, parfois, pour une raison ou pour une autre, la concurrence ne peut pas s'exercer d'une manière régulière et suffisante, ces inconvénients de la formule apparaissent d'une manière évidente. Et tel est le cas même pour les exemples que vous voulez bien citer, ceux de l'*United States Steel Corporation* et du *Standard Oil* ; car la concurrence réduite à s'exercer, fût-ce momentanément, à peine sur 15 ou 20 % d'un produit ne peut plus contre-balancer l'effet de la formule, et c'est ce qui conduit à l'édification en si peu de temps de ces fortunes colossales dont l'utilité pour le bonheur de l'humanité reste encore à démontrer.

Veuillez excuser, Monsieur le Ministre, les longueurs de cette lettre où j'espère que vous ne verrez que mon désir de mériter votre approbation, fût-elle particlle.

Recevez...

3.

Scrisoarea lui *Henri le Chatelier*[1]) şi răspunsul lui Haret.

Paris, 6 Décembre 1911.

Monsieur,

Je viens de lire avec le plus grand intérêt le volume de Mécanique sociale que vous m'avez fait l'honneur de m'envoyer. Il y a là une méthode très féconde. Peut être cependant avez vous donné aux développements mathématiques, une place un peu trop considérable qui empêchera le commun des lecteurs de comprendre vos idées. Il eut suffi, je crois, de faire allusion aux lois dela Mécanique, suffisamment connues des mathématiciens, sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans le détail pour les leur faire comprendre.

1) H. Le Châtelier (n. 1850), chimist, profesor la Şcoala de mine şi la Collège de France.

La seconde partie relative aux forces s ciales m'a particulièrement intéressée.

Il faudrait, à mon avis, pour faire saisir l'importance de vos idées, en faire des essais d'application à certains phénomènes sociaux ou économiques bien déterminés, en entrant dans tous les détails. Prendre par exemple un grand courant d'opinions, comme il s'en développe à certains moments dans l'histoire de peuples et tâcher d'analyser les forces en jeu, les masses sur lesquelles elles ont agi. En un mut refaire une méthode scientifique, ce que Montesquieu ou Michelet ont tenté de faire pour certains chapitres de l'histoire.

Veuillez, agréer Monsier, l'expresion de mes sentiments de profunde admiration. Votre tout dévoué

(ss) H. Le Chatelier

Răspunsul lui Haret.

Monsieur,

Je suis très reconnaissant pour la lettre très aimable et si encourrageante que vous avez bien voulu m'envoyer, ainsi que pour les appréciations et les conseils qu'elle contient.

Votre observation en ce qui concerne le plan que j'ai donné, dans mon livre, aux développement mathématiques est juste. J'avais prévu les difficultés qui allaient découler, pour le lecteur, de cet enchevêtrement de deux sciences qui jusqu'à présent n'avaient presque pas de points communs. Aussi me suis-je appliqué, je vous assure, à prendre toutes les précautions et à reduire au minimum possible la somme de notiuns mathématiques employées. Mais, dans cette direction, il y avait une limite que je ne pouvais pas dépasser. En effet, l'objet principal de mou étude était justement de prouver, par un raisonnement aussi serré et rigoureux que le sujet le comportait, qu'il était possible d'appliquer la méthode mathématique dans l'étude des questions sociales.

Si je m'étais contenté d'énoncer simplement cette vérité sans l'avoir démontrée, il est certain que mon affirmation n'aurait eu aucune force : et si je voulais la démontrer, il me fallait forcément exposer les bases mathématiques de la Mécanique rationelle, et de prouver ensuite que ces bases étaient identiques à celles sur lesquelles an peut édifier la Mécanique sociale.

Malheureusement, malgré toutes mes précautions, la difficulté que vous avez bien voulu me signaler, était réelle, car beaucoup de personnes qui m'ont fait l'honneur de lire mon ouvrage ont attiré mon attention sur cette question. Je m'efforce de trouver le moyen de sortir de cette impasse.

Le conseil que vous voolez bien me donner dans la seconde partie de votre lettre este précieux, et je m'efforcerai d'en profiter. Je tâcherais d'utiliser les loisirs un peu plus grand dont je peux disposer pour le moment pour essayer d'appliquer la théorie à certains phénomènes sociaux ou économiques bien déterminés. J'espère que, par ce moyen je pourrai aussi atténuer, au moins dans une certaine mesure, la difficulté dont je me suis occupé ci-dessus.

Veuillez...

4.

Scrisoarea lui *R. Bernstein* şi răspunsul lui Haret.

Riga (Russie) le 14 (27) Octobre 1912.

Très estimé Monsieur le Professeur.

Je viens de lire votre intéressant travail portant sur la mécanique sociale et je me suis permis de vous prier de bien vouloir me renseigner sur les questions suivantes.

Les applications de la théorie des probabilités aux sciences sociales datent depuis longtemps, tandis que je ne puis point trouver les sources indiquant la date de provenance de la mécanique dite sociale. Quand (approximativement) les savants ont-ils commencer à envisager le déploiement social comme analogue à celui mécanique au point de vue de mécanique rationnelle.

Vous m'excuserez, Monsieur le Professeur, de vous avoir dérangé et vous m'obligerez infiniment, si vous trouvez possible de me renseigner sur la provenance (et la période à peu près) de la „Mécanique Sociale".

Il me semble que les idées comprises dans votre livre sont absolument nouvelles au sens que jusqu'à présent on n'a point cherché à appliquer les formules de la mécanique rationelle (surtout les équations de mouvement) aux évènements sociaux. Peut être me trompé-je? En tout cas je serai très flatté d'avoir votre réponse détaillée sur les sources scientifiques et sur les auteurs que se sont occupés de ces méthodes.

Veuillez...

Robert Bernstein
Docteur ès sciences
École de Commerce à Riga (Russie)
Boulevard Todleben

Răspunsul lui *Haret.*

Monsieur.

Je m'empresse de vous fournir les renseignements que vous avez bien voulu me demander par votre lettre du 14/27 courant.

Mon livre ne renferme que des vues qui me sont personnelles, et qui m'ont été maintes fois suggérées par l'analogie que l'on peut constater entre le développement de certain phénomènes sociaux et celui de mouvement matériel. Sans méconnaître le caractère d'extrême complication des premiers, j'ai pensé que la méthode mathématique pourait être utile, pour établir certains propriétés du problème social.

Quand au terme de *Mécanique Sociale* il s'imposait de lui-même, autant par l'objet de l'ouvrage, que par le fait que, ceux de *Statique Sociale* et de *Dynamique Sociale* ayant été déjà employés par Auguste Comte, celui que j'ai adopté ne faisait que les résumer.

D'ailleurs, immédiatement après l'impression de mon ouvrage, j'ai eu connaissance de deux autres travaux, portant le même titre.

Le premier est une communication faite par M. Lester Ward, actuellement professeur à l'Université Providence de Rhode Island (États-Unis, Amérique), au quatrième congrès de sociologie tenu à Paris en Septembre 1900. Elle est publiée dans le tome VII des „Annales de l'Institut International de Sociologie", page 163—203 (publié chez V. Giard et Brière, Paris, en 1901). Mais dans la discussion qui suivit cette communication, M. Ward déclare lui-même page 235) „qu'il n'a jamais appliqué la mathématique à la sociologie".

Un autre ouvrage, une brochure portant le même titre, est dû à M. Léon Winiarski de Genève; mais malgré tous mes efforts, il m'a été impossible de me le procurer. Même la librairie Alcan, que l'a imprimé, en 1808, m'a declaré qu'elle ne le connaissait pas, ce qui m'a semblé assez inattendu. Tout ce que j'ai vu, c'est une courte analyse, d'une seule page, parue dans la „Revue Interuationale de Sociologie", (Numero du mois de Janvier 1899, page 65) et un bref aperçu que M. Winiarski lui-même en a fait à l'occasion de la communication de M. Ward, et qui se trouve reproduit dans le volume cité ci-dessus, à la page 229 et suivantes. Mais ces analyses suffisent pour montrer que le point de vue de M. Winiarski a été entierement différent du mien.

Veuillez....

5.

Scrisoarea lui *Haret* cátre *L. Winiarski*.[1]

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous adresser aujourd'hui par la poste un exemplaire d'un ouvrage que j'ai publié vers la fin de 1910, sous le titre de *Mécanique Sociale*. Peu après cette publication, je fut informé qu'il existait deja deux ouvrages publiés par vous, sous les titres : *Essai sur la mécanique sociale* et *L'energie sociale et ses mensurations*. Depuis, je me suis donné beaucoup de peine pour me procurer ces ouvrages, sans y réussir. Toutes les recherches que je fis par l'intermédiare des libraires et des antiquaires de Paris n'aboutirent qu'à me faire découvrir une courte analyse du premier de vos ouvrages, publiée dans la *Revue Internationale de Sociologie* de Janvier 1899. Il y a deux mois, je fis un voyage à Paris, et a cette occasion j'allai à la librairie Felix Alcan, où votre ouvrage avait été imprimé. On me dit que ce n'était pas exact, ce qui me surprit beaucoup, vu que l'analyse que je viens de citer indiquait Alcan comme éditeur.

J'étais désolé de ne pas pouvoir connaître vos travaux sur un sujet auquel j'avais aussi une part de mon temps; car l'analyse de M. Raoul de la Grasserie était trop succincte poor qu'elle pût me faire connaître vos idées. Heureusement j'eu la chance dernièrement de découvrir votre adresse.

Je prends donc le courage de vous prier d'excuser mon importunité, et

---

1 Leon Winiarski, Polonez de origine, profesor de finanțe la Facultatea din Lausanne, cunoscut prin aplicarea metodei matematice la economia politică și la Sociologie.

de vouloir bien me donner par quelques lignes, l'information que je sollicite de vous, c'est-à-dire le nom de la librairie où se trouvent en dépôt vos ouvrages.

Vous voudrez bien, Monsieur, vous rendre compte de l'intérêt que je mets à prendre connaissance de vos travaux. Il ne s'agit pas de la question de priorité, que je considère pour ma part comme secondaire ; mais je tiens à contrôler mes idées par les votres, et peut-être à considerer le sujet sous un point de vue différent, ce qui ne peut qu'être utile pour sa connaissance plus exacte.

Veuillez.....

6.

Scrisoarea lui *Gustave Le Bon*[1] şi răspunsul lui *Haret.*

Monsieur et cher ami.

Je vous remercie vivement de l'envoi de votre brochure. Il m'a toujours semblé que les problèmes sociaux comportaint trop de variables pour être mis en écquation. Le problème des trois corps en Astronomie serait insoluble s'il s'agissait de millions de corps...

Votre bien dévoué
G. le Bon

Răspunsul lui Haret

Monsieur, et cher ami,

Je vous suis reconnaisant pour l'observation que vous avez bien voulu faire pour mon livre *Mécanique Sociale.* Incontestablement, s'il s'agaissait d'intégrer les operations du probleme, il serait absolument insoluble. Mais tel n'a pas été mon but. J'ai voulu montrer seulement que la question pouvait être envisagée aussi au point de vue mathématique, ce qui permet parfois d'arriver à des conclusions interesantes ; car il existe en Mécanique des propriétés, que l'on peut établir sans intégrer les équations, et indépendement du nombre des variables. C'est ainsi que j'ai pu aborder les question de la stabilité de l'équilibre social (page 67) et établir le principe de la moindre action (p. 130) et je pense qu'il ne serait pas impossible d'aller plus loin.

Veuillez agreér, Monsieur...

---

1 Gustave Le Bon, medic şi etnograf francez, a studiat originile civilizaţiei. E cunoscut mai ales prin scrierile : Les premières civilisations (1888), L'homme et les Sociétés (1880). Psychologie des foules (1895). Psycologie de l'éducation (1904).

7.

Scrisoarea lui *F. Tönnius* din Entin.

Entin (Holstein), Okt. 29. 1912.

Excellenz!
Hochgeehrter Herr Collega!

Sie haben die Guete gehabt, Ihr Werk Mécanique Sociale mir zu senden wofuer ich Ihnen zu lebhaftem Danke verbunden bin. Obschon ich selber nur ein geringer Mathematiker bin, so interessiert mich doch die Anwendung mathematischer Methoden stark, und ich bin ueberzeugt, dass sie immer auf einem weiten Feld der Soziologie sich als fruchtbringend erweisen wird.

Ich hoffe, dass ich bald die Musse gewinnen werde, mich eingehend mit Ihrem Gedanken zu beschaeftigen.

Ew. Excellenz, in Hochachtung
sehr ergeben
Ferdinand Tönnius[111]

8.

Scrisoarea lui *M. Vaccari* din Roma.

Camera dei Deputati *Rome, 18—10. 1*

Monsieur le Ministre,

J'ai reçu votre intéressant travail: „Mécanique sociale", avec lequel vous tâchez d'employer les méthodes matématiques dans l'études des phénommènes sociaux.

Malgré les difficultés que présente cette application, je pense que votre essai soit très louables, car il peut rendre plus évidentes et plus exactes les généralisations sociologiques.

Pour cela, je me felicite avec vous, et je vous remercie de l'honneur que vous m'avez fait en mes donnant votre precieux ouvrage, que j'ai lu avec très grand plaisir.

Agreez....

M. Vaccari
Deputé au Parlement National.

9.

Scrisoarea lui *Fr. Giner*[1] din Madrid.

Madrid, (Obelisco) 8.

Monsieur et très honoré Collège,

Je viens de recevoir votre „Mécanique sociale" et je m' empresse de vous en remercier vivement. En la parcourant rapidement j'y trouve des innovations

1 Francisco Giner (1840—1915), filozof şi pedagog spaniol, fost profesor de filozofia dreptului la Universitatea din Madrid, a publicat multe volume despre educaţie şi despre învăţământ.

et des problèmes d'un haut interêt, que je me propose d'étudier avec l'application qu'ils demandant.

Agréer, je vous prie, Monsieur, l'assurance de mon haut respect.

Prof. l'Univ. Fr. Giner

10.

Scrisoarea lui *Haret* către *Blondlot*, profesor la Nancy[1].

6/19 VIII. 1911.

Monsieur,

Je connais, mais malheureusement d'une manière très imparfaite, vos travaux sur les rayons N et sur les radiations du corps humain. Je sais que vos idées ont rencontré une certaine méfiance dans certains cercles sciintifiques, ce qui ne constitue pas une preuve en leur défaveur car tel est le sort de presque toutes des idées nouvelles. Mais moi je désire beaucoup avoir une connaissance aussi exacte et aussi complète que possible de vos travaux sur cette question. Ils m'intéressent beaucoup, parceque si vos idées et les faits sur lesquelles elles s'appuient obtiennent leur consécration, ils viendraient confirmer mes propres vues sur le principe de la vie. Ces vues ont été exposées, d'une manière très-sommaire, dans un ouvrage, la *Mécanique Sociale*, que j'ai fait paraître l'année dernière, et dont je me permets de vous adresser un exemplaire. Les idées auxquelles je fais allusion s'y trouvent exposées aux p. 200—206. Assurément, les moyens que j'y indique pour mettre en évidence la nature ondulatoire de la force à laquelle la vie est due sont très difficiles à mettre en pratique. Mais ils deviennent inutiles, si vos observations sont mises pour de doute.

D'après cela, vous voudrez bien, Monsieur, comprendre le grand intérêt que j'ai à connaître vos travaux sur cette question. Je vous serais donc extrêmement reconnaissant si vous vouliez bien me donner, par quelques lignes, une indication qui me permette de me procurer ces travaux.

Veuillez excuser, Monsieur,.....

* * *

Haret a mai primit scrisori de la :
Papiniu, ministru al României la Constantinopol,
Tr. Djuvara, ministru al României la Bruxelles,
C. G. Dissescu, profesor la Facultatea de drept din București,
Filality, ministru al României la Belgrad,
Gr. Tăușan, profesor în București,
Oct. C. Tastaman, redactor la revista „Luceafărul" din Sibiu.

1 René Blondlot, profesor la Facultatea de știință din Nancy, s'a ocupat de problema undelor electromagnetice și de vitesa propagării lor.

G. Francois, colaborator la revista „Monde économique" din Paris.

Carl Grunberg, profesor de economie politică la Universitatea din Viena

C. Alasia de Quesada, profesor la Alberga (Genova), redactor la „Revista di fisica, matematica e scienze naturali",

Achille Loria, profesor şi economist italian,

Alfred Marshall, profesor la Cambridge,

J. P. Langlois, profesor la Facultatea de medicină din Paris, director la „Revue générale des sciences",

Paul Appell, decanul Facultăţii de ştiinţe din Paris,

Ernest Lebon, redactor la „Bulletin des sciences mathématiques",

E. de Gaiffier, ministru al Belgiei în Bucureşti,

Gaston Darboux, membru al Academiei de ştiinţe, fost decan al Facultăţii de ştiinţe,

N. Kareiev, profesor în Petersburg,

Henri Poincaré, membru al Academiei Franceze,

Eugene Van der Rest, profesor la Universitatea din Bruxelles.

MÉCANIQUE SOCIALE*

PRÉFACE

Il y a à peu-près soixante-dix ans depuis que Auguste Comte employa les noms de Statique Sociale et de Dynamique Sociale. Venant après un pareil précédent, le titre mis en tête de cet ouvrage y trouvera sa justification et son explication, bien que le problème que nous nous proposons diffère notablement de celui auquel s'était attaché l'illustre philosophe.

Par leur nature, les questions dont nous nous occupons sollicitent l'attention des mathématiciens, autant que celle des sociologues. Dans ces conditions, l'exposition du sujet devient assez malaisée. Aussi avons-nous été quelquefois obligé de sacrifier quelque peu la rigueur de l'expression en faveur de ce que nous avons cru être la clarté pour les lecteurs peu familiarisés avec les expressions et le tour d'esprit mathématiques. Nous espérons que ce petit inconvénient ne prendra pas une bien grande importance aux yeux des mathématiciens qui nous feront l'honneur de nous lire.

Bucarest, le 27 Novembre 1910.

* A se vedea traducerea în limba română în Anexă, p. 539.

INTRODUCTION

Ce travail est un essai d'application de la méthode scientifique à l'étude des questions sociales.

On peut trouver que le moment n'est pas bien choisi pour essayer d'assujettir aux lois de la science des phénomènes qui semblaient devoir en être à jamais affranchis, au moment même où des esprits impatients proclament tantôt la faillite, tantôt l'anarchie dela science.

Mais puisqu'il est permis que d'aucuns émettent de pareils doutes sur la valeur de la science, il est encore plus naturel que ses admirateurs conçoivent de nouvelles espérances, au lendemain des merveilleuses découvertes qui ouvrent des voies nouvelles et si fécondes, pour pénétrer encore plus avant dans la connaissance des choses.

Les phénomènes sociaux ont été de tout temps l'objet d'étude profondes et variées, ce qui s'explique facilement par le grand intérêt que soulèvent les problèmes qui se rattachent au bien-être et au progrès des sociétés humaines. Mais ces études n'on conduit qu'assez rarement à des résultats généraux.

Nous nous proposons dans ce qui suit, d'exposer une méthode qui permettra, croyons-nous, d'introduire peu à peu, dans l'étude des questions sociales, cette rigueur du raisonnement qui donne de si brillants résultats dans ce que l'on appele „les sciences exactes".

Cette méthode est fondée sur ce que certains principes qui servent de base à la Mécanique Rationnelle peuvent, d'une certaine manière, être établis aussi pour les phénomènes sociaux. Il suit de là que ces phénomènes sont régis par des lois analogues à celles qui régissent l'équilibre et le mouvement matériels ; et ce point une fois établi, on comprend qu'on pourrait appli-

quer immédiatement aux phénomènes sociaux la plupart des propriétés démontrées en Mécanique Rationnelle.

Malheureusement, il n'en est pas tout-à-fait ainsi. D'abord, les causes qui déterminent l'équilibre et le mouvement sont plus nombreuses en Sociologie qu'en Mécanique ; et puis l'étude de la manière d'agir de ces causes est loin d'être aussi avancée en Sociologie qu'en Mécanique. Mais, malgré ces difficultés., la méthode permettra déjà d'établir certains résultats importants.

Nous espérons que le présent travail contribuera dans une certaine mesure à faire avancer la science sociale, par le moyen d'investigation qu'il met à sa disposition, qui permettra d'apporter plus d'ordre et un système mieux défini dans les études à venir, et de dégager plus facilement les lois générales.

Ce premier essai présentera, sans doute, des imperfections ; il y aura, dans tous les cas, des parties susceptibles d'un plus grand développement, et des conclusions qu'on n'aura pas poussées jusqu'à la dernière limite. Mais nous avons cru prudent de ne pas nous risquer trop légèrement sur un terrain nouveau, où il est si facile de tomber dans l'erreur. Si nos premiers pas sont bien assurés, nous espérons bien que ces lacunes du commencement seront faiclement comblées.

L'ouvrage se ressentira aussi des circonstances dans lesquelles il a été écrit, son auteur n'ayant pu avoir ni les loisirs, ni toute la liberté d'esprit necessaires, au milieu des préoccupations et des soucis que lui imposaient les fonctions difficiles qu'il remplissait dans son pays ; mais des circonstances particulières l'ont obligé à se presser plus qu'il n'aurait désiré. D'ailleurs l'ouvrage fait dans ces conditions aura du moins l'avantage d'avoir été forgé dans le milieu même où il a été conçu et qui a fortement contribué à cette conception. En effet, l'idée première de la méthode que nous exposons a été inspirée par le rapprochement que son auteur a maintes fois pu faire entre la manière dont certains phénomènes sociaux se développent, et certaines lois et méthodes scientifiques ; et il était quelquefois en mesure de vérifier ce rapprochement, dont les conséquences pouvaient devenir si fécondes en résultats utiles. Nous nous hâtons d'ajouter que les mécomptes aussi n'ont pas manqué, car il faudra encore beaucoup de temps jusqu'à ce que, si ce n'est

tous les phénomènes sociaux, au moins une bonne partie d'entre eux puissent être étudiés d'après la méthode purement scientifique ; mais nous pouvons déjà assurer que si, faute d'une connaissance exacte et complète des données du problème, nous n'avons pu que rarement traiter une question d'après les principes scientifiques, nous avons toujours eu à nous répentir quand, pouvant le faire, nous ne l'avons pas fait. Si nos idées obtiennent la consécration des savants et si d'autres travaux viennent compléter le nôtre, on peut espérer qu'un jour on pourra substituer des méthodes sûres dans la résolution de beaucoup de questions qui aujourd'hui sont trop souvent à la merci de l'inspiration du moment, ou du hasard, ou des passions.

Du reste, on ne doit pas s'imaginer que les principes que nous exposons et les résultats auxquels nous arrivons sont toujours des choses nouvelles. Souvent l'esprit humain a su arriver, par d'autres voies, si non à démontrer rigoureusement, mais du moins à entrevoir, et quelquefois à formuler assez exactement, des principes dont la démonstration scientifique n'est pas facile ; tel le principe de la moindre action ; et la législation des nations civilisées contient souvent des principes dont le mathématicien le plus exigeant aurait lieu d'être satisfait. De même, à la base de nos démonstrations on ne trouvera que des vérités admises par tout le monde, et qu'il sera toujours facile de mettre en évidence, si l'on écarte le léger appareil mathématique dont nous les avons quelquefois entourées, pour les nécessités de la démonstration ou de l'exposition.

* * *

Pour faire une exposition complète de notre objet, nous avons souvent été obligés de rappeler des choses bien connues. Les lecteurs auxquels ces notions seront familières n'en seront pas embarassés ; mais elles étaient nécessaires pour permettre d'exposer la question d'une manière complète.

Quant à la terminologie que nous avons adoptée, elle se ressent naturellement de la méthode même. Mais nous avons cru bien faire de maintenir presque partout des termes qui rappellent les termes analogues de la Mécanique Rationnelle, pour mieux marquer le rapprochement et pour faciliter la comparaison.

* * *

Nous espérons que ce travail, fruit non seulement du raisonnement pur, mais aussi de l'observation et d'une expérience déjà assez longue, répondra en une certaine mesure à une nécessité dont se rendent parfaitement compte ceux qui, dans une sphère plus ou moins étendue, sont appelés a s'occuper des affaires publiques. Il n'y a pas un seul homme d'état digne de ce nom qui ne soit frappé de l'insuffisance des moyens dont on dispose pour résoudre les difficultés qui surgissent à chaque pas dans la vie des peuples. Ces difficultés viennent en premier lieu de la complication même des problèmes qui se posent, du grand nombre des éléments qui les constituent et de l'ignorance presque complète où nous sommes des lois qui, sans aucun doute, régissent les phénomènes sociaux, ainsi qu'il en est pour tous les autres phénomènes naturels. C'est cette ignorance qui est cause que, trop souvent, même les hommes d'état les plus illustres soient réduits à compter plus sur la chance et sur l'imprévu, que sur leur propre science. C'est elle aussi qui fait surgir cette multitude de gens pleins de confiance, qui ont toujours des solutions toutes prêtes pour les problèmes les plus ardus. C'est encore elle qui fait la partie si belle pour ceux qui, par simplicité, par intérêt ou par mauvaise foi, encombrent la vie publique de tant de contrevérités, qui obscurcissent encore, le plus souvent avec intention, des question déjà si obscures par elles-mêmes. Et c'est au milieu de ces difficultés, empêché d'étudier tranquillement les problèmes qu'il est appellé à résoudre, harcelé de tous côtés, en lutte continuelle contre l'erreur et le mensonge, que l'homme d'état est obligé de remplir son devoir si plein de dangereuses responsabilités. Et c'est ainsi que ce que l'on appelle la politique n'est si souvent qu'un tissu d'expédients, de petites finesses, de petites intrigues, de petites infamies, — elles ne sont pas toujours si petites que cela, — au lieu d'être ce qu'elle devrait être : une science très difficile, mais bâtie sur des bases sûres et solides.

Le jour viendra-t-il jamais où cette science sera constituée? Nous l'espérons et le but du présent travail est de montrer la possibilité d'y parvenir, possibilité que les esprits les plus éminents envisagent déjà avec confiance. Qu'il nous suffise de citer ces lignes, par lesquelles M. Emile Picard exprime cet espoir[1]).

1. Emile Picard, *La mathématique dans ses rapports avec la Physique.* (Dans les Actes du IV congrès international des mathématiciens, tenu à Rome en 1908).

„Pour un avenir plus lointain, on peut prévoir des problèmes plus complexes encore. La Mécanique, nous l'avons rappelé, a longtemps postulé plus ou moins explicitement un principe de non-hérédité. Nous nous accomodons encore de ce principe, au moins en première approximation, dans les sciences de la nature inanimée, quoique de nombreux phénomènes indiquent que l'état actuel garde la trace des états passés ; tels ces corps, comme le souffre, qui ont une vitesse de transformation d'une forme en une autre, différente suivant leur histoire antérieure. Mais l'hérédité joue surtout un rôle capital dans les sciences de la vie, et nous ne savons pas si nous pourrons utiliser jamais l'instrument mathématique pour l'étude du mécanisme intime des phénomènes biologiques, et si nous ne devrons pas toujours nous contenter de moyennes grossières et de courbes de fréquences. Il ne faut pas cependant réduire à l'avance notre conception mathématique du monde, et nous pouvons rêver d'équations fonctionnelles plus compliquées que les précédentes, parce qu'elles renfermeront en outre des intégrales prises entre un temps passé très éloigné et le temps actuel, intégrales qui apporteront la part de l'hérédité. Ces equations fonctionnelles réuniront, dans des conditions infiniment complexes, les caractères des deux types simples étudiés avec tant de succès dans ces dernières années, pour lesquels les limites des intégrales sont constantes pour l'un et variables pour l'autre. — Ces espérances sont peut-être chimériques. Sur le terrain mouvant de la vie où figurent un nombre énorme de variables, il se peut qu'il soit impossible de former des équations fonctionnelles, relatives à certains états moyens, devant jouer le même rôle que les équations différentielles de la Physique mathématique actuelle. Mais, si le philosophe peut faire des réserves, il n'y a pour le mathématicien aucun danger à s'abandonner à ces vues audacieuses, qui le poussent à travailler dans une direction certainement féconde. Et, encore une fois, le monde extérieur nous aura guidés dans nos recherches analytiques, nous orientant vers les voies utiles à parcourir".

CHAPITRE I.

Rappel de quelques notions mathematiques (1)

1. *Variables et fonctions.*

La voyageur qui fait l'ascension d'une montagne remarque tout de suite que plus la hauteur à laquelle il s'élève est grande, plus la hauteur de la colonne de mercure dans le baromètre devient petite.

Dans cette observation, il y a deux quantités qui varient pendant l'ascension ; ce sont la hauteur de l'ascension et la longueur de la colonne de mercure. Ces quantités s'appellent *variables*, justement parce que leur valeur n'est pas constante pendant la durée du phénomène observé.

Prenons un autre exemple. Nous avons une source de lumière, une lampe par exemple. Il est facile de remarquer que plus on s'éloigne de la lampe, plus la lumière diminue. Ici encore nous avons deux variables : ce sont la distance et la quantité de lumière.

Dans ces exemples, que l'on peut multiplier à l'infini, on se rend compte tout de suite que les variables qui y figurent ne varient pas d'une manière arbitraire, mais qu'il y a une relation intime entre les variations de l'une et celles de l'autre. Ainsi, il est facile de démontrer expérimentalement que si la distauce devient deux fois plus grande, la quantité de lumière envoyée par la lampe sur une même surface plane devient quatre fois plus petite. Cette relation est générale, et on l'exprime par la *loi* suivante : „La quantité de lumière envoyée par une source lumineuse sur une surface plane quelconque est inversement proportionnelle au carré de la distance".

Il en est de même du premier des phénomèues que nous avons cités. Tout le monde sait qu'il existe une relation entre la hauteur de l'ascension et la hauteur du barometre, à tel point qu'un touriste connaît assez exactement la hauteur à laquelle il est parvenu, rien que par la lecture de son baromètre.

---

1. Ce chapitre a comme seul objet de rendre plus facile la lecture des chapitres suivants pour les personnes peu familiarisées avec les connaissances mathématiques.

On exprime cette relation entre les variables, en disant que l'une d'elles est *fonction* de l'autre. Ainsi nous disons que la quantité de lumière est fonction de la distance ; que la longueur de la colonne barométrique est fonction de la hauteur du point d'observation. La distance et la hauteur s'appellent les *variables indépendantes*, parce que ce sont leurs variations qui déterminent celles des fonctions correspondantes.

Du reste, dans chacun des phénomènes cités, rien n'impose le chois de telle ou telle variable comme variable indépendante. Ainsi, nous aurions pu aussi bien considérer la quantité de lumière comme variable indépendante, et calculer la distance d'après cette quantité. Le choix de la variable indépendante sera fait dans chaque cas particulier d'après les convenances du problème.

* * *

Les exemples que nous avons cités sont relativement simples, car dans chacun deux seules variables interveniennent. Mais il existe des phénomènes où le nombre des variables peut être plus grand. Ainsi, dans le premier de nos exemples nous avons supposé que la température est la même tout le long du chemin parcouru par le voyageur. Mais si la température varie, la longueur de la colonne barométrique varie, non seulement avec la hauteur, mais aussi avec la température. En ce cas la longueur de la colonne este *fonction* de deux *variables indépendantes*. Et rien n'empêche d'admettre l'existence de phénomènes encore plus compliqués, où les nombre des variables indépendantes soit encore plus grand.

* * *

Lorsque la loi d'un phénomène est connue, de manière à pouvoir calculer la valeur de la fonction d'après celle de la variable indépendante, cette loi peut s'exprimer par une *formule* ou *équation*. Ainsi, la loi de la propagation de la lumière s'exprime simplement par l'équation

$$y = \frac{C}{x^2},$$

dans laquelle nous avons représenté par x la distance et par y la quantité de lumière. C est une constante.

Généralement, on écrit

$$y=f(x),$$

pour exprimer que y est fonction de x; et

$$y=f(x, x', x'', x''', \ldots),$$

pour dire que y est fonction des diverses variables x, x', x'',...

2. *Détermination des fonctions.*

Lorsque par un moyen quelconque, observation, expérimentation ou raisonnement pur, on parvient à connaître la loi d'une phénomène, on connaît par cela même la forme de la fonction f. C'est ainsi que, dans l'exemple cité plus haut, la forme

$$\frac{C}{x^2}$$

n'est que la traduction de la loi que la quantité de lumière est inversement proportionnelle au carré de la distance.

Considérons le cas le plus simple, celui où le phénomène ne dépend que de deux seules variables, et proposons-nous d'en trouver la loi. Le moyen qui se présente le plus naturellement à l'esprit, est celui de mesurer les valeurs correspondantes des variables x et y par des expériences anssi nombreuses que possible, réalisées dans des circonstances aussi variées que possible et de tâcher ensuite de trouver une formule qui soit satisfaite par tous ces couples de valeurs.

Si, par exemple, nous voulons retrouver la loi de la propagation de la lumière, nous mesurerons la quantité de lumière reçue par une même surface plane à diverses distances; et si nous trouvons que :

à la distance 1 la lumière reçue est 1;

„ 2 „ „ „ $\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$;

„ 3 „ „ „ $\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}$;

„ 4 „ „ „ $\frac{1}{16}=\frac{1}{4^2}$;

. . . . . .

nous pouvons tout-de-suite écrire la formule

$$y=\frac{1}{x^2},$$

qui est satisfaite par tous les couples de valeurs que l'expérience avait données.

Mais dans la plupart des cas les choses sont loin de se présenter aussi simplement ; car même si l'on fait abstraction des nombreuses causes accessoires qui peuvent intervenir et masquer la loi du phénomène, il est rare de pouvoir trouver par simple intuition la formule qui résume tous les résultats de l'expérience. En ce cas, on est obligé de se contenter d'une formule qui représente seulement avec approximation les résultats obtenus.

Voici un moyen assez général auquel on peut recourir.

Soit

$$y = f(x)$$

la loi qu'il s'ait de formuler, f étant la fonction inconnue dont on doit trouver la forme.

Ou demontre en Calcul Infinitésimal que, dans des cas très étendus, la fonction f peut être développée en une série infinie de termes ordonnés d'après les puissances croissantes de x :

$$y=a+a_1\ x+a_2\ x^2+a_3\ x^3+\ldots$$

Si cette série est convergente, y sera représenté avec une approximation d'autant plus grande qu'on prendra dans la second membre un nombre de termes plus grand. Supposons que nous nous en contentions de quatre, par exemple. Alors nous aurons :

$$y=a+a_1\ x+a_2\ x^2+a_3\ x^3.$$

Pour que y soit entièrement défini en fonction de x, il suffira de connaître les valeurs des coefficients a, a_1, a_2, a_3. Pour cela, il suffira de faire quatre expériences, pour trouver quatre couples de valeurs de y et x. Ces valeurs étant substituées successivement dans l'équation, nous donneront qnatre équations qui ne conticndront que a, a_1, a_2, a_3, comme inconnues, et qui serviront à les déterminer.

On peut, de cette manière, calculer autant de coefficients qu'on veut, et par conséquent déterminer y avec telle approximation que l'on désire.

Si la série ainsi formée se trouve être de la même forme qu'une série qui représente une fonction connue, y sera cette fonction.

Ce cas arrivera très rarement, et la méthode est assez pénible ; mais elle a l'avantage que dans les cas assez nombreux où l'on est obligé de se contenter d'une approximation, on peut pousser cette approximation jusqu'au degré que l'on veut.

Cette méthode pourrait être employée aussi dans le cas où y dépendrait de deux ou plusieurs variables ; mais elle devient alors beaucoup plus compliquée.

3. *Représentation de la variation des fonctions par des courbes et des surfaces.*

Lorsqu'une fonction y ne dépend que d'une seule variable x, on peut représenter sa variation par une courbe.

Soit y une fonction donnée par l'équation

$$y = f(x).$$

Donnons à x diverses valeurs et calculons les valeurs correspondantes de y. Soient (x_1, y_1), (x_2, y_2), $(x_3\ y_3)$ ... les couples de valeurs ainsi obtenus.

Nous prenons deux droites rectangulaires, XX′ et Y′, qui se coupent en O. Nous appellerons ces deux droites *axes des coordonnées*, et le pont O *origine des coordonnées*. Nous conviendrons une fois pour toutes de compter les longueurs positives de O vers X et vers Y, et les longueurs négatives de O vers X,′ et vers Y′.

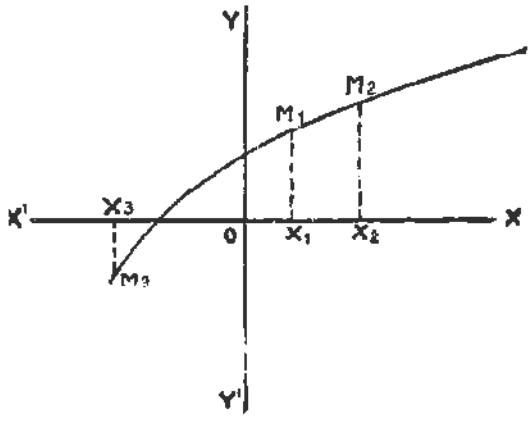


Fig. 1.

Cela posé, prenons sur XX′, à partir de O, les longueurs x_1, x_2, x_3, avec leurs signes ; et par les points x_1, x_2, x_3, ainsi obtenus sur XX′, menons $x_1 M_1$, $x_2 M_2$, $x_3 M_3$, parallèles à YY′, égales respectivement à y_1, y_2, y_3 et de même signe. On obtient ainsi les points M_1 M_2, M_3.

Il est evident que ces points seront d'autant plus rappro-

chés l'un de l'autre, que les valeurs données à x auront été elles-mêmes plus rapprochées.

Si on réunit par un trait continu les points M_1 M_2 M_3, on obtient une courbe qui, par sa forme, représente la manière dont x et y varient ensemble.

L'équation

$$y = f(x)$$

s'appelle *l'équation de la courbe*, et il y a un rapport intime entre la forme et les propriétés de la courbe d'une part et les propriétés de l'équation d'autre part.

* * *

Lorsque la forme de la fonction n'est pas connue, on peut essayer de la trouver par des considérations géométriques, si l'on connaît un certain nombre de valeurs de y qui correspondent à des valeurs données de x.

Soient, par exemple,

$$\begin{cases} x = a, & x = a', & x = a'', & x = a''', \\ y = b, & y = b', & y = b'', & y = b''', \end{cases}$$

un certain nombre de couples de valeurs. Avec ces valeurs comme coordonnées, nous construisons les points A, B, C, D, que nous réunissons par une courbe continue. Si, par sa forme, elle se rapproche d'une courbe connue, nous pourrons prendre cette courbe comme représentation approximative de la fonction inconnue.

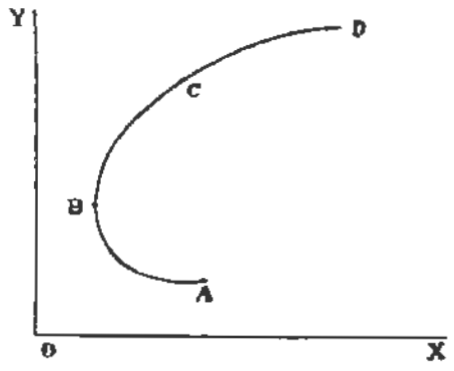


Fig. 2.

Cette méthode ne diffère pas au fond ce celle qui a été exposée au paragraphe précédent.

* * *

On peut, d'une manière analogue, représenter par une surface une fonction z qui dépend de deux variables indépendantes, x et y :

$$z = f(x, y).$$

Pour cela, on prend trois droites, OX, OY et OZ, qui se coupent en O et dont chacune est perpendiculaire au plan des deux autres. On donne des valeurs à x et à y, et on calcule, par l'équation précédente, les valeurs correspondantes de z. Avec les valeurs de x et de y comme coordonnées, on construit le point P dans le plan XOY ; ensuite, on mène de P une parallèle à OZ, d'une longueur égale à la valeur correspondante de z, et l'on trouve ainsi le point M. Si l'on répète cette opération un grand nombre de fois, on aura un grand nombre de points M, qui formeront une surface continue SS'. Cette surface représentera l'équation donnée, et réciproquement.

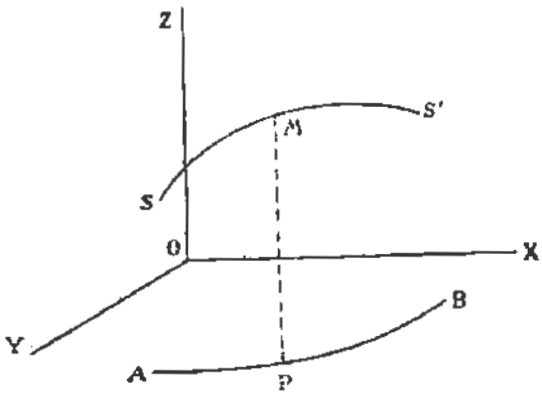


Fig. 3.

Nous conviendrons, ici aussi, de considérer comme positives les longueurs comptées sur OX, OY et OZ dans un certain sens à partir de O, et comme négatives les longueurs comptées, à partir de O, dans le sens opposé, sur le prolongement de OX, OY et OZ.

4. *Interpollation et extrapollation.*

Si un phénomène dépend seulement de deux variables et si l'ou connaît sa loi

$$y = f\ (x),$$

on peut toujours trouver la valeur exacte de l'une de ces variables qui correspond à une valeur donnée de l'autre variable. Mais si la loi n'est pas connue, on est forcé d'avoir recours à des moyens empiriques.

Celui qui est employé le plus souvent consiste en ce que, par expérience ou par observation directe, on forme des tableaux de valeurs de y qui correspondent à des valeurs connues de x. Tels sont les tableaux qui donnent la tension de la vapeur d'eau pour chaque degré de température, la mortalité probable pour chaque âge, et tant d'autres.

Mais ce système a l'inconvenient de ne donner que les conples de valeurs qui figurent dans le tableau et qui nécessairement laissent des vides entre eux. Pour les valeurs qui ne s'y trouvent pas, on est forcé de faire une *interpollation* ou une ex-*extrapollation*, c'est-à-dire d'établir d'une manière approximative la valeur dont a besoin, en partant des valeurs déjà connues.

Il y a plusieurs moyens de faire une interpollation ou une extrapollation. Nous ne rappellerons que la plus simple, qui est en même temps la plus connue et la plus employée.

Soient

$$\begin{matrix} x = a \\ y = b \end{matrix} \text{ et } \begin{matrix} x = a'' \\ y = b'' \end{matrix}$$

deux couples de valeurs connues de nos variables ; et soit $x = a'$ une valeur de x comprise entre a *et* a'', pour laquelle on demande les valeur correspondante b' *de* y.

On suppose que dans l'intervalle de a jusqu'à a'' et de b jnsqu'à b'' les variations de x sont proportionnelles à celles de y ; et alors on écrit immédiament :

$$\frac{a''-a}{b''-b} = \frac{a''-a}{b''-b},$$

équation qui permet de calculer b'. Nous avons donc *interpollé* b' entre b et b''.

Si l'équation

$$y = f\ (x)$$

était connue et si nous construisions sa courbe CC′, les valeurs $x = a$, $y = b$ et $x = a''$, $y = b''$ détermineraient les points M et M″ sur la courbe. Si l'on nous donne x a' OP′, et que l'on nous demande la valeur correspondante de y, cette valeur est l'ordonnée P′M′ du point M′ de la courbe. Or la méthode d'interpollation exposée ci-dessus revient à dire que entre M et M″ la courbe MM′M″ est remplacée par la droite MM′, M″, et la valeur b' que nous avons

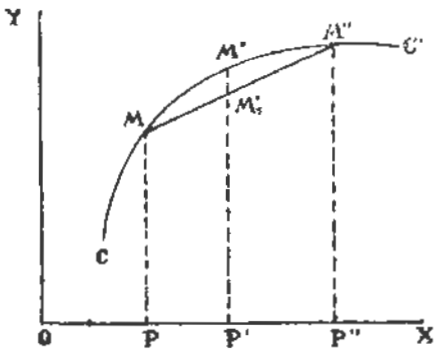


Fig. 4.

trouvée n'est pas l'ordonnéee, P'M' du point M' de la courbe, mais P' M'_1 du point M'_1 de la droite. C'est donc bien une valeur approximative que nous avons trouvée, et l'on voit bien que cette valeur sera d'autant plus exacte que les points M et M'' entre lesquels on a fait l'interpollation sont plus rapprochés.

Supposons maintenant que la valeur cherchée a de x n'est pas comprise entre a et a'', et, pour fixer les idées, admettons qu'elle est plus grande que a''. Si l'on admet encore la proportionnalité des variations de x et de y, nous écrirons encore :

$$\frac{a'-a''}{b'-b''} = \frac{a''-a}{b''-b}$$

d'où l'on tire b'. Cette opération s'appelle une *extrapollation*. En ce cas, on voit par la figure que plus OP' differera de OP'', plus le point M' que le calcul nous donne sera éloigné de M', qui est le point exact. L'extrapollation donc ne peut donner des résultats acceptables qu'à la condition qu'elle soit limitée à un espace aussi restreint que possible dans le voisinage des valeurs connues des variables.

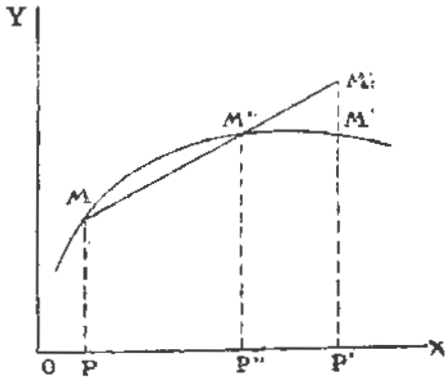


Fig. 5.

5. *Cercle osculateur.*

Généralement l'étude de la forme et des propriétés d'une courbe est chose assez difficille. Parmi les moyens dont on use pour la simplifier, on a celui de la *courbe osculatrice*. On nomme ainsi une courbe qui, en un point donné, a le contact de l'ordre le plus élevé avec la courbe donnée, c'est-à-dire qui dans le voisinage immédiat de ce point s'écarte le mois de la courbe donnée. On peut alors, avec un degré d'approximation assez élevé, remplacer sur une petite portion la

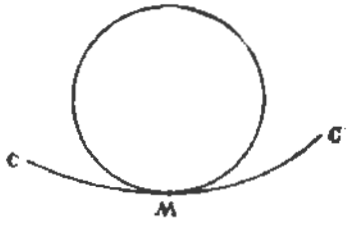


Fig. 6.

courbe donnée par la courbe osculatrice. Comme nous avons le choix de cette courbe, nous n'avons qu'à prendre une courbe très simple et dont les propriétés, soient bien connues.

On choisit généralement, comme courbe osculatrice le cercle, qui est la courbe le mieux connue ; de sorte que, sur une petite distance à droite et à gauche du point M, nous pouvons substituer une portion de ce cercle à la place de la portion correspondante de la courbe CC′, ce qui permet de se rendre compte beaucoup plus facilement de la manière dont se passe en ce point le phénomène représenté par la courbe CC′.

6. *Asymptotes ; solutions asymptotiques.*

Les courbes se partagent en deux catégories : les courbes finies et les courbes à branches infinies.

Comme exemples de courbes finies, on peut citer la circonférence et l'ellipse ; tandis que la parabole, l'hyperbole, et même la ligne droite, sont des exemples de lignes qui s'en vont à l'infini.

Les courbes infinies elles-mêmes sont de deux sortes. Il y a d'abord celles qui, tout en s'étendant à l'infini, se

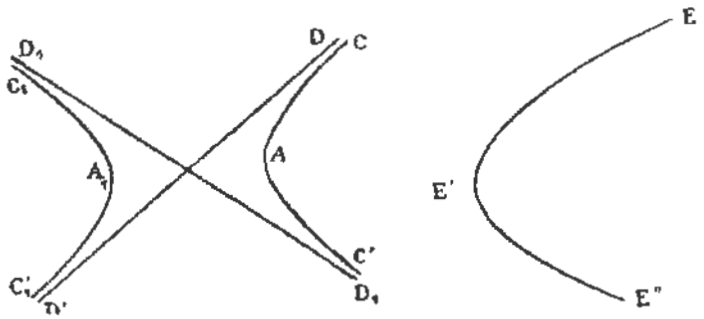


Fig. 7.

rapprochent de plus en plus d'une certaine droite avec laquelle elles tendent à se confondre, sans y parvenir jamais ; de sorte que la distance entre la droite et les points de la courbe tend vers zéro quand on s'éloigne à l'infini sur la courbe. La droite qui jouit de cette propriété s'appelle *asymptote* de la courbe. L'byperbole est un exemple d'une courbe à asymptotes : CAC′

et $C_1A_1C'_1$ étant les deux branches de la courbe, DD′ et $D_1 D'_1$ sont ses asymptotes.

D'autres fois, il n'existe aucune droite telle que la branche infinie de la courbe s'en rapproche indéfiniment : ces courbes n'ont pas d'asymptote. Telle est la parabole EE′ E″.

Lorsque la loi d'un phénomène est représentée par une courbe à asymptote, on peut, à partir d'un certain moment, remplacer, avec une approximation suffisante, la courbe par son asymptote, dont elle est très rapprochée. Cela revient à dire que l'on remplace la loi du phénomène par une autre, qui n'est qu'approximative, mais qui est beaucoup plus simple ; car, étant représentée par une ligne droite, c'est une simple loi de proportionnalité.

7. *Approximations successives.*

Dans l'étude des phénomènes naturels, aussi bien qu'en mathématiques pures, on a souvent recours à la *méthode des approximations succesives* pour trouver la solution de certains problèmes. Voici en quoi elle consiste :

Supposons, que, par un moyen quelconque, on ait trouvé une loi aproximative, même grossièrement, du phénomène. On se sert de cette loi pour en déduire certaines conséquences, que l'on vérifie par l'expérience. On trouvera, naturellement, un certain désaccord, puisque la loi qui a servi comme point de départ n'était pas exacte. Mais la valeur même de cette différence peut donner la valeur de la correction qu'il faut apporter à la loi primitive. La loi ainsi corrigée servira comme point de départ pour une seconde opération, pareille à la précédente. On peut ainsi, par des approximations successives, se rapprocher autant qu'on veut de la loi exacte. On reconnaîtra qu'on y est arrivé, par le fait qu'il n'y aura plus de différence, ou qu'il y aura seulement une différence négligeable, entre le résultat de l'expérience et celui qui sera donné par loi ainsi corrigée.

CHAPITRE II.

Emploi de la méthode mathématique dans l'étude de quelques phénomènes et problèmes sociaux.

1. *Phénomènes sociaux. Exemple traité par la méthode mathématique.*

Dans chaque phénomène social, on peut distinguer un certain nombre d'éléments variables de telle sorte, que la variation de l'un dépend de la variation de tous les autres.

Prenons comme exemple la mortalité. On se rend compte tout de suite que, dans ce phénomène, *le taux de la mortalité*, c'est-à-dire le nombre de décès annuels pour un nombre donné de vivants, varie en raison de nombreuses circonstances. Ce sont :

1°. L'âge, car la mortalité est plus grande à certains âges qu'à d'autres ;

2°. La vigueur de la race ;

3°. Les conditions climatériques ;

4°. Les conditions hygiéniques ;

5°. La richesse ou la pauvreté du sol, qui assure les moyens d'existence de la population ;

6°. Les causes accidentelles, telles que les épidémies, les guerres, etc.

Et cette énumération est loin d'être complète.

La question devient encore plus compliquée, si l'on considère que la variation des éléments mentionnés ci-dessus peut dépendre, elle aussi, de celle d'autres éléments. Ainsi, il est clair que les conditions hygiéniques d'une population dépendent, entre autres, de son degré de instruction ; car plus elle a d'instruction, mieux elle comprend les avantages de l'hygiène, et mieux elle sait conserver sa santé.

Malgré cette complication, il est évident que les éléments que nous avons cités, ainsi que d'autres que nous avons peut-être omis, sont liés entre eux de telle manière que l'on conçoit la possibilité de trouver la valeur de l'un d'eux si l'on connaissait la valeur de tous les autres. Cela revient à dire que, si l'on représentait par les lettres x, y, z, t, ..., les valeurs des divers

éléments qui interviennent dans la question, ces valeurs seraient liées entre elles par une équation telle que

$$F\ (x,\ y,\ z,\ t,\ u,\ldots) = 0,$$

que nous appellerons *l'équation du phénomène*.

En effet, cette équation serait suffisante pour donner la valeur de l'un quelconque, u, des éléments qui y figurent, quand on connaît la valeur de tous les autres ; car, si on la résout par rapport à u, on a :

$$u = f\ (x,\ y,\ z,\ t,\ldots)$$

En rapprochant ce que nous disons ici de ce que nous avons exposé dans la chapitre précédent, on voit que l'étude du phénomène est ramené à une question d'analyse mathématique, dans laquelle u est une fonction des diverses variables $x, y, z, t, \ldots$; et pour avoir la loi du phénomène que nous étudions, il s'agit de trouver la forme de la fonction f.

Nous avons montré ci-dessus comment on peut s'y prendre pour trouver cette forme, à l'aide des résultats donnés par l'expérience et l'observation. Mais cette détermination devient extrêmenment difficile lorsque, comme dans l'exemple dont nous nous occupons, le nombre des variables est un peu grand. En ce cas, on est obligé d'avoir recours aux simplifications et aux méthodes d'approximation que la question comporte.

Dans la question qui nous occupe, nous pouvons appliquer la méthode des approximations succesives. En effet, parmi toutes les causes qui déterminent le taux de la mortalité et que nous avons énumérées, on peut admettre que l'âge est celui dont l'influence est la plus grande. Quant à l'action des autres, elle est moins considérable que celle de l'âge, ou bien simplement accidentelle. Nous la considérerons comme une *perturbation* de l'action principale.

Admettons donc, pour un moment, que l'âge est la seule variable dont dépende le taux de la mortalité, et représentons par x et y ces deux variables. Il s'agit de trouver la forme de l'équation

$$y = f\ (x) \qquad (1)$$

Cette équation une fois trouvée, ne représentera évidement que d'une manière approchée la loi de la mortalité, puisque nous avons négligé tant de circonstances du phénomène. Mais nous pouvons comparer les résultats qu'elle donnera avec ceux de l'observation, en faisant varier succesivement les conditions climatériques, les conditions hygiéniques, etc., et apporter à l'équation (1) toutes les corrections nécessaires pour qu'elle représente le phénomène avec toutes ses circonstances.

* * *

Pour trouver l'expression analytique de la loi de mortalité, reduite d'abord à une simple relation entre l'âge x et le taux de la mortalité y, nous nous servirons d'une des nombreuses *tables de mortalité*, établies d'après la statistique des décès aux différents âges. Prenons celle de Déparcieux, dans laquelles nous trouvons les données suivantes :

A G E	TAUX DE MORTALITE
1	4,86
14	0,64
36	1.09
58	2,69
70	5,50

Posons

$$y = a + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a^4 x^4. \qquad (2)$$

Si, dans cette équation, nous introduisons successivement les valeurs

$$x = 1 \text{ et } y = 4{,}86,$$
$$x = 14 \text{ et } y = 0{,}64,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

nous formerons cinq équations qui nous donneront les valeurs des cinq coefficients a, a_1, a_2, a_3 et a_4. Par conséquent, la forme de l'éqnation sera déterminée.

On peut aussi construire les points dont les coordonées sont les nombres compris dans la table de Déparcieux et les

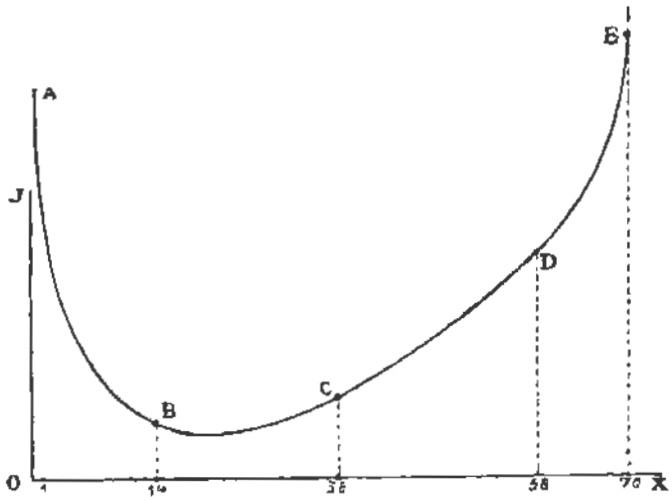


Fig. 8.

réunir par un trait continu. La courbe ainsi formée représentera graphiquement la loi de mortalité.

* * *

La statistique a pour objet d'étudier par l'observation les lois des phénomènes sociaux. Elle forme des tableaux des valeurs correspondantes des variables qui caractérisent chaque phénomène. C'est avec ces valeurs que l'on tâche ensuite de trouver, soit l'équation qui lie les variables entre elles, soit, ce qui revient au même, la courbe dont les points ont comme coordonnées les couples de valeurs donnés par les tableaux statistiques. Ce sont de véritables problèmes de mathématiques qui, une fois résolns, denneront les lois des phénomènes étudiés.

2. *Loi de continuité des phénomènes sociaux.*

L'exemple que nous avons traité dans le paragraphe précédent peut être facilement généralisé, de sorte que nous pouvons admettre que dans tout phénomène social il y a à considérer une ou plusieurs relations entre diverses quantités variables. Ces relations étant connues, la loi du phénomène est con-

nue par cela même. L'étude d'un phénomène social est ainsi ramenée à une étude analytique, dans laquelle l'observation, — et l'expérience dans les cas très rares où elle serait possible, — interviennent pour fournir les données numériques du problème et les moyens pour déterminer la forme des fonctions.

Il suit de là que certaines considérations et certaines propriétés générales des fonctions analytiques peuvent s'appliquer aussi aux phénomènes sociaux. Tel est *le principe de la continuité.*

Soit u nne fonction de diverses variables, x, y, z, t,... :

$$u = f\ (x,\ y,\ z,\ t, \ldots)$$

On dit que u est *fonction continue* de x, y, z, t,..., alors que chacune de ces dernières quantités variant infiniment peu, u varie aussi infiniment peu. Car il est possible aussi que x, y, z, t variant infiniment peu, u varie de quantités infiniment grandes ; il se peut encore qu'il y ait des interruptions dans la série des valeurs réelles de u, correspondantes à des valeurs réelles et continues des variables. Dans ces derniers cas, on dit que u est une *fonction discontinue.*

Voici des exemples.

Soit la fonction

$$y = 1 + 2\,x^2.$$

On peut donner à x toutes les valeurs réelles possibles depuis l'infini négatif jusqu'à l'infini positif, et pour chaque valeur de x on trouvera une valeur réelle de y ; et si deux valeurs consécutives de x diffèrent infiniment peu, les valeurs correspondantes de y diffèreront aussi infiniment peu ; y est donc une fonction continue de x.

Soit mainteuant

$$y = \frac{1}{x}.$$

Ici encore, x variant insensiblement depuis l'infini négatif jusqu'à l'infini positif, y varie aussi par degrés insensibles, d'abord depuis zéro jusqu'à l'infini négatif, et puis depuis l'infini positif jusqu'à zéro ; car y prend la valeur $-\infty$ qnant x devient nul en venant des valeurs négatives ; et il devient egal à $+\infty$, an moment où x devieut nul du côté des valenrs positives. Nous

disons donc que y est une fonction discontinue, car elle devient infinie, en passant en même temps brusquement de $-\infty$ à $+\infty$, au moment où x passe par la valeur zéro.

Soit enfin

$$y = \sqrt{x^2 - 1}.$$

Dans cet exemple, si x varie insensiblement de $-\infty$ jusqu'à -1 et de $+1$ jusqu'à $+\infty$, y varie aussi insensiblement de $+\infty$ jusqu'à zéro ; mais si x à une valeur comprise entre -1 et $+1$, y n'a plus aucune valeur réelle correspondante : elle devient *imaginaire*. Il y a discontinuité ici aussi, parce que les valeurs continues de y subissent une interruption entre celles qui correspondent à $x=-1$ et à $x=+1$.

Les figures suivantes montrent comment les choses se passent dans chacun de ces trois exemples.

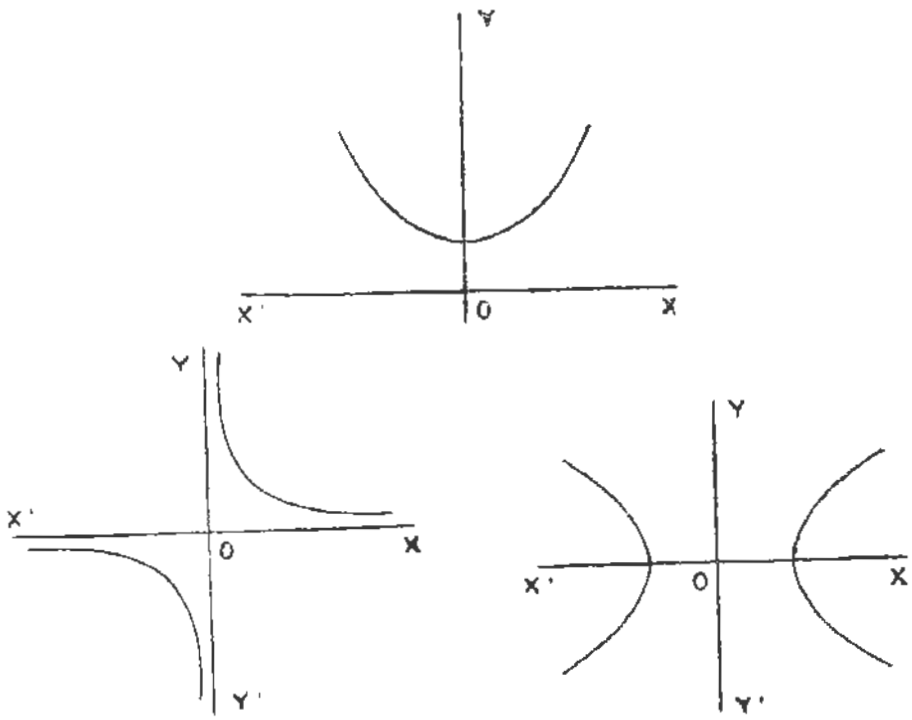


Fig. 9.

Un phénomène quelconque étant representé par une relation entre une fonction et certaines variables dont elle dé-

pend, il sera nommé *continu* tant que la fonction sera continue. Il sera continu aussi lorsque, la fonction étant discontinue, le phénomène est représenté seulement par une partie continue de la fonction. Ainsi, dans les deux derniers exemples, le phénomène s'appelera continu, s'il est représenté seulement par une partie de la branche de droite de la courbe.

Dans tous les autres cas, le phénomène sera *discontinu*.

Cela posé, nous pouvons énoncer la loi suivante :

Tous les phénomènes sociaux sont continus.

C'est par l'observation que l'on établit cette loi très générale.

En effet, c'est un fait d'observation qu'aucune fonction sociale ne prend jamais de valeur infinie entre les limites de l'observation ; cette cause de discontinuité ne se présente donc pas en sociologie. Bien entendu, cela ne veut pas dire que quelques-unes des variables qui figurent dans l'équation qui représente le phénomène ne soient susceptible de prendre dans cette équation des valeurs infinies ; mais ces valeurs ne sont jamais réalisées dans la vie sociale.

D'autre part, c'est encore un fait d'observation que, les conditions d'un phénomène social étant données, les changements d'état du corps social se font par degrés insensibles, et de sorte qu'il ne peut pas passer d'un état à un autre sans passer par tous les états intermédiaires. Cela veut dire que, si la loi du phénomène est représentée par une courbe ou par une partie d'une courbe comprise entre les points A et B, tous les points de la courbe compris entre ces deux points correspondront à des phases successives du phénomène, et qu'il n'y aura jamais d'interruption.

Enfin, dans aucun phénomène social, tant que ses conditions ne changent pas, on n'observe d'arrêt brusque.

Donc les phénomènes sociaux sont continus, tant que les conditions dans lesquelles ils se produisent ne changent pas.

Considérons maintenant le cas où les conditions du phénomène changent. Ce changement peut se produire de deux manières : ou bien d'une manière continue et par degrés insensibles, ou bien d'une manière brusque.

Dans le premier cas, il est évident que le phénomène aussi ne peut varier que d'une manière continue et par degrés insen-

sibles ; car, à un changement infiniment petit de la cause il ne peut correspondre qu'un changement infiniment petit de l'effet. On peut donc dire que la loi de continuité existe aussi dans ce cas.

Il reste à considérer le cas où les conditions du phénomène changent d'une manière brusque. Dans ce cas, on ne peut plus affirmer que la marche du phénomène n'éprouve pas, elle aussi, un changement brusque, et que par conséquent il n'y ait pas de discontinuité. Mais il faut remarquer que, dans ce cas, on a affaire en réalité à deux phénomènes distincts, dont chacun est continu : celui qui précède le changement survenu dans les conditions du phénomène, et celui qui suit ce changement, et qui est distinct du premier, puisqu'il correspond à des conditions différentes.

Du reste on verra plus bas (ch. V, 14) que même en cas de changement brusque dans les conditions d'un phénomène social, le changement du phénomène lui-même n'a pas lieu en général d'une manière brusque, mais qu'il y a presque toujours continuité, même dans ce cas.

* * *

Les exemples qui confirment la loi de continuité ne manquent pas.

Considérons l'institution de l'esclavage. L'origine de cette institution se perd dans la nuit des temps ; masi il est certain qu'elle ne s'est pas trouvée constituée dès le premier jour de l'apparition des sociétés humaines. Il a fallu qu'il y ait eu un premier homme qui, par sa force physique ou par son intelligence, ait réussi à asservir à sa volonté la volonté d'un autre homme. Ce premier exemple s'est propagé de proche en proche, de sorte que, dans la suite des temps, l'esclavage s'est trouvé constitué comme institution sociale ; mais il a fallu une longue suite de siècles pour qu'elle parvînt, graduellement et sans solution de continuité, au développement qu'on lui a vu prendre dans les antiques sociétés orientale, grecque et romaine.

Les conditions sous lesquelles cette institution prit naissance et se développa sont multiples. C'est d'abord le respect du droit de la force, base de toute société primitive, que le temps a transformée et atténuée, sans la faire disparaître entièrement. Ce fut aussi la religion, qui ne fit que donner la consécration

divine à ce que le droit de la force avait déjà réalisé. Ce fut encore la condition économique des sociétés, qui les obligea à recourir au travail servile, faute des travailleurs libres qui, dans les sociétés modernes, font vivre l'industrie.

Tant que subsistèrent ces conditions, et d'autres qui étaient propres aux temps lointains que nous considérons, l'esclavage évolua lentement et régulièrement, prenant des formes diverses, suivant les temps, le tempérament plus ou moins violent des peuples, la fréquence plus ou moins grande des guerres. L'esclavage fut un phénomène continu.

Mais de nouveaux facteurs intervinrent, qui changèrent les conditions d'auparavant. Ce fut le christianisme, qui attaqua dans ses fondements la théorie du droit de la force, et qui sapa les bases des religions dont l'esclavage était une des manifestations. Le christianisme changea donc deux des trois conditions que nous avons considérées, et il était naturel que l'institution de l'esclavage, qui en dépendait, en fût aussi atteinte. Mais l'introduction du cristianisme n'eut lieu que graduellement ; car, malgré le décret de Constantin, cette introduction, qui avait déjà commencé depuis près de trois siècles, en demanda encore plusieurs autres pour déraciner d'une manière plus ou moins complète les anciennes croyances religieuses et les conditions sociales qu'elles avaient créées. Nous avons donc ici un exemple pour la seconde partie de notre démonstration, celle où les conditions du phénomène changent graduellement ; et l'histoire nous dit combien lentement l'esclavage diminua, et puis disparut, puisqu'il survécut jusqu'à nos jours, et que ses traces n'ont pas encore complètement disparu.

On pourrait citer ainsi de très nombreux exemples qui démontrent la continuité des phénomènes sociaux, dans les cas où les conditions ne changent pas, ou changent seulement d'une manière continue. On peut dire que la loi de l'évolution n'est qu'un cas particulier de celle de la continuité, de sorte que tous les phénomènes sociaux qui impliquent la première de ces lois sont nécessairement continus.

Les exemples de discontinuité sont beaucoup plus rares. Tel serait le cas d'une population d'agriculteurs, habitant une région fécondée par un grand fleuve, qui, changeant de cours, abandonne la région et la rend stérile. La vie de la population

sera altérée d'une manière profonde ; car il faudra qu'elle émigre, ou bien qu'elle change complètement de genre de vie. Il y aura donc discontinuité dans la vie de cette population, produite au moment du changement du cours du fleuve ; mais il y a eu continuité avant, et il y en aura aussi après. Ce sont deux phénomènes distincts, car leurs conditions sont différentes ; le premier se passait dans une région fertile, le second dans un désert ; mais chacun d'eux est continu.

La continuité est donc une loi très générale, et elle s'impose à l'esprit de quiconque suit avec attention le mouvement des évènements historiques et sociaux. Les hommes d'état qui ont exercé une action durable sur la marche de l'humanité en ont été pénétrés, même si la loi ne se présentait pas à leur esprit d'une manière très précise. Par contre, elle est aussi trop souvent méconnue, ce qui n'est pas la moindre des causes qui retardent et embarassent le developpement normal des sociétés.

* * *

Supposons qu'un phénomène social soit représenté par une équation entre deux variables, ou par deux équations entre trois variables. Ces équations peuvent être représentées par une courbe plane dans le premier cas, et généralement par une courbe gauche dans le second.

La loi de continuité signifie que cette courbe ou la partie de cette courbe qui représente le phénomène, et que nous appellerons *la partie utile* de la courbe, est continue, en ce sens qu'elle n'est pas formée de deux ou plusieurs branches séparées les unes des autres, et qu'elle ne présente pas de point isolé, ni de point d'arrêt, ni de point anguleux, c'est-à-dire de point où deux branches de la même courbe se rencontrent avec des tangentes distinctes, comme dans la figure ci-jointe.

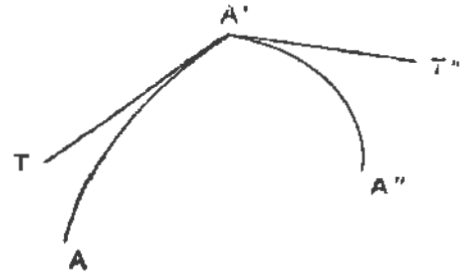


Fig. 10.

Si à un certain moment les conditions du phénomène changent, mais si elles changent d'une manière continue, le phéno-

mène est représenté, dans ses deux parties, par deux courbes distinctes; mais le passage d'une courbe à l'autre doit se faire d'une manière continue, ce qui signifie géométriquement que les deux courbes ont la même tangente à leur point de rencontre, ou qu'*elles se raccordent*. Telles sont les courbes BB′ et B′ B″, qui à leur point de rencontre B′ ont la même tangente TB′T′.

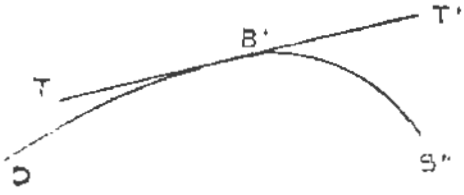


Fig 11.

Si les conditions du phénomène changent d'une manière brusque, les deux parties du phénomène, celle qui précède et celle qui suit le changement, sont représentées par deux courbes, DC et CE, qui ne se raccordent pas entre elles. En ce cas, si l'on a la possibilité de diriger la marche de l'évènement, on peut ménager la transition, en introduisant des conditions nouvelles telles, que entre les points D′ et E′ le phénomène, au lieu de suivre la ligne brisée D′CE′, suive la courbe D′E′, qui se raccorde en D′ avec DC et en E′ avec EC. De cette manière on peut faire disparaître la discontinuité qui avait lieu en C, et le phénomène devient continu.

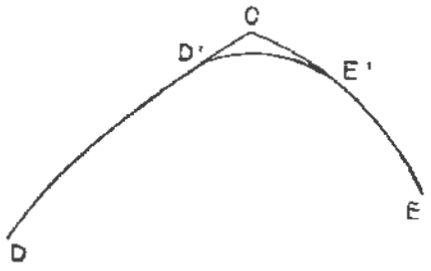


Fig. 12.

CHAPITRE III.

Mode de représentation des phénomènes sociaux.

1. *Mode de représentation en Mécanique Rationnelle.*

Les corps matériels sont considérés, en Mécanique Rationnelle, comme formés de *points matériels*, c'est-à-dire de particules matérielles infiniment petites.

Un point matériel est *en repos* tant que ses distances à trois points fixes sont invariables. Si ces distances changent d'un

moment à un autre, on dit que le point matériel donné est *en mouvement*.

On peut aussi se rendre compte de l'état de repos ou de mouvement d'un point matériel, en le rapportant à un système d'axes coordonnés fixes dans l'espace. Si le point M est en repos, ses coordonnées x, y, z sont constantes ; s'il est en mouvement, ces coordonnées varient.

On appelle *force* toute cause qui met un point en mouvement ,ou qui modifie le mouvement que ce point posséde déjà.

Pour qu'une force soit définie, il faut connaître : 1° son *point d'application*, c'est-à-dire le point matériel dont elle détermine le mouvement ; 2° sa *direction*, c'est-à-dire la ligne droite le long de laquelle elle ferait glisser son point d'application, si elle agissait seule sur lui ; 3° son *sens*, car on conçoit qu'une force peut faire avancer son point d'application, par exemple, de droite à gauche, ou de gauche à droite ; 4° son *intensité*.

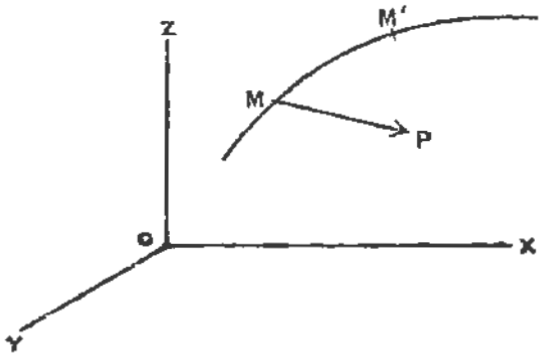


Fig. 13.

Si tous ces éléments sont donnés, la force est parfaitement déterminée, et elle peut être représentée par une droite MP, qui passe par le point d'application M, qui a la direction de la force, qui est dirigée dans le sens de son action indiqué par une flèche, et dont la longueur est proportionnelle à l'intensité de cette force. Une droite comme MP, qui est déterminée quant à sa direction, à son sens et à sa longueur, s'appelle un *vecteur*. Toute force peut être donc représentée par un vecteur.

On dit que deux forces ont des intensités égales, lorsque, appliquées successivement à un même point matériel, dans des conditions identiques et agissant pendant des temps égaux, elles impriment à ce point des mouvements identiques.

Si deux forces d'intensités égales sont appliquées à un même point en même temps, sur la même ligne droite et dans

le même sens, on conçoit que ces forces peuvent être remplacées par une force unique qui, agissant sur cette même ligne droite et dans le même sens, produise le même effet que les deux forces données agissant ensemble ; on dit que cette dernière force est deux fois plus grande que chacune des forces primitives. On peut définir, de même, une force trois, quatre..... fois plus grande qu'une autre ; et par généralisation on peut définir aussi deux forces qui sont entre elles dans un rapport quelconque, commensurable ou non.

* * *

On appelle *système matériel* une réunion de points matériels, en nombre fini ou infiniment grand, qui exercent les uns sur les autres certaines actions.

Ces actions peuvent être de simples forces ; tel est le cas des corps célestes qui constituent le *système solaire*, et qui ne sont soumis qu'à la force de l'attraction universelle s'exerçant entre eux.

D'autres fois, ces actions peuvent se traduire par certaines conditions que les positions des points matériels doivent remplir. Ainsi deux boules, liées entre elles par une barre rigide et inextensible, forment un système matériel. Cette *liaison*, qui dans cet exemple est réalisée d'un manière matérielle par l'introduction de la barre rigide, peut aussi être remplacée par une équation, qui exprime que la distance des centres des deux boules est constante. Dans les deux cas, il serait possible de remplacer, soit la barre rigide, soit l'équation qui exprime l'invariabilité de la distance, par une force choisie de telle manière, qu'elle annule à chaque instant la tendance que les deux boules auraient de se rapprocher ou de s'éloigner l'une de l'autre. Cette force sera nommée *force de liaison*, car elle remplace une liaison.

Si les liaisons imposées à un système matériel sont telles que toutes les distances réciproques des points matériels qui composent le système restent invarbles, le système matériel s'appelle *solide* ou *invariable*.

2. *Mode de représentation en Sociologie.*

On peut employer, dans l'étude des questions sociales, un mode de représentation analogue à celui que nous venons d'exposer.

Nous appellerons *société* ou *corps social* une réunion d'individus soumis d'un côté à leurs actions réciproques, et d'autre part à des actions extérieures.

L'individu est *l'élément* constitutif du corps social, car il est indivisible. Il joue, pour le corps social, le même rôle que l'atome pour un corps matériel.

Une société est essentiellement variable, non seulement parce que ses éléments changent continuellement, mais aussi parce que la situation respective, ainsi que les rapports de ces éléments entre eux changent, de même que les actions que cette société subit par suite des causes extérieures.

On pourrait se faire une idée de ces variations, si l'on disposait de certains termes fixes de comparaison. Mais pour trouver de pareils termes, il faut d'abord distinguer les variables dont l'état d'une société dépend à un moment quelconque.

Ces variables sont en très grand nombre. Il suffit de songer aux innombrables causes qui contribuent à la formation et au développement d'une société, pour voir à quel point le problème est compliqué.

Cependant, si l'on examine ces causes, on voit qu'elles peuvent être rangées en trois groupes, qui sont : les causes de nature *économique*, celles de nature *intellectuelle*, celles de nature *morale*.

Sans songer à faire une énumération complète, qui serait impossible, et pour le moment inutile, on peut donner quelques exemples pour chacun de ces trois groupes.

Le degré de fertilité du sol, les conditions du climat, la facilité des communications, les richesses naturelles du pays, les aptitudes de la population pour le commerce ou pour l'industrie, sa vigueur physique, la sécurité des relations, certaines prescriptions religieuses, telles que celles qui règlent le régime alimentaire et les jours de chômage, les conditions plus ou moins normales du développement du capital, la nature des relations existantes entre les facteurs qui règlent le travail, la répartition

de la richesse à un moment donné, les guerres, les épidémies, l'alcoolisme, les nouvelles inventions, toutes les causes qui influent sur la multiplication de la population, voilà, parmi tant d'autres, autant de causes qui concourent à déterminer l'état économique d'une société.

Parmi les causes de nature intellectuelle, nous avons le degré d'intelligence et la nature des aptitudes intellectuelles de la population, son degré d'instruction, le nombre et la valeur de ses institutions de culture, le développement des sciences et des arts, la fréquence de l'apparition d'hommes de génie ou de talent.

Les causes morales comprennent : les prescriptions de nature morale de la religion, les principes de la législation civile, l'institution de la famille et son mode de constitution, le degré de douceur ou de violence naturelles du tempérament de la nation, ses moeurs plus ou moins pures.

* * *

Une première observation que cette citation d'exemples suggère, c'est que, pour abréger le discours, nous avons été obligé plusieurs fois de nous servir d'une expression impropre. Ainsi, quand nous disons que l'institution de la famille et son mode de constitution est une des causes qui déterminent l'état d'un corps social, nous n'avons pas exprimé toute notre pensée ; car, si la constitution *actuelle* de la famille est une de ces causes *immédiates*, pour étudier le problème dans toute sa généralité il nous faudrait remonter aux causes originaires qui ont conduit, à travers les siècles, à la constitution actuelle de la famille. Pour employer le langage mathématique, nous dirons que l'état social est fonction de l'état de la famille, qui est lui-même fonction des causes qui l'on déterminé ; autrement dit, l'état social est fonction de fonction de ces dernières causes.

De même, ce n'est pas la législation qui imprime le caractère propre d'un société, mais bien l'ensemble des causes qui graduellement ont produit cette législation ; car celle-ci n'en est que le résumé et la représentation actuelle.

Cependant, pour l'objet que nous avons en vue, il sera possible très souvent de nous contenter de considérer seulement les causes les plus rapprochées ; et pour justifier tout de suite

cette manière de voir, nous dirons qu'on ne procède pas autrement dans les sciences. Ainsi, lorsque, en Mécanique Céleste, on traite le mouvement des astres, on considère la force de l'attraction universelle, sans se préoccuper des causes auxquelles cette force serait due. Cependant, il est évident que cette étude ne sera complète que le jour où elle pourra remonter jusque là.

Du reste, le progrès continuel des sciences tend à réduire sans cesse le nombre des causes considérées comme primordiales. C'est ainsi que le mouvement des corps célestes, après avoir été mis sur le compte de la volonté divine, ensuite sur celui des tourbillons, est aujourd'hui expliqué par l'attraction universelle, en attendat que l'on découvre la cause de cette même attracti n. Il est sûr que le jour où l'existence de l'éther aura été mise tout-à-fait hors de discussion et où l'on en connaîtra les propriétés, bon nombre des causes que l'on considère aujourd'hui comme causes premières trouveront leur explication et cesseront de l'être.

En Sociologie on est d'autant plus autorisé à procéder comme dans les autres sciences d'observation que, sans parler de la complication extrême d'une étude qui remonterait aux causes éloignées, nous sommes forcés de nous contenter, pour longtemps encore, d'une approximation beaucoup plus grossière que dans les sciences exactes. Les lois sur lesquelles s'appuient les théories des sciences sont en général des lois précises, que l'on peut facilement exprimer par des formules simples ; telle . de l'attraction universelle ; tandis qu'en Sociologie, il faudra encore de longues années d'étude et d'observation, avant d'arriver à dégager certaines lois générales. En attendant, nous serons obligés de nous contenter d'introduire dans nos études et dans les équations que nous réussirons à établir seulement des lois empiriques, qui par là même seront forcément de lois approximatives. Il s'agira seulement de pousser cette approximation aussi loin que possible.

* * *

Une seconde observation que nous devons faire sur la classification que nous avons établie ci-dessus, c'est qu'elle n'est pas absolue, en ce sens que certaines causes rangées dans une des trois classes peuvent subir l'influence de causes qui font partie d'une autre classe. Ainsi, les nouvelles inventions sont bien une

des causes les plus énergiques de l'évolution économique sociale ; mais il est évident qu'elles sont en relation directe avec l'état de développement intelectuel du corps social.

Cela veut dire que ces deux variables ne sont pas indépendantes l'une de l'autre. Pour nous rendre compte de la manière dont elles sont liées entre elles, il nous faudrait remonter à la variable dont elles dépendent toutes des deux, c'est-à-dire à l'intelligence, et établir son mode de production et d'action. Malheureusement nous sommes encore loin de posséder cette connaissance, et c'est à peine si nous connaissons, souvent d'une façon très incomplète, les manifestations de cette intelligence. Cela étant, nous nous contenterons, en première approximation, ainsi que nous venons de le faire dans l'observation précédente, de considérer comme indépendantes les unes des autres les trois groupes de causes qui agissent sur le corps social.

* * *

Pour mieux faire saisir le sens et la portée de ces considérations, nous croyons utile de mettre en regard de ce que nous venons de dire un exemple pris dans une science admirable par la précision de ses résultats.

Considérons le soleil S et deux planètes, A et B. L'attraction newtonienne s'exerce entre S et A, entre S et B. Mais elle s'exerce aussi entre A et B. Seulement, comme la masse des planètes est beaucoup plus petite que celle du soleil, il est clair que l'attraction que chacune des planètes A et B subit de la part du soleil est beaucoup plus grande que celle que cette planète subit de la part de l'autre planète.

Si la planète A était soumise à la seule attraction du soleil S, elle décrirait une ellipse, d'après certaines lois bien connues, sous le nom de *lois de Kepler*. Mais l'attraction de B vient *troubler* ce mouvement, et y produire ce que l'on appelle des *perturbations* ; c'est-à-dire que A, au lieu de décrire une ellipse exacte autour de S, décrit une courbe qui ne fait que se rapprocher d'une ellipse. Et il en est de même pour B.

Pour calculer ces perturbations pour A, on coupe la difficulté en deux : on suppose d'abord que B continue son mouvement elliptique comme si A n'existait pas, et on calcule la perturbation produite par B dans cette hypothèse ; c'est la *pertur-*

bation du premier ordre. Mais cette hypothèse n'est pas exacte, du moment que B, troublé par A, ne suit pas exactement une ellipse. Alors on corrige le premier résultat, en faisant un second calcul, dans lequel on tient compte aussi du fait que B, au lieu de suivre une ellipse exacte, suit une courbe déterminée par l'action perturbatrice de A. C'est la *perturbation du second ordre*.

Il est remarquable que, dans le système solaire, à cause de la grandeur de la masse du soleil, les diverses perturbations dont nous avons parlé suivent un ordre de décroissance très rapide. Ainsi, la perturbation du premier ordre est beaucoup moins considérable que l'action que le soleil exerce directement sur la planète : et la perturbation du second ordre est aussi très petite par rapport à celle du premier ordre.

On voit que la méthode suivie par nous dans ce que nous avons dit ci-dessus revient à celle qui sert en Mécanique Céleste : nous tenons compte, en première ligne, de l'action exercée sur le corps social par les diverses causes qui agissent sur lui, en négligeant d'abord celles que ces causes exercent les unes sur les autres ; c'est la première approximation ; et nous réservons pour une étude à faire ultérieurement celle dans laquelle on tiendra compte aussi des actions que ces causes exercent entre elles ; ce sera la seconde approximation. Cette seconde étude ne viendra probablement qu'assez tard, vu la grande difficulté que présentera déjà la première.

* * *

Tout cela étant posé, considérons séparément le groupe des causes de nature économique, et supposons que ces causes agissent simultanément sur un individu donné. Elles produiront sur cet individu un certain changement d'état social, qui peut être plus ou moins considérable ; et l'on conçoit que l'on peut comparer entre eux les effets que des causes différentes produiraient sur le même individu dans des temps égaux. Il serait donc possible de mesurer l'intensité d'une de ces causes, en cherchant le rapport de l'effet produit par elle à celui produit par une quelconque de ces causes, prise comme terme de comparaison.

Il en serait de même si nous considérions séparément les causes de nature intellectuelle et celles de nature morale.

Il est vrai que la réalisation de cette mesure est une chose qui est plus facile à concevoir qu'à effectuer, car il est très difficile d'établir des critériums d'après lesquels de pareilles mesures pourraient être faites. L'état intellectuel d'un individu, par exemple, ne peut pas être jugé seulement d'après son degré d'instruction ; il y a bien d'autres choses encore dont il faut tenir compte. Il n'en est pas moins vrai que la représentation de l'in- tensité de ces actions comme celle de grandeurs bien déterminées se présente à l'esprit comme une chose parfaitement rationnelle, malgré les difficultés auxquelles sa réalisation pourrait donner lieu.

D'autre part, deux individus quelconques étant donnés, on comprend que l'on peut établir une comparaison entre leurs états économiques, même si par ce mot on entendait non seulement leur état de richesse ou de pauvreté, mais l'ensemble des conditions qui déterminent le bien-être physique et matériel de chacun d'eux. On peut donc concevoir comme une grandeur déterminée ce que nous pourrions appeler *l'avoir économique* d'un individu. Et il en est de même de son état intellectuel et de son état moral.

Nous appellerons *état social* ou *situation sociale* d'un individu l'état défini par l'ensemble des trois grandeurs qui représenteront son avoir économique, son avoir intellectuel et son avoir moral.

Cela étant, convenons une fois pour toutes de représenter respectivement par x, y et z les grandeurs qui représenteraient l'avoir économique, l'avoir intellectuel et l'avoir moral d'un individu.

Prenons trois axes rectangulaires, OX, OY et OZ, et construisons le point M dont les coordonnées sont les valeurs x, y, z relatives à un individu donné et à un moment donné, telles qu'elles ont été définies ci-desus. Si la position de ce point par rapport aux axes OX, OY, OZ est connue, nous connaîtrons par cela même la situation sociale de l'individu, car nous connaîtrons les valeurs x, y, z, qui caractérisent cette situation.

Les trois axes OX, OY, OZ définissent un espace que nous appelerons *l'espace social*. Si l'on donne les coordonnées x, y, z d'un individu, on définit par là sa position dans l'espace social.

Il importe, pour éviter les confusions, que la situation et le sens des axes coordonnés soient parfaitement définis.

Nous conviendrons de prendre comme sens positif des axes OX, OY, OZ celui dans lequel l'avoir économique, intellectuel et moral de l'individu va en augmentant.

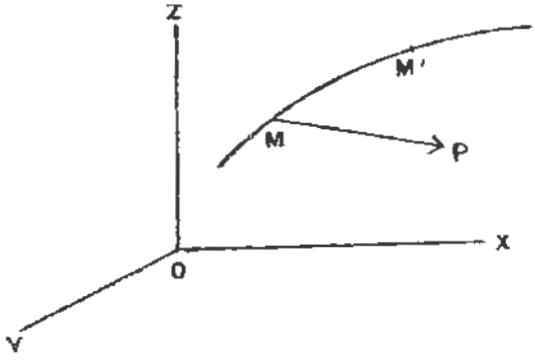


Fig. 14.

Nous prendrons comme origine des coordonnées le point pour lequel l'avoir économique, intellectuel et moral serait nul.

* * *

L'état social d'un individu est généralement variable, par suite de la variation des circonstances qui peuvent avoir une certaine influence sur cet état. Par conséquent le point qui représente cet état varie aussi, et cette variation est continue, puisque les phénomènes sociaux sont continus. Donc la suite des positions que ce point occupera dans l'espace social formera une courbe continue. Nous l'appellerons *la trajectoire* ou la *courbe sociale* de l'individu. Si cette courbe est connue entre deux points, on aura la représentation de la *vie sociale* de l'individu entre ces deux points, et réciproquement.

Un individu sera *en repos social* tant que les coordonnées du point qui représente son état social ne changent pas ; il est *en mouvement social*, si ces coordonnées changent.

Nous appellerons *force sociale* toute cause qui peut produire uu mouvement social, ou modifier un monvement déjà existant.

Toutc force sociale peut être représentée par un vecteur MP dans l'espace social ; car il est facile de voir qu'elle réunit tous les éléments nécessaires pour définir un vecteur. En effet, ce vecteur aura comme point d'application le point M qui repré-

sente l'état social actuel de l'individu auquel la force sociale est appliquée ; il aura comme direction et comme sens, la direction et le sens dans lequel la force tendrait à déplacer son point d'application, si ce point était en repos et exempt de toute autre cause de mouvement. Il est evident que cette direction sera parallèle à l'axe OX, si la force considérée ne tend à faire varier que l'état économique de l'individu ; elle sera parallèle à OY ou à OZ, si elle fait varier seulement l'état intellectuel ou seulement l'état moral de l'individu ; et elle sera plus ou moins inclinée sur chacun de ces axes, dans le cas où elle ferait varier en même temps deux ou trois de ces états.

Enfin le vecteur sera représenté comme grandeur par une longueur proportionnelle à l'intensité avec laquelle la force sociale agit sur l'individu.

3. *Observation sur les considérations précédentes.*

Le mode que nous venons d'exposer pour la représentation du mouvement social et l'introduction de la notion de l'espace social ont une importance particulière qui nous oblige à nous y arrêter encore.

La représentation que nous proposons peut être utile, rien que par le fait de rendre pour ainsi dire sensibles à l'oeil certains phénomènes dont l'étude est rendue encore plus difficile par le vague où ils flottent.

Il ne faut pourtant pas perdre de vue que l'emploi des trois coordonnées que nous avons choisies ne sera qu'une première étape. Ainsi que nous l'avons déjà dit, on devrait choisir comme coordonnée les variables indépendantes dont les phénomènes sociaux dépendent. Cela ne pourra pas être fait avant que l'étude des forces sociales soit assez avancée pour permettre de distinguer quelles sont les variables sociales qui sont entièrement indépendantes. Ces variables une fois connues, on représentera leurs valeurs par des longueurs portées sur autant d'axes coordonées.

Le nombre de ces variables pourra être de une, de deux, ou de trois ; mais il pourra aussi être plus grand que trois. En ce cas, l'espace social sera un espace à plus de trois dimensions, ou un *hyperespace*. Une représentation géométrique de cet espace

ne sera plus possible, et les propriétés, ainsi que les formules de l'équilibre et du mouvement social que nous établirons plus loin, devront être généralisées pour cet espace à plus de trois dimensions.

En attendant, nos formules et nos propriétés ne seront vraies que jusqu'à la première approximation, celle où nous négligeons les variations des phénomènes sociaux provenant de l'action des forces de chacun des groupes économique, intellectuel et moral, les unes sur les autres.

* * *

Dans ce qui suit, nous serons obligés de chercher quelques exemples pris dans la vie des sociétés, soit pour vérifier un résultat établi par simple raisonnement, soit pour aider le raisonnement par des faits observés. Le choix de ces exemples sera assez malaisé. En effet, si on les prend dans les sociétés les plus civilisées, qui sont aussi les mieux connues, comme la vie de ces sociétés est extrêmement compliquée, il est très difficile de distinguer les effets produits par des causes souvent très diverses. Si d'autre part on s'adresse aux sociétés primitives, dont la vie est si simple et où la relation des causes et des effets est relativement facile à démêler, ces sociétés présentent généralement l'inconvénient d'être assez mal connues. Dans tous les cas, nous éviterons autant que possible d'avoir recours aux exemples contemporains : avec eux, on risque trop de devenir moins objectif ; et d'ailleurs, on a trop peu de recul pour les juger avec toute l'ampleur que le sujet exige.

CHAPITRE IV.

Statique sociale.

1. *Equilibre, composition et résultante des forces sociales.*

Considérons un certain nombre de forces sociales, P, appliquées à un individu, ou à une société composée d'un certain nombre d'individus. On dit que ces forces se font *équilibre*, lorsque par leur suppression on ne change en rien l'état de repos ou de mouvement social que l'individu, ou la société, possédait avant cette suppression.

On voit par cette définition que l'état d'équilibre d'un système de forces sociales n'implique nullement l'état de repos social de l'individu ou de la société auxquels il est appliqué.

Il peut arriver que, un système quelconque de forces sociales P étant donné, il soit possible de trouver une force unique R′ qui, ajoutée aux forces données, leur fasse équilibre. Si l'on considère une force R, égale et directement opposée à R′, cette force R est aussi capable de faire équilibre à R′. Par conséquent, l'action de la force R est équivalente à celle du système des forces, P, puisque, l'une aussi bien que l'autre est capable d'équilibrer la force R′. On dit alors que la force R est la *resultante* des forces P, et ces dernières sont les *composantes* de R.

On voit, par cette définition même, que lorsque plusieurs forces se font équilibre, l'une quelconque d'entre elles est égale et directement opposée à la résultante de toutes les autres.

* * *

On démontre en Mécanique Rationnelle les propositions suivantes :

1º. Lorsque un certain nombre de forces agissent sur un point matériel suivant la même ligne droite, et si l'on considère comme positives les forces qui tirent dans un sens et comme négatives celles qui tirent dans le sens opposé, ces forces ont toujours une résultante qui agit suivante la même ligne droite et dont la valeur est égale à la somme algébrique de ses composantes. Si cette somme est nulle, les forces données se font équilibre.

2º. Si deux forces P et P′ agissent sur un même point matériel M dans des directions différentes, elles ont toujours une résultante, qui est représentée, en grandeur et en direction, par la diagonale MR du parallélogramme construit sur les forces P et P′.

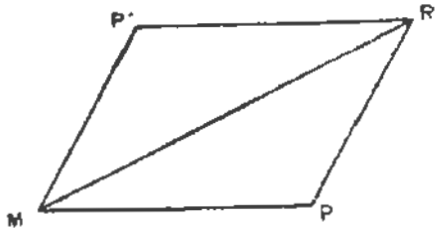


Fig. 15.

3º. Lorque un système de plusieurs forces concourantes, P, P′, PP″... agit sur un même point matériel M, elles ont toujours une résultante qui est représentée en grandeur et en direction par la ligne droite MR qui ferme le contour polygonal formé

par les droites successives MP, PP_1, P_1P_2..., respectivement égales, parallèles et de même sens que les forces P, P', P''... Lorsque les forces sont au nombre de trois, le polygone de composition peut être remplacé par un parallélipède. Si le contour polygonal se ferme de lui-même, de sorte que la droite MR se réduise à zero, les forces données se font équilibre.

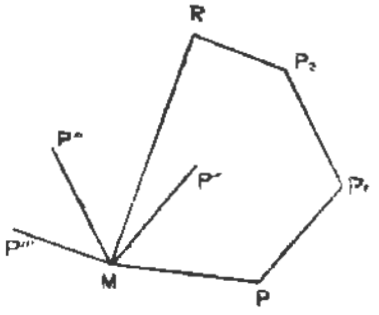


Fig. 16.

4°. Réciproquement, une force MR étant donnée, on peut toujours la remplacer par un système équivalent de deux ou plusieurs autres forces, MP, MP' MP'',... qui agissent suivant des droites données. On dit alors que la force MR a été *décomposée* suivant les directions MP, MP',... Cette décomposition ne peut se faire que d'une seule manière si le nombre des directions données, MP, MP',... ne dépasse pas trois ; elle peut se faire d'une infinité de manières dans le cas contraire.

5°. Lorsque un système de forces parallèles est appliqué à un système invariable de points matériels, il peut se réduire dans le cas général à une résultante unique, et dans certains cas particuliers à un système de deux forces égales, parallèles et de sens contraires, MP et M'P', qui forment ce que l'on appelle un *couple de forces*. Dans le cas où il existe une résultante unique, son point d'application s'appelle le *centre des forces parallèles*, et on démontre que la position de ce point ne change pas par rapport au corps considéré, lorsque la direction des forces change, sans que le rapport entre les grandeurs de ces forces ou leurs points d'application varient. Dans le cas de la pesanteur, ce centre porte le nom particulier de *centre de gravité*.

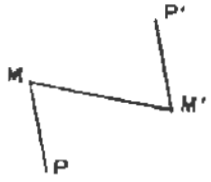


Fig. 17.

6°. Dans le cas général, les forces appliquées à un système invariable se réduisent à une force unique et à un couple unique. La force tend à imprimer au système un mouvement de translation, le couple un mouvement de rotation. Ce n'est que dans des

cas particuliers que les forces données peuvent se réduire soit à une force unique, soit à un couple unique. Pour que le système soit en equilibre, il faut et il suffit que cette force et ce couple uniques soient séparément nuls.

* * *

Nous avons démontré ci-dessus (ch. III, 2) que les forces sociales peuvent être représentées géométriquement par des vecteurs, de même que les forces physiques.

Il est facile d'appliquer à ces vecteurs exactement les mêmes raisonnements qu'en Mécanique Rationnelle, pour arriver à des conclusions analogues. On peut démontrer ainsi :

1°. Que plusieurs forces sociales appliquées à un même individu suivant la même direction peuvent être remplacées par une force unique, agissant suivant la même direction et égale à leur somme algébrique. Ainsi, deux forces purement économiques, par conséquent parallèles à l'axe OX, s'ajouteront si elles sont de même sens, et se retrancheront l'une de l'autre si elles sont de sens contraires.

2°. Que les forces sociales de direction quelconque qui agissent sur un même individu se composent et se décomposent d'après la règle du parallélogramme, du parallélipipède et du polygone des forces. Comme conséquence, on peut remplacer par une seule toutes les forces sociales qui agissent sur un individu, ce qui permettra d'en simplifier l'étude. On pourra aussi renverser la question, et, pour atteindre un certain but pour lequel une force sociale MR serait nécessaire, remplacer cette force par un certain nombre d'autres forces, plus facilement réalisables, et choisies de telle manière que leur résultante soit MR. Cette substitution ne pourra se faire que d'une seule manière si MR ne doit être remplacée que par deux ou par trois autres forces dont la direction est donnée ; elle pourra se faire d'une infinité de manières, si le nombre des composantes est plus grand que trois.

3°. Généralement rien n'autorise à considérer le corps social comme invariable. Au contraire, la position sociale des individus qui le composent change sans cesse, et par conséquent *la forme* du corps social change aussi. Cependant, comme ces changements ne peuvent se produire que dans un temps qui

n'est pas nul, il est permis de considérer le corps social, à un moment donné, comme invariable pour un temps très court. Les forces extérieures appliquées à ce corps pouvant se réduire à ce moment à une force unique et à un couple unique, on voit que le corsp social a à chaque moment une tendance d'avancer par un mouvement de translation, et en même temps une tendance à tourner autour d'un axe dont la position peut être déterminée. Si le corps social conservait une forme invariable, ces doubles mouvements infiniment petits dépendraient seulement des forces qui agissent sur le corps social, et leur succession déterminerait complètement le mouvement social ; mais comme cette forme change aussi, le mouvement du corps social ne dépend pas seulement des doubles mouvements infinitésimaux dont nous venons de parler, mais aussi du changement continuel de la forme du corps social.

1º. Le changement infinitésimal de la forme du corps social à un moment donné sera determiné, si l'on connaît à ce moment les forces extérieures qui agissent sur ce corps, ainsi que les actions réciproques des individus qui le composent.

2. *Centre de gravité d'un corps social.*

Tout corps de forme invariable a un centre de gravité, dont la position par rapport au corps reste invariable, à la condition que la forme du corps ne change pas.

La forme d'un corps social étant essentiellement variable, il ne remplit pas cette condition, de sorte qu'il n'y aurait pas lieu de considérer le centre de gravité d'un pareil corps. Mais comme aucun changement social ne peut se produire d'une manière instantanée, on peut admettre qu'à un moment donné et pour un temps très court la forme du corps social reste invariable, et alors on peut songer à déterminer son centre de gravité pour ce moment-là.

La Mécanique Rationelle établit des formules pour le calcul de la position du centre de gravité d'un corps de forme donnée, quand on connaît la grandeur des forces parallèles qui agissent sur chacun des points matériels qui le cămposent. Ces formules seront applicables aussi pour un corps soci l, si l'on y remplace les forces mécaniques par les forces sociales et les points matériels par les individus.

Considérons, par exemple, un intérêt économique quelconque qui touche à toutes les classes d'une société, et, pour préciser, supposons qu'il s'agisse d'établir des droits de douane sur le blé. L'importance de ces droits aura une influence sur le prix du pain, qui est un article de première nécessité pour tous les invididus qui composent la société, qu'ils soient riches ou pauvres. Mais cette nécessité n'affecte pas d'une manière égale tous ces individus : pour le riche, une augmentation du prix du pain n'a pas la même importance que pour le pauvre, dont cette augmentation entame les moyens d'existence d'une manière autrement sensible que pour le riche. Il convient donc, pour tenir compte de cette différence, d'affecter chaque individu d'un coefficient d'autant plus grand que ses moyens d'existence sont plus réduits, et de multiplier par ce coefficient la force sociale qui représente pour chaque individu l'augmentation du prix du pain. Les forces ainsi obtenues seront parallèles, puisque, étant des forces purement économiques, elles sont toutes parallèles à l'axe OX ; on peut donc chercher leur centre.

Voici un autre exemple. Soit un corps social composé de deux seuls groupes, celui des agrariens, A, et celui de industriels, B. Supposons que A et B soient des coefficients numériques proportionnels à l'importance économique de chacun de ces groupes.

Il s'agit d'établir des droits de douane. Les agrariens ont intérêt à ce que ces droits soient aussi élevés que possible pour les céréales, afin de protéger leur propre production ; par contre, ils désirent imposer le moins possible les produits industriels, autant pour les avoir à meilleur compte que pour donner une compensation à l'étranger. C'est le contraire qui arrive pour les industriels, qui désirent se protéger contre la concurrence étrangère et avoir le pain bon-marché. Soit α le rapport que les agrariens prétendent établir entre les droits sur les céréales et ceux sur les produits industriels ; soit β la valeur de ce rapport exigé par les industriels. Le poids dont α jouit dans la question est évidemment proportionnel à l'importance A du groupe qui le soutient, et en est de même pour β. Mais le législateur ne doit pas considérer seulement les intérêts purement matériels des deux groupes en présence ; il a le dévoir de tenir compte de tous les intérêts sociaux qui lui sont confiés, et qui imposent

qu'à un moment donné le centre de gravité de la société se rapproche tantôt de tel groupe, tantôt de tel autre. Si, par exemple, le groupe B était très peu nombreux par rapport à A, il risquerait d'être écrasé, si on ne tenait compte que de son importance numérique, ce qui ne peut pas être admis, surtout si nous supposons que ce groupe représente la partie la plus intelligente, ou la plus active, ou la plus solide de la population. C'est le législateur qui, tenant compte de toutes les circonstances, doit affecter chaque groupe d'un coefficient proportionnel à son importance dans la question. La position du centre de gravité de la société, pour la question spéciale que l'on a en vue, poura alors être déterminée par les formules habituelles de la Statique Rationnelle.

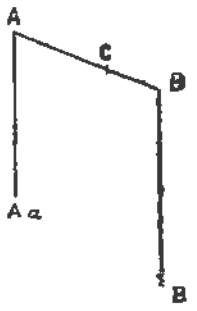


Fig. 18.

Cela fait, l'équation connue

$$\frac{A\alpha}{B\beta} = \frac{BC}{AC}$$

donne la valeur du rapport $\frac{\alpha}{\beta}$ que l'on doit établir entre les prétentions des deux groupes rivaux.

Cette manière de procéder est déjà appliquée quelquefois ; c'est ainsi que les ingénieurs pour, déterminer l'emplacement d'une gare, cherchent le centre de gravité des localités qu'elle doit desservir, après les avoir affectées respectivement d'un coefficient proportionnel à leur importance au point de vue du trafic.

3. *Principe des vitesses virtuelles.*

Le principe des vitesses virtuelles, que l'on démontre en Mécanique Rationnelle, est une propriété très générale de l'équilibre des forces mécaniques appliquées à un système matériel quelconque. Voici en quoi il consiste.

Soit un système composé des points matériels A, A′,A″, ..., qui sont soumis à des forces, P, P′, P″.... ainsi qu'à certaines conditions imposées d'avance et auxquelles ils doivent satisfaire. Ainsi, on peut imposer les conditions que les points A et A′ restent à une distance constante l'une de l'autre, que A″ soit obligé de rester sur une surface fixe, que A‴ ne s'écarte pas d'une certaine courbe, et ainsi de suite. On appelle *liaisons* ces conditions imposées au système.

Considérons deux positions du système, infiniment voisines l'une de l'autre, et dont chacune satisfasse à toutes les conditions imposées. Soient A et a les deux positions infiniment voisines de l'un quelconque des points du système, et P la force appliquée a ce point. La droite infiniment petite Aa s'appelle *la vitesse virtuelle* ou *le mouvement virtuel* du point A.

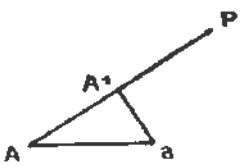


Fig. 19.

Le mot *virtuel* indique que le mouvement Aa n'est pas un mouvement réel, tel que la force P pourrait le produire, en égard aux conditions imposées au système. C'est un simple déplacement purement géometrique que l'on pourrait imprimer au point A, sans se préocuper des forces P, mais avec la seule préoccupation que les liaisons imposées au système soient satisfaites.

Cela étant, on conçoit que, en général, il est possible d'imprimer à un système donné, et avec les liaisons données, une infinité de mouvements virtuels. Ainsi, si les points A et A′ doivent rester à une distance constante l'un de l'autre, on peut déplacer n'importe comment dans l'espace la droite AA′, et la condition sera remplie, tant que la longueur de cette droite ne variera pas. De même, si on impose à A″ la condition de se trouver sans cesse sur une surface fixe, il sera permis de déplacer A″ sur cette surface dans n'importe quelle direction autour de sa position actuelle.

On appelle *moment virtuel* de la force P appliquée au point A du système, le produit $P \times AA_1$ de la valeur P de la force par la projection orthogonale AA_1 de la vitesse virtuelle Aa sur la direction de la force P.

Le principe des vitesses virtuelles s'énonce ainsi :

Si un système matériel est soumis à un système de forces et à un certain nombre de liaisons, et si ces forces se font équilibre, la somme algébrique des moments virtuels de toutes ces forces est nulle pour tous les mouvements virtuels du système qui sont compatibles avec les liaisons qui lui sont imposées.

Cette propriété s'exprime par l'équation

$$\sum P \times AA_1 = 0.$$

* * *

Il existe, en Mécanique Rationnelle, plusieurs manières de démontrer le principe des vitesses virtuelles. Il est facile de vérifier que, avec la manière de représentation que nous avons admise au ch. III et avec les réserves que nous y avons formulées, ces démonstrations s'appliquent aussi pour les forces sociales qui agissent sur un corps social. Nous pouvons donc formuler le principe suivant :

Si un corps social quelconque est soumis à certaines forces sociales et à un certain nombre de liaisons, et si ces forces se font équilibre, la somme algébrique des moments virtuels de toutes ces forces sociales est nulle pour tous les mouvements virtuels du corps social qui sont compatibles avec les liaisons qui lui sont imposées.

* * *

En Mécanique Rationnelle, les liaisons imposées à un système matériel s'expriment généralement par des équations entre les coordonnées des points matériels qui le composent ; quelquefois aussi elles s'expriment par des inégalités. En ce dernier cas, l'énoncé du principe subit une modification en ce sens, que la somme des vitesses virtuelles doit être nulle ou négative pour tous les mouvements virtuels qui sont possibles dans un seul sens, considéré comme positif.

Il en sera de même en Mécanique Sociale. Les conditions imposées à un corps social pourront quelquefois s'exprimer par des équations. Pour un militaire, pour un moine, la discipline sévère à laquelle ils sont soumis impose à leur mouvement social des limites telles, qu'ils ne peuvent s'écarter de la ligne qui leur est tracée et qui est connue d'avance ; c'est par des équations que cette ligne pourra être représentée. Dans le régimes des castes, le développement social de l'individu est limité dans certaines directions, quelquefois dans toutes : il ne peut pas prétendre à une instruction qui dépasse un certain niveau, son état moral ne peut pas s'élever au-delà d'une certaine limite, sa richesse ne peut pas grandir trop, il n'a pas droit à l'acquisition de la terre. Dans ce régime, l'individu peut être considéré comme étant libre de se mouvoir à l'intérieur d'une certaine surface, qu'il ne peut pas franchir. Ce sont des inégalités qui exprimeront cet état de choses, en écrivant que, pour telle direction,

les coordonnées de l'individu seront inférieures ou tout au plus égales à celles du point de la surface qui se trouve sur cette direction.

* * *

Il peut sembler que le principe des vitesses virtuelles, que nous venons d'établir en Mécanique Sociale, soit plutôt une curiosité scientifique qu'une acquisition de quelque utilité pratique en Sociologie. Il n'est pas sûr qu'il en soit ainsi. Dans l'histoire des sciences, les exemples sont nombreux où des principes abstraits, à première vue complètement inutilisables, sont devenus le point de départ de théories et d'applications importantes. En Mécanique Rationnelle, le principe même des vitesses virtuelles et celui de d'Alembert sont devenus, entre les mains de Lagrange, la base de la science dont l'ensemble présente la plus parfaite unité. Les lois de Ohm, si longtemps méconnues, sont aujourd'hui le fondement le plus solide des merveilleuses applications de l'électricité ; et ainsi de suite. Il n'y a pas de raison de croire que la Sociologie seule fera éternellement exception.

I. *Stabilité de l'équilibre social.*

En Mécanique Rationnelle, lorsque un système de forces quelconques appliquées à un système matériel se font équilibre, on dit que cet équilibre est *stable* alors que, le système matériel étant écarté très peu de sa position d'équilibre, il tend à y revenir. L'équilibre est *instable*, lorsque le système tend à s'éloigner de plus en plus de sa position d'équilibre.

Soit, par exemple, un système composé d'un seul point matériel soumis à la seule force de la pesanteur, et obligé à rester sur une courbe fixe CC'.

Il est évident que notre point matériel sera en équilibre s'il est posé en A, qui est le plus bas de tous les points de la courbe qui lui sont immédiatement voisins. Il est évident aussi que si nous écartons très peu notre mobile sur la courbe, à droite ou à gauche du point A, son poids le fera retomber le long de cette courbe et le rapprochera de nouveau de A, de sorte que, après quelques oscillations, il y restera de nouveau en équilibre. Cet équilibre est donc stable.

Le mobile sera en équilibre aussi au point B, qui est plus élevé sur la courbe que ceux qui le précèdent et qui le suivent ; mais si le mobile est déplacé très peu sur sa courbe à droite ou à gauche de B, son poids le fera glisser sur cette courbe et l'éloignera de plus en plus de B ; c'est un équilibre instable.

Considérons encore un solide pesant dont un des points est fixe. Ce solide sera en équilibre stable, si son centre de gravité se trouve placé sur la même verticale que le point fixe, et au-

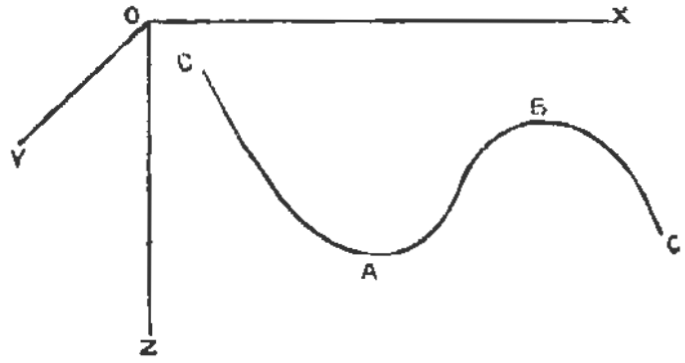


Fig. 20.

dessous de lui ; l'équilibre sera instable, si le centre de gravité se trouve au-dessus du point fixe.

Dans le cas général il n'est pas aussi facile de discerner si l'état d'équilibre d'un système est stable ou non, et l'établissement d'une théorie mathématique générale de la stabilité de l'équilibre demanderait de grands efforts. Cependant on est déjà parvenu à démontrer quelques propriétés utiles.

Le principe des vitesses virtuelles ayant lieu pour tout système de forces en équilibre, l'équation.

$$\sum P \times AA_1 = 0,$$

établie au paragraphe précédent doit avoir lieu. Or il arrive très souvent qu'il existe une fonction telle, que $\sum P \times AA_1$ est sa différentielle totale exacte. On démontre d'autre part qu'une des conditions pour que la fonctio soit maximum ou minimum, est que sa différentielle totale soit nulle.

Supposons que les données de notre problème soient telles que la fonction existe. Comme dans l'état d'équilibre la diffé-

rentielle totale $\sum P \times AA_1$ de cette fonction est nulle, il s'en suit que dans cet état la fonction doit être maximum ou minimum, si de plus certaine autre condition mathématique est aussi remplie. Or on démontre que *si la fonction* φ *existe et si elle est maximum, l'equilibre est toujours stable.* Si la fonction est minimum, on ne peut plus affirmer si l'équilibre est stable ou non ; il faut alors examiner chaque cas particulier, pour savoir à quoi s'en tenir.

La fonction φ en Mécanique Rationnelle une signification précise ; elles s'appelle la *fonction des forces*, et elle représente la somme d'énergie dépendée dans le mouvement et pendant le temps considérés. (Voir plus bas, ch. V, 10).

* * *

Si nous passons maintenant aux phénomènes sociaux, nous voyons que les conséquences précédentes s'y appliquent aussi, du moment que ces phénomènes sont aussi sujets au principe des vitesses virtuelles.

Nous dirons donc que pour que l'équilibre d'un système de forces sociales appliquées à une société donnée dans des conditions données soit stable, une première condition doit être remplie, celle que la fonction des forces existe. Si elle existe et si elle est maximum, l'équilibre est stable. Mais il peut être stable aussi dans des cas où la fonction des forces serait minimum ; seulement ces cas ne peuvent pas être prévus d'une manière générale, et pour les établir, il faut étudier chaque cas en particulier.

* * *

Essayons maintenant de nous rendre compte de la signification de ces résultats.

Remarquons d'abord que le mouvement social est à chaque instant le résultat des forces sociales auxquelles le corps social est soumis à cet instant, ainsi que de l'impulsion qu'il possède déjà, due à son mouvement antérieur. Si les forces se font équilibre, la première de ces deux causes de mouvement se réduit à zéro, mais la seconde reste ; de sorte qu'il ne faut pas croire que l'existence de l'équilibre des forces appliquées à un corps social

implique nécessairement l'état de repos de ce corps. Cet état ne serait qu'un cas particulier, de celui où les forces sociales se feraient équilibre. Par conséquent, les conditions que nous venons de trouver pour la stabilité de l'équilibre d'un système de forces, s'appliquent aussi bien à un corps social en repos qu'à celui qui aurait un mouvement du uniquement à l'impulsion antérieure.

L'état de repos d'un corps social est celui où chaque individu garde une situation sociale constante c'est-à-dire où son état économique, intellectuel et moral demeurent invariables. C'est le cas des sociétés sauvages. Ce serait aussi le cas d'une société civilisée dans laquelle chaque individu serait entièrement content de son sort et dépourvu de toute aspiration, et où le autres forces sociales seraient telles, qu'en s'équilibrant, elles ne pourraient pas, à elles seules, modifier la forme du corps social.

Dans le cas général, même si les forces sociales se font équilibre, le mouvement social a toujours lieu en vertu de l'impulsion antérieure, de sorte que la position sociale de chaque individu, ainsi que la forme du corps social, peuvent continuer à varier.

Le rêve de l'équilibre social stable préoccupe l'esprit de beaucoup de penseurs, désireux de voir cesser les luttes acharnées que les hommes se livrent pour la conquête d'une parcelle de bonheur. Examinons la question.

Et d'abord il faut éclaireir un premier point, que les partisans de l'équilibre social ne précisent pas : entendent-ils par équilibre social l'état de repos du corps social? Ou bien ils pensent conserver le mouvement social du à l'impulsion antérieure?

La première hypothèse n'est pas admissible. En effet, une société dépourvue de tout mouvement social, réduite à la simple vie végétative, n'est possible qu'à plusieurs conditions. Il faut d'abord que les ressources dont elle dispose soient à chaque instant exactement égales à ses besoins. Dès que cette égalité disparaîtra, il y aura lutte pour la conquête du surplus, s'il y en a ; et il y aura lutte aussi en cas d'insuffisance, car chacun voudra conserver ce qu'il a. Croire que par l'emploi de la force on pourra comprimer ce penchant naturel est une illusion ; et même si on y parvenait, l'emploi même de la force serait la négation de l'état d'équilibre.

On trouve bien l'état de repos social dans les sociétés sauvages, où chaque individu jouit, pendant toute sa vie, des mêmes droits, des mêmes obligations, des mêms moyens d'existence, de la même position sociale. Mais on ne peut pas invoquer cet exemple à l'appui de la théorie du repos. D'abord, parce qu'on ne peut pas prendre les sociétés sauvages comme modèle, quand il s'agit d'organiser des sociétés civilisées. Ensuite parce que les circonstances qui permettent aux sauvages de conserver leur état de repos social ne se retrouvent pas pour les hommes civilisés. Une tribu indienne vivait au milieu d'une savane immense, où des troupeaux de milliers de bisons pourvoyaient amplement à tous ses besoins. Une fois sa provision de viande et de peaux faite pour toute l'année, l'Indien n'avait plus d'autres besoins, et il n'y avait pas de raison pour lui de désirer le changement d'un état social qui pour lui était le seul connu et le seul possible. Et encore l'état d'équilibre social de la tribu était assez précaire, vu qu'à chaque instant elle était en guerre avec les tribus voisines, pour défendre son bien.

Du reste, la condition fondamentale du maintien de cet état de repos était qu'aucune cause extérieure n'intervienne qui le troublât. Or l'importation du cheval et des armes à feu fut une de ces causes ; elle augmenta la force d'attaque de l'Indien ; chaque tribu put élargir le cercle de son action, ce qui multiplia les conflits avec les tribus voisines et les rendit plus meurtriers. L'équilibre antérieur était rompu.

La diminution, et finalement la disparition des troupeaux de bisons, rendues possibles par l'acquisition du cheval et du fusil, et en dernier lieu par la pénétration de la civilisation dans ces régions éloignées, fut une autre cause de destruction de l'état de repos social des tribus indiennes ; mais cette fois ce fut un mouvement de recul, jusqu'à complet anéantissement de la vie sociale.

Si tel a été le cas pour des tribus sauvages dont la somme de besoins était si réduite, à plus forte raison l'état de repos social stable est impossible pour une société civilisée.

D'abord, pour arriver à cet état de repos, il faudrait réduire graduellement, et finalement supprimer entièrement le mouvement social déjà existant de ces sociétés ; autrement dit, il faudrait supprimer le progrès. Nous ne pensons pas qu'il soit

nécessaire de démontrer l'impossibilité d'une pareille entreprise, surtout au moment où l'intensité de ce mouvement est plus grande que jamais.

D'autre part, la terre commence déjà à devenir trop petite pour ceux qui l'habitent, et il passera encore beaucoup de temps jusqu'à ce que, de gré ou de force, on se soit tassé de manière que chacun arrive à avoir sa place. Supposons qu'à cette époque éloignée, quand il n'y aura plus rien à gagner, on arrive par un moyen quelconque à réaliser le repos social. Il est facile de prévoir que cet état ne pourra pas être stable, car, sans compter d'autres raisons, le seul fait de la multiplication naturelle de la population créera des besoins nouveaux, qui suffiront pour remettre la société en mouvement.

En résumé, l'état de repos social ne peut pas être réalisé pour les sociétés civilisées ; s'il l'était, il ne serait pas stable ; et de plus, il n'est pas désirable. Les raisons que nous en avons données ne sont pas les seules, mais nous croyons inutile d'insister davantage sur cette question, d'autant plus qu'il est peu admissible que les penseurs qui poursuivent l'idéal de l'équilibre social l'aient compris de cette façon.

Ce cas étant écarté de la discusion, il reste à considérer celui où le mouvement dû à l'impulsion antérieure étant conservé, il s'agit d'établir l'équilibre des forces sociales.

Ce problème peut être considéré à deux points de vue différents.

Premièrement, on peut se proposer de faire en sorte que les forces extérieures appliquées au système social considéré se fassent équilibre entre elles, de manière, qu'elles n'exercent aucune influence sur le mouvement du système dû à l'impulsion antérieure. Ce faisant, l'invariabilité de la forme du corps social n'est pas assurée, car rien n'indique que le mouvement du système se fasse de telle sorte que sa forme reste invariable. Comme comparaison, considérons le système solaire. Tant qu'il est soumis aux seules forces intérieures qui se développent entre les divers corps qui le composent, les mouvements de ces corps font changer à chaque instant leur disposition, et par suite la forme du système. Si maintenant on applique à ce système certaines forces extérieures, telles que l'attraction des étoiles fixes, ces forces feront changer les mouvements des corps qui

composent le système. Mais si ces forces s'équilibraient entre elles, elles ne modifieraient plus en rien le mouvement antérieur du système solaire, qui continuerait par conséquent à changer sans cesse de forme.

Ce n'est pas là le problème qui préoccupe les partisans de l'équilibre social, car ce qu'ils poursuivent est justement la recherche des moyens par lesquels, une forme sociale conforme à leurs désirs étant réalisée, cette forme puisse être conservée indéfiniment.

Le second point de vue auquel la question peut être considérée, est celui où l'on se propose d'établir l'équilibre des forces sociales, tant extérieures qu'intérieures, avec la condition que la forme du corps social reste invariable, ce qui modifiera en général le mouvement que ce corps avait déjà par suite de son impulsion antérieure.

C'est là le problème que se posent les partisans de l'équilibre social. En théorie, il est toujours possible, car on peut toujours déterminer les forces que l'on doit ajouter à un système de forces données, pour leur faire équilibre, dans des conditions données. Mais cela ne suffit pas, car la solution une fois trouvée, il s'agit de savoir si l'état d'équilibre qu'elle définit est stable ou non. Or nous avons établi les conditions auxquelles cette stabilité est assurée.

Il faut, en premier lieu, que la fonction des forces que nous avons définie ci-dessus, existe. On démontre en Mécanique Rationnelle qu'il faut pour cela que les forces ne soient pas fonctions explicites du temps, mais dépendent seulement des coordonnées des points matériels qui composent le système. En Mécanique Sociale, il set difficile d'admettre que cette condition sera remplie d'une manière générale ; car il y a des forces sociales, telles que la multiplication de la population, le taux d'intérêt de l'argent, et tant d'autres, qui manifestement sont fonction du temps. Cette difficulté ne disparaîtrait que dans le cas où les termes qui empêcheraient l'intégration disparaîtraient d'eux-mêmes dans l'équation, ce qui est infiniment peu probable, ou si leur valeur était assez petite pour pouvoir être négligée. Voilà une première raison pour laquelle la stabilité de l'équilibre social devient très peu probable.

Une autre raison de cette impossibilité est que, même

si la stabilité avait été assurée avec les forces considérées à un certain moment, elle disparaîtrait dès que de nouvelles forces, interviendraient ; et comme rien n'est stable dans la nature, et que de nouvelles forces peuvent surgir à chaque instant autour ou à l'intérieur d'un corps social, la stabilité de l'équilibre n'est rien moins qu'assurée.

Si ces difficultés sont vaincues, la stabilité de l'équilibre n'est encore sûre que si la fonction des forces est maximum.

On peut donc dire que la stabilité de l'équilibre social est presque toujours impossible.

* * *

La question de la stabilité de l'équilibre a fait l'objet de deux chapitres, le XIX-e et le XXII-e, des *Premiers Principes* de Herbert Spencer. Sous le titre *Instabilité de l'homogène*, le grand philosophe s'efforce de démontrer l'impossibilité de la stabilité de l'équilibre d'une masse homogène, et il étend sa démonstration aussi aux masses sociales. Mais son raisonnement laisse à désirer ; il contient des inexactitudes et des confusions qui en enlèvent toute la valeur. B. Brunhes (*Dégradation de l'energie*, p. 346) arrive à la conclusion contraire, c'est-à-dire que non seulement la stabilité de l'équilibre d'une masse homogène est possible, mais que la destruction de cet équilibre est infiniment peu probable.

La discussion précédente montre que, dans une certaine mesure, et pour H. Spencer seulement en ce qui concerne ses conclusions, ils peuvent avoir raison tous les deux, à condition de bien préciser toutes les circonstances. Mais en se bornant à étudier l'homogène, ces auteurs ont énormément restreint la généralité du problème. Pour ce qui concerne une masse sociale, le raisonnement de H. Spencer, même s'il avait été juste, aurait été inutile, car l'homogénité d'une masse sociale exige en première ligne l'égalité parfaite entre tous les individus qui la composent, tant au point de vue moral et économique, qu'au point de vue intellectuel, ce qui est une impossibilité évidente.

Nous espérons que le raisonnement que nous venons d'exposer est exempt de ces objections, car il embrasse le problème dans toute sa généralité et précise les conditions auxquelles la stabilité de l'équilibre peut ou ne peut pas exister.

Nous pouvons dire cependant que, en se tenant sur le terrain restreint de l'homogénéité, Brunhes voit très clair quand, en s'exprimant conformément à sa théorie de la dégradation de l'énergie, il caractérise ainsi la possibilité de la stabilité de l'équilibre de l'homogène : „L'homogène est instable quand la différenciation est accompagnée d'une dégradation d'énergie ; l'homogène est stable et aucune différenciation ne se produit, lorsque cette différenciation comporterait une restauration d'énergie utilisable". (pages 354). Ce n'est que l'énoncé, dans un langage différent, du principe démontré ci-dessus que „La stabilité de l'équilibre est assurée dans le cas où la fonction des forces est maximum pour cet état d'équilibre".

Pour mieux saisir le sens de cette proposition, reportons-nous à la figure de la page 345. Tant que le mobile glisse sur la partie C A de la courbe, dans le sens de C vers la A, la fonction des forces va en augmentant, car sa valeur, pour ce cas particulier, est égale au poinds du mobile multiplié par la distance parcourue dans le sens de la pesanteur ; et comme cette distance va en augmentant tant que le mobile tombe le produit augmente aussi. La fonction des forces donne la mesure de la quantité d'énergie développée pendant le mouvement considéré ; donc on peut dire que sur la partie C A de la courbe la quantité d'énergie développée va en augmentant. Le point A une fois dépassé, cette quantité commence à se reformer, car le mobile récupère la possibilité de retomber, et l'énergie récupérée est maximum en B. La quantité d'énergie dépensée est donc maximum en A, où l'équilibre est stable, en effet ; elle est minimum en B, où cet équilibre est instable.

* * *

Quant à la conclusion, quelquefois juste, que H. Spencer a tirée de sa démonstration pour le cas très particulier qu'il a eu en vue, on peut la rendre sensible par l'exemple suivant qui montre en même temps que cette démonstration n'est ni exacte, ni générale.

Considérons une société composée d'un nombre indéfini d'individus parfaitement identiques entre eux, entre lesquels s'exerce une attraction inversement proportionnelle à une puissance entière et positive de la distance, et qui est la même à

distance égale, quels que soient les individus entre lesquels elle s'exerce. Plaçons ces individus à des distances égales les uns des autres, de sorte que chacun d'eux se trouve au somment d'un tétraèdre régulier dont les trois autres sommets soient occupés par d'autres individus. On formera ainsi une suite indéfinie de tétraèdres réguliers égaux, accolés par une de leurs faces. Il est évident que le système ainsi disposé sera en équilibre, car chaque individu sera également sollicité par tous ceux qui l'entourent et dans des direction qui sont deux par deux directement opposées. Mais si l'on déplace si peu que cela soit un seul A de ces individus de sa position d'équilibre, pour le rapprocher, par exemple, de ses voisins de droite, l'attraction que ces derniers exercent sur lui deviendra plus forte que celle des voisins de gauche. L'individu considéré cèdera alors à l'attraction la plus forte, et viendra se confondre avec ses voisins de droite. Cela donnera lieu à un groupe de deux ou plusieurs individus, dont l'attraction plus puissante s'exercera tout autour, et rompra l'équilibre qui existait pour les individus voisins. Chacun d'eux cédera donc à l'attraction du groupe, qui sera la plus forte, et viendra se réunir à lui, ce qui donnera lieu à un centre d'attraction encore plus fort. De cette manière, ce centre d'attraction deviendra de plus en plus puissant et continuera à attirer à lui de proche en proche tous les individus composant la masse considérée. Or cette masse, dans sa disposition primitive, était homogène et en état d'équilibre. Ce que nous venons de dire prouve que cet équilibre était instable.

Mais si au lieu d'une force d'attraction, nous avions admis que la force s'exerçant entre les individus était une répulsion inversement proportionnelle à une puissance entière et positive de la distance, et si nous faisons encore approcher, si peu que cela soit, l'individu A de ses voisins de droite, la repulsion que ces derniers exercent sur lui augmentera, tandis que celle des voisins de gauche diminuera. Le résultat sera que A, cédant à l'action la plus forte, au lieu de continuer à s'éloigner vers la droite, comme tout-à-l'heure, reviendra vers la gauche et tendra à reprendre la position qu'il avait quittée. L'équilibre sera donc stable.

Cet exemple très simple ne peut pas être considéré comme une démonstration, car le cas d'équilibre qu'il considère n'est

qu'un cas très particulier. Mais il suffit pour faire voir facilement que la proposition de H. Spencer sur l'instabilité de l'homogène, qui peut être exacte dans certains cas, peut aussi ne pas se vérifier dans certains autres.

CHAPITRE V.

Dynamique sociale.

1. *Axiomes de la Dynamique Rationnelle.*

Comme toutes les branches des sciences mathématiques, la Dynamique Rationnelle a comme point de départ un certain nombre d'axiomes, d'où toutes ses théories découlent par voie de simple déduction. Ces axiomes sont considérés comme résultat de l'observation des phénomènes mécaniques. C'est ainsi que la Géométrie aussi est fondée sur quelques principes, tels que „Deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles" et „La partie est plus petite que le tout qui la contient", qui ont été établis tout d'abord par l'observation, mais qui, à force d'être vérifiés une infinité de fois par l'expérience, sont devenus pour nous presque évidents par eux-mêmes.

Pour les axiomes de la Dynamique, la différence est que leur vérification par l'expérience est beaucoup plus difficile, et que par conséquent ils se présentent à notre esprit avec un moindre caractère d'évidence que ceux de la Géométrie. Cependant la Mécanique Céleste tout entière, ainsi que quelques autres phénomènes mécaniques, donnent des moyens de vérification très sûrs et très précis, qui montrent une concordance tellement parfaite entre les résultats de l'observation et ceux que l'on déduit des axiomes pris comme point de départ, que nous sommes autorisés à admettre la parfaite exactitude de ces axiomes.

Les axiomes de la Dynamique Rationnelle sont au nombre de trois.

Le premier est connu sous le nom de *principe de l'inertie*. Voici en quoi il consiste.

Considérons un point matériel en repos et qui n'est sollicité par aucune force. Nous admettons qu'il restera indéfiniment en repos, tant qu'aucune force ne viendra agir sur lui.

Et en effet, s'il devait se mettre en mouvement, il devrait le faire dans une certaine direction, et il n'y a aucune raison pour qu'il se déplace dans une direction plutôt que dans une autre, du moment que cette préférence ne serait déterminée par rien.

En second lieu, si un point matériel a un certain mouvement sous l'action de certaines forces, et si à un moment quelconque ces forces venaient à disparaître tout-à-coup, le mobile continuera à se mouvoir indéfiniment d'un mouvement uniforme, c'est-à-dire en parcourant des espaces égaux pendant des temps égaux; et ce mouvement aura lieu en ligne droite, sur la tangente MT menée à la courbe qu'il avait décrite jusque là, au point M où l'action des forces a subitement cessé. En effet, il semble évident que ce mouvement devra être rectiligne, et dirigé sur la tangente au point M, car cette tangente est le prolongement de l'élément rectiligne infinitésimal de la courbe que le mobile a parcouru en dernier lieu, et il n'y a pas de raison d'admettre que le mobile devra s'écarter de cette droite dans une direction plutôt que dans une autre.

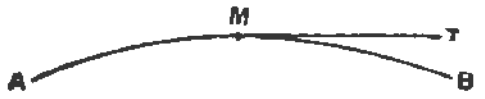


Fig. 21.

Il est moins facile d'admettre que ce mouvement devra se prolonger indéfiniment d'une manière uniforme. Cette partie de l'axiome ne peut pas être vérifiée par l'observation directe, car nous n'avons pas le moyen d'observer ni des longueurs, ni des durées infinies; mais nous sommes en droit d'admettre l'exactitude de cette partie de l'axiome, pour la raison que ses conséquences se vérifient exactement en Mécanique Céleste et ailleurs.

Le second axiome est celui *des mouvements relatifs*, et il s'énonce ainsi :

Soit un système de points matériels, M, M', M'', ... qui se déplacent dans l'espace de telle manière, que les chemins parcourus par tous ces points pendant le même temps et au même moment soient égaux et parallèles; c'est ce que l'on appelle un *mouvement de translation*. Il suit de là que la figure formée par ces points restera invariables pendant le mouvement, car leurs distances respectives ne changeront pas, et ils semble-

ront ne pas se déplacer le uns par rapport aux autres. Si maintenant nous appliquons à un seul, M, de ces points une force P que nous n'appliquons pas aux autres, la figure du système sera changée, car les points M', M'', ... auxquels la force P n'est pas appliquée, continueront leur mouvement antérieur sans modification, tandis que le point M, sous l'action de la force P, prendra un mouvement propre par rapport aux autres points du système. Le principe des mouvements relatifs dit que *ce mouvement du point M par rapport aux points M', M'', ... est le même que le mouvement qu'il aurait pris sous l'action de la force P, s'il etait parti du repos.*

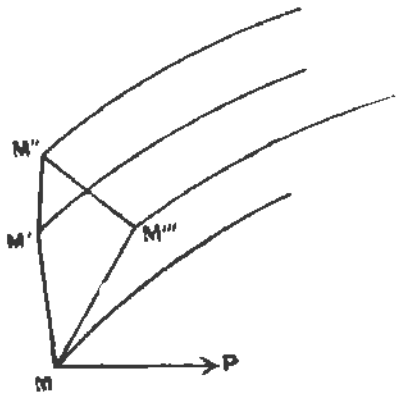


Fig. 22.

Considérons, par exemple, un bateau en repos et une bille posée sur le pont de ce bateau. Si cette bille est enduite de craie et si nous lui imprimons un mouvement sur le pont, en lui appliquant un coup d'une certaine force et dans une certaine direction, elle laissera sur le pont une certaine trace. Si maintenant le bateau se met en mouvement et que nous répétons l'expérience exactement dans les mêmes conditions, la ligne que la bille tracera sur le pont sera la même que la première fois, et les deux mouvements auront lieu d'après la même loi.

Le troisième et dernier axiome est nommé *axiome de l'action et réaction*, et on l'énonce en disant que *si un point matériel A exerce une action quelconque sur un autre point matériel B, le point B à son tour exerce sur A une action égale et directement opposée à la première.*

Si, par exemple, A est un aimant et B un morceau de fer, il y aura attraction entre A et B. Si A est fixe, B se rapprochera de A avec une force que l'on peut mesurer par divers moyens. Mais si B est fixe, c'est A qui se rapprochera de B, et on peut vérifier que la force avec laquelle il s'en rapproche est égale à celle qui avait été précédemment mesurée.

* * *

Tels sont les trois principes dont on tire par déduction toutes les théories dont l'ensemble constitue la Dynamique Rationnelle. Si pour quelques-uns de leurs énoncés le raisonnement peut suffire pour nous les faire entrevoir, aucun d'eux ne peut être vérifié par des expériences directes et d'une rigueur absolue. Pour tous, la seule vérification possible est celle de comparer les résultats de la théorie avec ceux de l'expérience. Comme dans tous les cas où cette comparaison a pu être faite dans des conditions suffisantes d'exactitude l'accord a été reconnu parfait, nous sommes en droit de considérer la Dynamique Rationnelle comme une science exacte et établie sur des bases sûres.

2. *Axiomes de la Dinamique Sociale.*

Nous essaierons maintenant de montrer que l'on peut énoncer pour les phénomènes sociaux des principes analogues à ceux qui régissent les phénomènes mécaniques.

Principe de l'inertie. Considérons un individu à l'état de repos social. Cela veut dire que sa position sociale ne change pas, ni au point de vue économique, ni intellectuel, ni moral; par conséquent il n'est sujet à aucune force sociale, si petite soit-elle; car, par définition, une force sociale est une cause qui produit un mouvement social; et comme ce mouvement, par hypothèse, n'existe pas, la force n'existe pas non plus. Alors l'individu, étant déjà au repos et n'étant sujet à aucune force, restera indéfiniment en repos; car s'il en sortait, il devrait nécessairement prendre une direction déterminée quelconque; et il n'y a pas de raison pour qu'il prenne telle direction plutôt que telle autre.

Cette conclusion semble contraire à la réalité des choses. En effet, si en Dynamique Rationnelle on peut l'admettre, c'est que la matière par elle-même est inerte, et ne peut pas sortir du repos que grâce à une action qui lui vienne du dehors. Il n'en est pas de même pour l'homme. Le froid, qui l'oblige à chercher un abri et les moyens de se couvrir; la nécessité de vivre en société, qui lui impose une certaine morale, sont bien des forces sociales qui viennent de causes extérieures à l'individu. Mais la faim, qui le force à mettre de côté le surplus de nourriture en vue des jours de disette, et son intelligence sont les

premiers facteurs de son progrès économique et intellectuel. C'est ainsi qu'un individu abandonné seul dans une île déserte saurait tirer profit de ses ressources, grâce à son énergie et à son intelligence, ce qui veut dire qu'il est capable par lui-même de faire varier sa position sociale.

Cette dificulté peut être facilement écartée, si l'on considère l'intelligence comme une simple force sociale qui agit sur l'individu exactement de la même manière que tout autre force sociale. Dans cette conception, l'individu proprement dit n'est que l'élément inerte, qui est mis en mouvement social par des forces sociales, au nombre desquelles il faut copmter aussi sa propre intelligence et sa propre volonté. De cette manière, la conclusion précédente n'a plus rien d'inexact; car le repos social de l'individu se maintiendra tant qu'aucune force sociale n'interviendra, son intelligence et sa volonté pas plus qu'une autre.

Cette manière de concevoir les choses ne diffère pas au fond de ce que l'on fait en Mécanique Rationnelle. Considérons un aimant mis en présence d'un morceau de fer doux. Si le morceau de fer est fixe et l'aimant libre, ce dernier se mettra en mouvement pour se rapprocher du premier. Ce mouvement n'est dû qu'à la force du magnétisme qui réside dans l'aimant, et qui seule est cause du phénomène; car si au lieu de l'aimant nous substituons un second morceau de fer doux, le mouvement n'aura plus lieu. Nous disons cependant que le mouvement de l'aimant est produit par l'attraction du fer, parce que les choses se passent comme si cette attraction existait réellement. Nous séparons donc dans notre esprit l'aimant de sa propriété d'attirer le fer, et nous attribuons à une cause extérieure son mouvement dont la cause réelle est une propriété de ce même aimant.

Nous ne faisons pas autre chose en considérant l'individu comme distinct des forces sociales dont il est lui-même la source.

Cette difficulté écartée, poursuivons l'étude de la question qui nous occupe, et supposons que l'individu, au lieu d'être en repos social, ait un mouvement sous l'action de certaines forces sociales qui à un moment disparaissent subitement.

Pour simplifier, supposons que les forces qui déterminent le mouvement sont des forces exclusivement économiques, par

conséquent parallèles à l'axe OX, et que le mouvement que l'individu possède est aussi parallèle à OX.

Nous admettrons que si l'action des forces cesse brusquement, l'individu continuera, à partir de ce moment, à avoir un mouvement social uniforme, toujours parallèle à OX.

Cette proposition semble assez hardie, et l'esprit éprouve quelque difficulté à l'admettre. Mais nous ferons remarquer qu'il n'en va pas autrement en Mécanique Rationnelle, quand, à propos du principe de l'inertie, il s'agit, pour un nouvel initié, de s'habituer à l'idée que „Cessante causa non cessat effectus," et qu'un mouvement provoqué par une cause qui a cessé d'agir depuis longtemps doit se poursuivre indéfinissant.

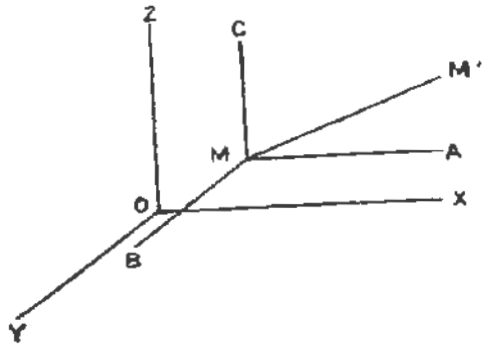


Fig. 23.

Ce n'est qu'après beaucoup de temps que l'esprit s'habitue à cette idée, et ses doutes ne cessent, plus ou moins complètement, qu'après vérification répétée des résultats auxquels cette théorie conduit. Ce n'est donc pas le doute que notre proposition soulèvera qui sera une raison suffisante pour qu'elle soit écartée. S'il en avait été ainsi au moment où les Galilée et les Newton posaient les bases de la Dynamique Rationnelle, cette science n'existerait pas aujourd'hui, et l'esprit humain aurait été privé d'une des plus admirables de ses conquêtes.

Nous admettrons donc la proposition formulée ci-dessus, d'une manière provisoire, et sous la réserve que ses conséquences soient vérifiées plus tard. Nous ne nous dissimulons pourtant pas que cette vérification sera plus difficile et plus lente à venir que celle qui, par la découverte de l'attraction universelle, est venue si rapidement confirmer d'une manière si éclatante les axiomes de la Mécanique Rationnelle. En sociologie, on ne dispose, du moins pour la moment, d'aucun ordre de phénomènes qui donnent la probabilité de la découverte d'une loi simple et générale comme celle de l'attraction Newtonienne; mais on ne peut pas prévoir ce que l'avenir réserve.

En examinant de plus près le cas qui nous occupe, nous y retrouvons les mêmes raisons qui ont conduit les fondateurs de la Dynamique Rationnelle à formuler leur principe de l'inertie de la matière. En effet, il est d'abord évident que, au moment où la force cesse subitement d'agir, le mouvement social de l'individu ne cesse pas immédiatement, mais se continue encore pendant un certain temps, plus ou moins long ; car en Mécanique Sociale, pas plus qu'en Mécanique Rationnelle, il n'existe pas d'effet qui se produise d'une manière instantanée.

Il est encore facile d'admettre que ce mouvement continuera pendant un temps d'autant plus long, que les obstacles qui s'opposent à sa continuation seront moins nombreux et moins puissants. L'esprit est donc naturellement porté à admettre que, s'il était possible de faire disparaître entièrement ces obstacles, le mouvement pourrait se continuer indéfiniment. Nous faisons là la même induction que celle qui est suggérée par l'exemple de la bille sphérique qui roule sur une table horizontale d'autant plus loin, que la table est mieux polie et que la résistance de l'air est moindre.

En Sociologie, une vérification de cette sorte est tout aussi difficile, à cause de la brièveté de la vie, car l'énoncé du principe suppose que, le mouvement étant infini, la longueur de la vie est aussi infinie.

Nous pouvons enfin admettre que si, au moment où les forces ont cessé d'agir, le mouvement de l'individu était paralèlle à l'axe OX, il continuera à avoir lieu toujonrs parallèlement à cet axe ; car aucune cause n'existant qui tende à faire sortir l'individu de cette ligne droite dans une direction plutôt que dans une autre, il n'y a pas de raison pour qu'il quitte cette ligne droite. Cela veut dire que le mouvement donné étant purement économique, il ne pourra pas prendre un caractère intellectuel ou moral, tant qu'aucune cause intellectuelle ou morale n'interviendra.

Un raisonnement analogue montrera que si les forces et le mouvement avaient été parallèles à OY ou à OZ, après la disparition de ces forces le mouvement aurait continué parallèlement à OY ou à OZ, avec une vitesse constante.

Considérons maintenant le cas général où la force a une direction quelconque M M'. On peut la décomposer en trois

composantes MA, MB et MC, respectivement parallèles aux axes coordonnés, et appliquer pour chacune de ces composantes ce que nous venons de dire. Il en résultera que l'individu serait obligé, après la disparition de la force, à avoir trois mouvements uniformes et rectilignes, respectivement parallèles à OX, OY et OZ. Ces trois mouvements se composeront en un seul, uniforme et rectiligne, par la règle du parallalélipipède de composition.

En résumé, le principe de l'inertie pour les phénomènes sociologiques peut être formulé comme suit :

Si un individu est en état de repos social et s'il n'est sollicité par aucune force sociale, il restera indéfiniment en repos ; si un individu a un certain mouvement dû à certaines forces sociales, et que ces forces cessent subitement d'agir, l'individu continuera à avoir un mouvement social rectiligne et uniforme, qui se continuera indéfiniment tant que de nouvelles forces sociales n'interviendront, et qui sera dirigé sur la tangente à la trajectoire que l'individu suivait, menée au point où il se trouvait au moment où les forces ont cessé d'agir.

Principe des mouvements relatifs. Soit un groupe d'individus, M, M′, M″, M‴ ....., occupant diverses positions sociales, et qui, sous l'action de certaines forces sociales communes ont tous des mouvements parallèles à OX et tels que tous les individus possèdent, à chaque moment, des vitesses de même grandeur, de même direction et de même sens. Le mouvement du groupe est alors un mouvement de translation, de sorte que sa forme reste invariable. Ce mouvement étant parallèle à OX, c'est un mouvement purement économique.

Supposons maintenant que les conditions des individus M′, M″, M‴..., restant les mêmes, nous appliquions au seul individu M une force économique P, donc parallèle à OX, que nous n'appliquons pas aux autres individus du groupe. Evidemment la forme du groupe sera modifiée, car l'individu M, sollicité par la force P qui n'agit pas sur les autres, prendra une certaine avance sur eux ; c'est son *mouvement relatif* par rapport à eux. Il représente le changement survenu dans l'état économique de M par rapport à celui de M′, M″, ... et produit par la nouvelle force P.

Nous admettrons que *ce mouvement relatif est le même que le mouvement absolu que l'individu M prendrait s'il était soumis à la seule force P, en partant de l'état de repos.*

C'est là l'énoncé du *principe des mouvements relatifs* appliqué aux phènomènes sociologiques et pour le cas particulier où les forces et les mouvements considérés sont exclusivement économiques. Mais l'énoncé serait identiquement le même si nous avions eu à faire avec des forces et des mouvements exclusivement intellectuels, ou exclusivement moraux.

Si maintenant nous considérons des mouvements et des forces quelconques, on peut les remplacer par leurs composantes parallèles aux axes de coordonnées, et les conclusions seront les mêmes, de sorte que l'énoncé précédent peut être considéré comme général.

Pour éclaircir cet énoncé par un exemple, suppossons qu'un groupe d'ouvriers, travaillant ensemble et menant exactement la même vie, soient occupés à l'exploitation d'une mine d'or, et que tous gagnent le même salaire ou découvrent la même quantité d'or par mois. Si l'un d'eux découvre pour sa part un filon plus riche que les autres, il deviendra plus riche que ses camarades ; et ce surplus de richesse sera le même que si, au moment de la découverte de son filon, il n'avait rien possédé du tout.

Dans cet exemple, l'énoncé du principe est évidemment exact, mais peut-être cette évidence serait moindre dans d'autres exemples. Aussi le principe des mouvements relatifs, comme celui de l'inertie, ne doit-il être considéré que comme un axiome dont l'exactitude reste à être prouvée par l'accord entre la théorie et l'observation.

Principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Si un individu A exerce une action quelconque sur l'individu B, ce dernier exerce à son tour une action sur A qui est égale et contraire à la première.

Pour que cet énoncé ait un sens, nous devons d'abord donner une définition nécessaire.

Nous dirons que deux individus, A et B, sont identiques, alors que étant placés dans des conditions absolument identiques, ils exercent des actions égales dans des temps égaux.

Nous dirons encore que l'action de l'individu A est n fois plus grande que celle de B, alors que l'action de A est la même

que celle de n individus identiques à B, agissant en même temps, sur la même ligne droite et dans le même sens.

On déduit de là la definition du rapport $\frac{m}{n}$ de l'action de deux individus.

Considérons maintenant deux individus identiques, A et B, mis en présence l'un de l'autre, et supposons que A soit capable d'exercer une action quelconque sur B. Par définition, B sera capable, lui aussi, d'exercer une action égale sur A. Ces deux actions seront contraires ; car si l'action de A tend à faire approcher B de A, celle de B tendra à faire approcher A de B, toujours en vertu de la définition. Il en serait de même si ces actions tendaient à faire éloigner les individus A et B l'un, de l'autre.

Donc pour ce cas simple, le principe énoncé ne contient rien qui soit contraire à la raison.

Soient maintenant deux individus, A et B, dont les actions sont entre elles dans le rapport $\frac{m}{n}$. Cela veut dire que l'action de A pourrait être remplacée par celle de m individus C, identiques entre eux, et celle de B par l'action de n des mêmes individus C. Supposons que, pour la question qui nous occupe, nous remplacions A par m individus C et B par n des mêmes individus, et appelons p l'action qui s'exerce entre un individu C qui appartient au groupe A et un autre individu C du groupe B. Le groupe B étant composé de n individus C, subira n fois l'action p ; et comme ces actions s'exercent sur la même droite et dans le même sens, elles pourront être remplacées par une seule, de valeur np et agissant sur la même droite. Telle est l'action qui s'exerce entre l'individu C que nous avons pris dans le groupe A et l'ensemble du groupe B. Mais le groupe A contient m individus C ; et comme chacun d'eux subit la même action np de la part du groupe B, l'action totale exercée par ce dernier groupe sur l'ensemble de A sera m fois plus grande, soit mnp.

On arriverait un même résultat, si l'on cherchait,exactement de même, l'action du groupe A sur B.

Nous pouvons donc considérer le principe comme établi dans le cas général.

L'histoire fourmille d'exemples de ces actions et réactions entre individus ou groupes d'individus. On peut dire que la personnalité de chaque individu n'est, pour la plus grande part, que le résultat de l'action de la société dont il fait partie ; et à son tour, cette société subit l'effet de l'action que les individus exercent sur leur milieu ambiant, chacun dans la mesure de la valeur de sa personnalité. Cette action sera à peine sensible venant d'une personnalité faible, car elle se repartira sur une masse considérable, dont chaque individu s'en ressentira à peine ; mais il n'en sera pas de même avec une personnalité puissante, telle que un César, un Napoléon, un Guttemberg,[112] un Stephenson.[113]

Le même phénomène a lieu entre nations qui viennent en contact. Le peuple Romain imprime au monde ancien l'empreinte de sa puissante civilisation ; mais à son tour il subit l'influence des vaincus à tel point, que vers la fin on peut se demander si le nom d'Empire Romain convient encore à l'édifice social que les Romains ont élevé. Il en est de même pour les Chinois et leurs nombreux conquérants, pour les Espagnols et les Maures, pour les Turcs et les innombrables nationalités qu'ils ont assujetties à leur puissance. A chaque fois, l'effet subi par chaque élément de la nation considérée est d'autant plus grand, que la personnalité de cette nation est moins forte, soit au point de vue du nombre, soit à celui de l'énergie, ou de la civilisation, ou de n'importe quel autre facteur. L'effet est moins sensible sur les éléments de la nation la plus forte. La cause de cette différence est que la même somme d'action se repartit dans le premier cas sur une masse sociale plus considérable que dans le second.

* * *

Les trois principes que nous venons d'établir ont une importance capitale pour ce qui va suivre ; aussi convient-il d'insister encore sur leur signification.

Le raisonnement est intervenu dans une grande partie de la discussion qui précède ; cependant il ne faut pas se faire d'illusions et considérer ces principes comme suffisamment démontrés à l'aide du simple raisonnement. En effet, plus d'une fois nous avons fait des hypothèses que la seule force du raisonne-

ment ne suffit pas à établir définitivement ; l'esprit éprouve même une certaine difficulté à en admettre quelques-uns. Pour ces raisons, les trois principes qui précèdent ne peuvent être considérés que comme des axiomes, qu'une observation prolongée et raisonnée pourra seule mettre hors de doute, puisque en sociologie l'expérimentation est impossible.

En attendant, on peut remarquer que rien dans l'énoncé de ces axiomes ne choque l'esprit, ni ne se présente comme une impossibilité ; et si, au premier abord, on éprouve une certaine méfiance à l'égard de tels énoncés formulés dans une science que l'on considère généralement comme échappant à toute loi précise, il ne faut pas oublier qu'au XVII-e siècle la situation de la Dynamique Rationnelle n'était pas différente ; ses axiomes étaient alors mis en doute autant que peuvent l'être aujourd'hui ceux de la Mécanique Sociale ; et il est indubitable que, sans la splendide vérification de la Mécanique Céleste, ils le seraient encore en grande partie même aujourd'hui ; mais les hésitations de quelques savants du temps et l'opposition des scholastiques n'ont pas empêché la constitution de la science.

3. *Dynamique Sociale de l'individu ; définitions.*

Ce que nous venons de dire montre qu'entre la Dynamique Sociale et la Dynamique Rationnelle il existe une analogie parfaite ; car non seulement les forces sociales sont représentées de la même manière que les forces mécaniques, mais aussi les axiomes qui servent comme base de la Dynamique Rationnelle se retrouvent en Sociologie.

Il suit de là que toute la série de raisonnements, de démonstrations et de propriétés qui, partant des trois axiomes mécaniques, constituent la Dynamique Rationnelle, pourront être établis exactment de la même manière en ce qui concerne les phénomènes du mouvement social.

Nous exposerons, dans ce qui suit, les propriétés qui sont d'une certaine utilité pour la science sociale, sans nous arrêter aux démonstrations, qui ne seront que la réproduction de celles que l'on fait en Mécanique Rationnelle.

* * *

L'équilibre suppose un état permanent, ou qui doit être permanent si aucune cause n'intervient pour le faire cesser. c'est pourquoi le temps ne figure pas dans les formules de l'équilibre ; car s'il y figurait, l'état du système varierait avec le temps, et ce ne serait plus un état permanent.

Il n'en est pas de même en Dynamique ; car, pour qu'un mouvement soit parfaitement connu, il faut que la position du mobile soit connue à chaque instant, ce qui exige que le temps figure dans les formules du mouvement. C'est là la différence essentielle entre la Statique et la Dynamique.

Le mouvement social d'un individu s'appellera *uniforme*, alors, que la longueur de l'arc décrit par l'individn dans l'unité de temps est constante. On appelle *vitesse* du mouvement uniforme l'espace parcouru dans l'unité de temps, ou bien, ce qui dans ce cas revient au même, le rapport entre l'espace parcouru et le temps employé pour le parcourir.

Si l'on compte l'espace parcouru sur la trajectoire à partir du point fixe O, si A était la position du mobile au moment à partir duquel on compte le temps, c'est-à-dire *à l'origine du temps*, si a est la vitesse et $b=OA$ *la valeur initiale* de x pour $t=o$, le mouvement uniforme est représenté par l'équation

Fig. 24.

$$x=at+b,$$

qui donne la position du mobile pour toutes les valeurs de t. Elle s'appelle *l'équation du mouvement.*

En vertu du principe de l'inertie, le mouvement uniforme et rectiligne est celui qu'aurait un individu qui, après avoir subi pendant quelque temps l'action de certaines forces sociales, verrait ces forces cesser subitement leur action, de sorte que l'individu ne serait plus soumis à aucune cause de mouvement autre que *l'implusion déjà acquise.*

* * *

Tout mouvement qui n'est pas uniforme s'appele un *mouvement varié.* Dans un pareil mouvement, l'espace parcouru pendant l'unité de temps n'étant plus constante, la définition

que nous avons donnée de la vitesse n'aurait plus de sens. On la complète de la manière suivante : la vitesse du mobile à un moment donné est la limite, à ce moment, du rapport de l'espace parcouru au temps employé pour le parcourir, lorsque ce temps tend vers zéro. Cette définition s'exprime par la formule

$$v = \frac{dx}{dt},$$

où $\frac{dx}{dt}$ est la *dérivée* de l'espace x par rapport au temps t.

On peut *intégrer* cette équation, c'est-à-dire chercher *la fonction primitive* x dont la dérivée est v.

On a alors.

$$x = \int v dt + b.$$

C'est l'*équation finie* du mouvement.

Parmi les différentes sortes de mouvements variés, il convient de distinguer le mouvement rectiligne où la vitesse varie proportionnellement au temps, c'est-à-dire augmente ou diminue d'une quantité constante dans l'unité de temps. Si a est cette quantité et b la valeur initiale de v, l'équation

$$v = at + b$$

donnera l'expression générale de v dans le mouvement considéré. On appele ce mouvement *uniformément varié.*

La quantité constante a dont v varie dans l'unité de temps s'appele *l'accélération* du mouvement uniformément varié que nous considérons.

Si l'on intègre l'équation précédente, on trouve que l'équation finie du mouvement rectiligne uniformément varié est :

$$x = \frac{at^2}{2} + bt + c,$$

où c est une nouvelle constante.

On démontrera, comme en Mécanique Rationnelle, que si un individu est soumis à une force sociale, constante en grandeur et en direction, et qui agit dans la même direction que l'impulsion antérieure de l'individu, le monvement que cette force imprimera à l'individu sera uniformément varié.

Pour donner un exemple simple, supposons un individu qu'un coup de fortune a rendu tout-à-coup propriétaire d'un immeuble dont le revenu, après avoir couvert tous ses besoins, lui permet de réaliser chaque année une économie coustante, a. Le coup de fortune représente l'impulsion initiale, en vertu de laquelle la situation économique de l'individu s'améliore d'une manière constante, par les économies constantes qu'il réalise; c'est pour lui un mouvement économique uniforme, dont la vitesse constante est a.

Supposons maintenant que, au lieu d'entasser tout simplement chaque année ses économies a, il les place à intérêts simples. Il se créera par là une nouvelle source d'enrichissement, qui, au lieu d'agir une seule fois pour toutes, comme le coup de fortune initial, agira d'une manière constante et toujours dans le même seus. La conséquence sera que, si la première année les économies de notre propriétaire se composent du seul revenu a de sa propriété, dans la seconde année l'augmentation de sa fortune comprendra la partie a, dûe à sa propriété, et le revenu r des économies a de la première année; dans la troisième année, elle se composera de a et des iutérêts $2\,r$ des revenus $2\,a$ des deux premières années; et ainsi de suite. L'expression générale de l'augmentation de sa fortune pour la $t^{\text{ième}}$ année sera

$$v = a + (t-1)\quad r = a - r + rt.$$

Comme cette expression de la vitesse v croît proportionnellement au temps t, le mouvement économique produit par la cause constante cousidérée est uniformément varié.

* * *

La définition de l'accéleration telle qu'elle a été donnée ci-dessus n'a plus aucun seus ponr un mouvement varié quelconque, pour lequel la variation de la vitesse dans l'unité de temps ne serait plus constante. On généralise cette définition, en disant que l'accélération à un moment donné d'un mouvement varié quelconque est la limite du rapport de l'accroissement de la vitesse à celui du temps, lorsque ce deruier accroisement devient infiniment petit. C'est donc la dérivée de la vitesse par rapport au temps.

4. *Unités de mesure ; masse de l'individu.*

Dans les discussions qui précèdent, nous avons eu à considérer trois sortes de grandeurs : le temps, les longueurs et les forces.

La notion du temps n'a pas besoin d'être définie, et pour la mesurer on peut prendre comme unité n'importe quel intervalle de temps bien déterminé, tel que la seconde, l'heure ou l'année. Mais comme l'action des forces sociales ne se fait généralement sentir que dans un temps assez long, il conviendra de prendre comme unité de mesure, suivant les circonstances, le jour, l'année, et quelquefois même le siècle.

Comme longueurs, nous avons eu à considérer les coordonnées qui représentent la grandeur du mouvement social dans les trois directions, économique, intelelectuelle et morale. Comme ces trois sortes de grandeurs ne sont pas de même nature, il est nécessaire de choisir une unité de mesure distincte pour chacune d'entre elles. Ainsi, on pourrait estimer la grandeur des x d'après la valeur d'une fonction qui dépende en même temps de la fortune de l'individu, de son état physique et de toutes les autres circonstances qui concourent à son bien être économique. Pour les y, on prendrait en considération l'instruction, le degré d'intelligence, l'aptitude artistique et scientifique, etc. Pour les z, les critériums seraient la moralité de l'individu dans sa vie privée et publique, son respect des lois, son sens religieux, et pour une société, l'état de la criminalité, le nombre et l'importance des institutions de bienfaisance. La chose, assurément, ne sera pas aisée, et il restera beaucoup de marge pour la convention. Mais ces conventions une fois établies, à force d'étude et d'observations longues et patientes, on parviendra à trouver des moyens sûrs et précis de comparaison entre les grandeurs qui nous occupent.

Il en sera de même pour les forces sociales. On sera obligé de prendre une unité de mesure différente pour chacune des trois catégories de forces auxquelles on a à faire, en procédant de la même manière que pour les longueurs.

* * *

A côté des trois sortes de grandeurs que nous venons de considérer, une quatrième notion intervient dans l'étude du mouvement ; c'est *la masse.*

On remarque que si l'on applique la même force mécanique successivement à deux points matériels différents et pendant le même temps, généralement les mouvements communiqués à ces points ne sont pas les mêmes. Les choses se passent comme si ces points matériels opposaient des résistances différentes au mouvement que la force tend à leur imprimer. On dit alors que ces deux points n'ont pas la même masse, et on donne la définition des masses égales et de celles qui sont entre elles dans un certain rapport.

En Dynamique Rationnelle, la masse de chaque point matériel ainsi définie est une quantité rigoureusement constante.

On fait la même observation en Mécanique Sociale. On remarque que si une même force sociale agit successivement, pendant la même durée de temps, sur deux individus différents, elle ne leur imprime pas le même mouvement social. Nous dirons que ces deux individus n'ont pas la même masse, et plus l'effet produit par la force sera grand, plus la masse sera petite. On dira, au contraire, que leurs masses sont égales si ces mouvements sont identiques, et on tire facilement de là la définition des masses qui sont entre elles dans un rapport quelconque.

Mais ici un difficulté se présente.

Nous avons dit qu'en Dynamique Rationnelle la masse des points matériels est une quantité constante. Cela signifie que si k est le rapport des masses de deux points matériels à un certain moment et pour une certaine force, ce rapport aura toujours la même valeur, quelles que soient les forces qui agiraient sur les deux points considérés, et quel que soit le moment où l'on fait l'observation,

Il n'en est pas de même en Dynamique Sociale.

En effet, il est facile de remarquer que souvent, si un individu A subit l'action d'une force P avec plus d'intensité que l'individu B, c'est B qui subit avec plus d'intensité que A l'action d'une autre force P′ ; autrement dit, la masse de A a été plus petite que celle de B pour la force P, et elle a été plus grande pour P′. Ainsi un artiste est plus sensible qu'un marchand à une sollicitation de nature intellectuelle ; sa masse est plus petite ; c'est le contraire qui arrive, s'il s'agit d'une force économique. Donc la masse d'un individu n'est pas la même pour toutes les forces qui agissent sur lui.

Bien plus, elle n'est pas constante, en général, pas même pour une même force ; car le même individu subit avec plus d'intensité l'action de cette force à tel moment qu'à tel autre ; sa masse, par rapport à cette force, a varié dans l'intervalle. Ainsi un jeune homme éprouve plus fortement qu'un vieillard l'effet des instincts sexuels ; un homme reposé développe une activité intellectuelle plus facilement que le même homme fatigué. C'est comme si la masse de l'individu était affectée d'un coefficient fonction du temps.

On peut écarter cette difficulté de la manière suivante.

Il résulte d'abord de la définition donnée à la masse de l'individu que les forces sont proportionnelles aux masses auxquelles elles impriment des mouvements identiques. En effet, si l'on considère deux forces, P et P′, de même grandeur, de même direction et de même sens, qui agissent sur deux individus en leur imprimant des mouvements identiques, les masses m et m' de ces individus sont égales, par définition. Si maintenant nous réunissons d'un côté les deux forces P, pour en former une seule 2P, et de l'autre les deux masses m et m' en une seule $2m$, le mouvement n'a pas changé. Donc si l'on double la force en même temps que la masse, le mouvement reste le même. Il en serait de même si la force et la masse étaient multipliées par n'importe quel autre nombre, k, autre que 2. Donc la proposition est démontrée.

Considérons maintenant un individu dont la masse soit m par rapport à une unité de masse choisie une fois pour toutes et pour une certaine force P ; et soit m' la masse de ce même individu pour une autre force P′. Si dans le second cas nous multiplions en même temps la masse m' et la force P′ par le même coefficient $\frac{m}{m'}$, ce qui est permis d'après la propositions que nous venons de démontrer, la masse devient m et la force $\frac{m}{m'}$ P′ ; autrement dit, l'individu de masse m se comportera sous l'action de la force $\frac{m}{m'}$ P′ exactement de la même manière que l'individu de masse m' sous l'action de la froce P.

Supposons maintenant que la masse de l'individu varie d'un moment à l'autre par rapport à la même forces P. Cela

revient à dire que sa masse contient un facteur qui est fonction du temps, et qu'elle peut être mise sous la forme $mf(t)$. Si nous divisons par $f(t)$, la masse devient m et la force $\frac{P}{f(t)}$. Nous avons donc pu ramener encore la masse à une valeur constante, en affectant la force d'un coefficent convenable.

Il sera donc toujours possible, dans ce qui va suivre, de considérer la masse de l'individu comme une quantité constante, en affectant d'un coefficient convenable chacune des forces qui lui sont appliquées.

La notion de masse étant ainsi précisée, il s'agit de choisir une unité de mesure correspondante. Mais les unités de temps, de longueur et de force étant déjà choisies, le choix de l'unité de masse n'est plus arbitraire ; car cette unité devra être nécessairement la masse qui sous l'action de l'unité de force, pendant l'unité de temps, prendra une accélération égale à l'unité de longueur. L'unité de masse ne saurait donc être établie que par une expérience.

5. *Equation du mouvement social de l'individu.*

Les notions précédentes une fois établies, elles permettent de trouver les équations du mouvement social de l'individu. Les démonstrations seront identiques à celle de la Dynamique Rationnelle.

Soit d'abord le cas où la force est constante en direction et où l'impulsion initiale de l'individu est dirigée sur la direction de la force. Le mouvement sera alors rectiligne, car toutes les causes de mouvement agissant sur la même droite, il n'y a pas de raison pour que le mobile s'en écarte, dans un sens ou dans l'autre.

Prenons sur cette droite AB un point fixe, A, comme origine des coordonnées ; soit C la position du mobile à l'origine du temps, c'est-a-dire au moment à partir duquel on compte le temps ; M la position du mobile au moment t, $a = AC$, $x = AM$. L'équation du mouvement est :

Fig. 25.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = P,$$

où m est la masse de l'individu et P la force sociale qui agit sur lui, ou la résultante de ces forces, s'il y en a plusieurs. D'après l'hypothèse, P est dirigée sur la droite AM.

L'équation du mouvement est ainsi donnée sous sa forme *différentielle*, car $\frac{d^2x}{dt^2}$ est la *seconde dérivée* de l'espace parcouru par rapport au temps, qui s'obtient par la considération d'accroissements infiniment petits de x et de t.

Pour utiliser cette équation, il est nécessaire de l'*intégrer*, c'est-à-dire de la remplacer par une autre équation équivalente, mais qui ne contienne que des quantités finies. Cette intégration est généralement une opération très difficile, et elle est encore plus difficile quand il s'agit du mouvement curviligne d'un point, et surtout du mouvement général d'un système de points. Il est probable qu'en Mécanique Sociale ces difficultés seront encore plus grandes, car tout fait croire que l'expression analytique des forces P sera compliquée.

Si l'intégration peut être exécutée, l'équation prendra la forme,

$$x = f(t),$$

qui sera l'*équation finie* du mouvement. On en tire la vitesse, v, qui est la première dérivée de x par rapport au temps.

Si la force qui agit sur l'individu a une direction variable, ou si cette direction ne coïncide pas avec cele de l'impulsion initiale, la trajectoire sociale de l'individu sera une courbe, et le mouvement sera *curviligne*. Il sera alors représenté par les équations suivantes :

$$m\frac{dx^2}{dt^2} = X,$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y,$$

$$m\frac{d^2z}{dt} = Z,$$

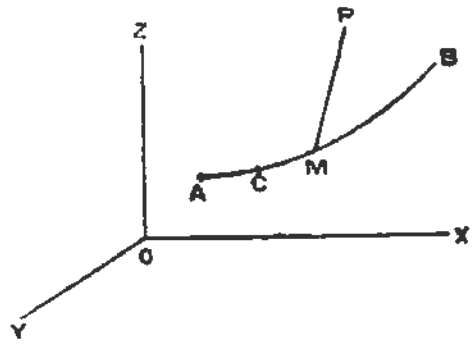


Fig. 26.

où x, y, z représentent les coordonnées variables de l'individu par rapport aux axes déjà choisis, et X, R, Z les projections sur OX, OY, OZ de la force I

Ces équations une fois intégrées, donnent la solution complète de la question du mouvement social d'un individu. Elles donnent *la loi du mouvement* de cet individu M, c'est-à-dire sa position sociale à un moment donné, quand on connaît l'expression de la force sociale qui le solicite et ses conditions initiales ; et réciproquement, on en peut tirer l'expression de la force P. capable de produire un mouvement social donné.

6. *Considérations sur le problème du mouvement social.*

La formation, ainsi que l'intégration des équations du mouvement social étant très difficiles, aucun des moyens qui peuvent faciliter l'étude d'un problème social n'est à dédaigner. Entre autres, la comparaison avec des problèmes mécaniques analogues peut donner quelquefois des indications précieuses sur l'allure générale, si ce n'est sur le détail d'un phénomène social. Nous en donnerons quelques exemples.

La chûte d'un corps lourd est un phénomène relativement simple, si parmi les forces qui le déterminent on ne prend en considération que la seule attraction de la terre sur le corps considéré. Le mouvement est alors uniformément varié, et il est tellement simple, que quelques expériences assez peu précises de Galilée ont suffi pour en établir les lois.

Mais il n'en est plus de même si on serre la question de plus près, et si on y introduit certains éléments moins apparents, mais qui ne sont pas nuls.

Si nous avons trouvé que le mouvement du corps qui tombe est uniformément varié, c'est que nous avons admis que la force qui détermine cette chûte est constante. Mais cela n'est vrai qu'à condition que la hauteur de chûte ne soit pas trop grande ; sinon, l'attraction de la terre variant en raison inverse du carré de la distance, elle cesserait de pouvoir être considérée comme constante, dès que la distance parcourue par le mobile dans sa chûte serait un peu grande par rapport à la longueur du rayon de la terre. Dès que le corps tombe d'une grande hauteur, on est obligé de tenir compte de la variation de l'attraction terrestre, et alors la loi du mouvement devient beaucoup plus compliquée.

Nous devons encore tenir compte de la résistance de l'air, que nous avons tout d'abord négligée. Cette résistance n'est

pas nulle, et elle s'exerce suivant une loi qui n'est pas simple. Si nous en tenons compte, la loi de la chûte du corps devient encore plus compliquée.

Il en est de même pour le pendule. Si l'on suppose que son mouvement a lieu dans le vide, on démontre que ce mouvement se compose d'une suite indéfinie d'oscillations de même amplitude, à droite et à gauche de la verticale du point de suspension, et qui ont toutes lieu dans le même temps. Mais si l'on tient compte de la résistance de l'air, ces oscillations, tout en restant isochrones, deviennent de plus en plus petites.

Le mouvement des corps célestes est d'une complication en apparence inextricable; mais la chose devient assez simple et claire si l'on introduit une classification dans les difficultés que le problème fait surgir.

Proposons-nous d'étudier, par exemple, le mouvement de la terre. Le problème complet doit tenir compte de l'attraction exercée sur elle par le soleil, la lune, toutes les planètes et tous les satellites du système solaire, sans compter celles des étoiles fixes, qui sont trop éloignées pour que leur action soit sensible. Il faut tenir compte aussi des attractions que tous ces corps exercent les uns sur les autres; car ces attractions font changer leur place dans l'espace, et par conséquent aussi l'attraction exercée par eux sur la terre.

Si l'on aborde le problème dans tonte sa complexité, sa sovution devient presque impossible. Mais on remarque que les diêerses attractions auxquelles on a affaire n'ont pas toutes la inme importance. L'attraction du soleil sur la terre est incomparablement la plus grande; celle de la lune vient en seconde ligne; celle des planètes est encore plus petite, et celle des satellites est presque insensible. L'influence des attractions réciproques de tous ces corps entre eux est aussi très peu considérable. La voie à suivre était indiquée par là. Nous tenons compte tout d'abord de la seule attraction du soleil, et nous trouvons que, dans cette hypothèse, la terre doit avoir le mouvement elliptique tel que Kepler[114] l'a défini. Nous introduisons ensuite l'action de la lune, et nous calculons les *perturbations* qu'elle apporte au mouvement déjà calculé. Viendront après celles qui sont produites par les planètes; et ainsi de suite.

Dans tous ces exemples, la méthode suivie a été la même : on s'est attaché d'abord à la cause principale du phénomène, et puis on a complété et corrigé le résultat obtenu, en introduisant successivement, et dans leur ordre d'importance, les forces les moins considérables. Mais si dès le premier jour les moyens d'observation avaient été assez parfaits, et si Galilée et Kepler avait essayé de trouver la loi qui donne lieu aux mouvements réels, en tenant un compte exact des résultats de l'observation, il est hors de doute qu'ils n'y seraient jamais parvenus ; la complication extrême de ces mouvements s'y serait opposée.

Dans ce cas, le manque de précision des observations, en masquant les perturbations, a fait ressortir les caractères principaux du mouvement et a rendu possible la découverte de sa loi.

Voici un exemple d'un genre différent.

Un projectile lourd, lancé dans le vide avec une vitesse initiale oblique, devrait décrire une parabole à axe vertical. Mais les artilleurs savent que telle n'est pas la trajectoire réelle d'un boulet. C'est que la résistance de l'air est assez forte pour modifier considérablement cette trajectoire. Comme la question présente un grand intérêt pratique, on a cherché expérimentalement la loi de la résistance des milieux au mouvement des corps. On n'est pas parvenu à la découvrir ; mais on a trouvé que, pour les besoins de la pratique, on peut admettre que cette résistance est proportionnelle au carré de la vitesse du mobile si cette vitesse n'est pas trop grande ; au cube de la vitesse si elle est plus grande ; et ainsi de suite. C'est évidement une loi empirique ; mais, pour le moment, elle est suffisante.

La science sociologique est incontestablement moins avancée que la Mécanique Rationnelle, sous le rapport de la théorie. Elle ne dispose d'aucune loi bien établie, telle que la loi newtonienne ; l'expérimentation lui est interdite, et l'observation se réduit pour elle aux seules leçons de l'histoire, qui sont loin d'être suffisantes. Pour toutes ces raisons, en attendant le jour où ces difficultés seront surmontées, il faudra que la Sociologie se résigne à passer par le stage que la science du mouvement physique a fait ; qu'elle se contente, elle aussi, pendant quelque temps, d'expressions approchées pour les forces sociales, et, le jour où elle sera en état d'user du calcul, d'approximations successives.

7. *Propriétés générales du mouvement social de l'individu.*

On démontre en Dynamique Rationnelle certaines propriétés qui seront établies de la même manière en Dynamique Sociale.

L'équation

$$mv - mv_0 = \int_{t_0}^{t} P dt.$$

s'appelle *l'équation de la quantité de mouvement.*

Le produit mv de la masse par la vitesse d'un individu est sa *quantité* de mouvement ; $P dt$, produit de la force par l'élément du temps, est *l'impulsion élémentaire de la force* ; et l'intégrale $\int_{t_0}^{t} P dt$, effectuée entre les moments t_0 et t, est *l'impulsion totale* de la force dans cet intervalle de temps. L'équation exprime donc que *l'accroisement de la quantité de mouvement d'un individu pendant un intervalle de temps est égal à l'impulsion totale pendant le même intervalle de la force qui agit sur lui qui détermine son mouvement.*

On obtiendra aussi l'équation :

$$mv^2 - mv_0^2 = 2 \int_{s_0}^{s} P dp.$$

Le produit mv^2 de la masse par le carré de la vitesse est *la force vive* ou *l'énergie* de l'individu considéré ; le produit $P dp$ de la force P par la projection dp sur la direction de la force de l'arc infiniment petit ds parcouru par l'individu dans son mouvement social, est *le travail élémentaire* de cette force ; l'intégrale $\int_{s_0}^{s} P dp$, effectuée entre les moments où les vitesses étaient v_0 et v et les arcs parcourus s_0 et s, est *le travail total* de la force dans cet intervalle.

Le théorème des forces vives s'énonce donc ainsi : *l'accroissement de la force vive ou de l'énergie d'un individu pendant un mouvement social est égal au double du travail total de la force qui agit sur lui pendant cet intervalle.*

Ce travail peut être positif ou négatif. Dans ce dernier cas, la force s'appelle *résistante*, et l'accroissement de la force vive

devient aussi négatif. Donc une force résistante diminue la force vive ou l'énergie d'un individu.

Si plusieurs forces agissent en même temps sur l'individu, le travail total développé est égal à la somme algébrique des quantités de travail développées par chacune d'elles, soit à la différence des sommes des quantités de travail positif et négatif. Si cette dernière est la plus grande, il y aura diminution de l'énergie.

Si l'intégrale

$$\int_{s_0}^{s} P dp$$

est nulle, on a

$$mv^2 = mv^2_0.$$

Par conséquent, l'énergie de l'individu reste constante tant qu'aucune force sociale n'agit sur lui, ou bien si la somme des quantités de travail des forces qni agissent sur lui est nulle. En ce cas, v est constant, c'est-à-dire le mouvement est uniforme. Ce résultat ne pent pas être considéré comme une démonstration du principe de l'inertie ; ce n'est que la conséquence d'une formule dont ce principe est la base.

8. *Equations du mouvement d'un corps social. Principe de d'Alembert.*

Un corps social est une réunion d'individus qui obéissent à leurs actions réciproques, ainsi qu'à certaines conditions, que nous avons nommées *liaisons*, et qui s'expriment tantôt par des éqnation, tantôt par des inégalités. Ces individus sont sujets en même temps à des forces sociales *extérieures*, c'est-à-dire qui n'émanent pas des individus mêmes qni composent le corps social.

S'il n'existe pas des liaisons, les individus se meuvent librement, sous la seule influence des forces sociales, intérieures et extérienres, qui les sollicitent.

Le mouvement d'un corps social résulte du mouvement que prend chacun des individus qui le composent, par l'effet des forces et des liaisons auxquelles ils sont assujettis.

Il peut arriver que le mouvement social ainsi produit soit tel, que les distances entre eux des individus qui le composent restent constantes pendant un temps plus ou moins long. La

forme du corps social reste alors invariable pendant ce temps ; il se comporte comme un *corps solide*.

Ce cas est extrêmement rare, et plutôt impossible en Sociologie. Dans le cas général, la forme du corps social change sans cesse, et la comparaison qui lui convient le mieux est celle avec une masse fluide agitée sans cesse par des remous plus ou moins violents.

* * *

Le mouvement social, de même que le mouvement mécanique, satisfait à un principe très général, nommé *principe de d'Alembert*, qui sert à écrire les équations du mouvement d'un système social dans le cas le plus général.

Soit M un des individus qui composent le système social considéré et P la résultante des forces sociales, tant intérieures qu'extérieures au système, qui agissent sur lui. Cet individu, sous l'action de la force P et des liaisons du système, prendra un certain mouvement social. Mais il est possible de trouver une force Q telle, qu'elle imprime le même mouvement à cet individu supposé entièrement libre. La résultante R de la force P et de — Q, égale et directement opposée à Q, s'appelle *la force perdue* de M.

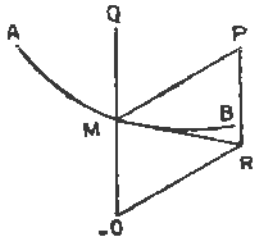


Fig. 27.

Le principe de d'Alembert s'énonce ainsi : *Toutes les forces perdues d'un corps social en mouvement se font équilibre, en vertu des liaisons qui lui sont imposées.*

Soient

$$\begin{aligned} L_1\ (t,\ x,\ y,\ z,\ x',\ldots) &= 0 \\ L_2\ (t,\ x,\ y,\ z,\ x',\ldots) &= 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ L_k\ (t,\ x,\ y,\ z,\ x',\ldots) &= 0 \end{aligned}$$

les liaisons imposée au système, où t représente le temps, et $x, y, z, x', \ldots$ les coordonnées sociales des individus qui composent le système.

Les équations du mouvement du système sont de la forme :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X + \lambda_1 \frac{\partial L_1}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial L_2}{\partial x} + \dots$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y + \lambda_1 \frac{\partial L_1}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial L_2}{\partial y} + \dots$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = Z + \lambda_1 \frac{\partial L_1}{\partial z} + \lambda_2 \frac{\partial L_2}{\partial z} + \dots$$

X, Y, Z sont les composantes de la force P qui agit sur l'individu de masse m et de coordonées x, y, z; $\frac{\partial L_1}{\partial x}, \frac{\partial L_1}{\partial y}, \dots$ sont les dérivées partielles des fonctions $L_1, L_2, \dots$ par rapport aux coordonnées; $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ sont des facteurs qui s'éliminent par le calcul.

* * *

Dans toutes les questions de Dynamique Rationnelle, les équations du mouvement définissent des fonctions continues, en ce sens que la valeur de la fonction à un certain moment résulte des états de cette fonction aux moments antérieurs et détermine ses valeurs ultérieures. Comme les équations du mouvement social sont de même forme que celles de la Dynamique Rationnelle, nous pouvons conclure que le mouvement social est aussi un mouvement continu, ce qui confirme une proposition déjà énoncée.

9. *Propriétés générales du mouvement des systèmes sociaux.*

L'intégration des équations du mouvement social présentera assurément des difficultés au moins aussi grandes que celles de la Dynamique Rationnelle. Aussi ne peut-on énoncer qu'un petit nombre de propositions générales, dont l'énonciation n'exige pas l'intégration préalable des équations, ni la connaissance de l'expression analytique des forces. Nous nous contenterons de ne mentionner que celles qui peuvent présenter quelque utilité dans la question qui nous occupe.

La première est celle qui est connue sous le nom de *principe du mouvement du centre de gravité du système*. Il a lieu dans le cas où le système est libre et de forme invariable, et aussi lorsque les liaisons du système libre sont exprimées par des équations qui ne contiennent que les distances des points du système entre eux. Le premier cas ne se présente que très rarement en Sociologie, et seulement pour de petits intervalles de temps ; le second n'est pas plus fréquent, car en général les relations qui existent entre les individus qui composent un corps social ne dépendent pas seulement de leurs distances sociales, mais sont aussi fonctions du climat, des conditions locales, de l'étendue et de la fertilité du sol, etc. Ce principe n'aura donc qu'une application très restreinte en Sociologie.

Son énoncé est le suivant : *Dans les cas où le principe du mouvement du centre de gravité a lieu, ce centre se meut comme un simple point où toutes les forces appliquées au système seraient transportées parallèlement à elles-mêmes et qui aurait une masse égale à la masse totale du système.*

Dans le cas où le principe du mouvement du centre de gravité est applicable, si les forces sociales sont nulles ou se font équilibre sur le système solidifié, ce qui aurait lieu dans le cas particulier où le système ne serait soumis qu'aux actions et réactions des individus qui le composent et qui deux à deux sont égales et directement opposées, le centre de gravité du système est immobile, ou bien a un mouvement rectiligne et uniforme.

La seconde proposition est celle *des quantités de mouvement*, appliquée aux systèmes sociaux. Cette proposition est comprise dans l'équation

$$\sum mv - \sum mv_0 = \sum \int_{t_0}^{t} P dt,$$

qui exprime que *l'accroissement de la somme des quantités de mouvement d'un corps social pendant un intervalle de temps est égal à la somme des impulsions totales pendant le même intervalle de toutes les forces qui agissent sur lui.*

Cette équation trè importante donne la raison pour laquelle, dans toute action sociale d'importance déterminée et réalisée dans un temps donné, si les masses mises en mouvement sont petites, il faut que leurs vitesses soient grandes, et réciproque-

ment; et aussi, si les forces sont petites, le temps d'action doit être long, et réciproquement.

La troisième proposition générale est celle du *principe des forces vives*. Elle est exprimée par l'équation

$$\sum mv^2 - \sum mv^2{}_0 = 2 \sum \int_{s_0}^{s} P dp.$$

Dans cette equation, ainsi que dans celle qui précède, les lettres ont la même signification que dans les mêmes théorèmes appliqués à un seul individu. Le signe Σ signifie qu'il faut faire la somme algébrique des quantités placées à sa droite pour tout l'intervalle considéré. La derniere équation s'énonce donc ainsi : *La somme des accroissements, dans un intervalle de temps donné, de la force vive de tous les individus qui composent un corps social est égale au double de la somme des quantités de travail développées par toutes les forces sociales appliquées au système pendant le même intervalle.*

Cette propriété n'a lieu qu'à la condition que les équations de liaison du système ne contiennent pas le temps d'une manière explicite. Or il faut remarquer que généralement les individus qui forment un corps social ne sont soumis qu'à leurs influences réciproques et aux forces qui agissent sur le système, et de plus à des liaisons qui sont représentées par des lois, des coutumes et des nécessités sociales, dont le caractère est plus ou moins permanent. Donc le principe des forces vives sera assez souvent applicable, du moins pour des intervalles de temps pas trop longs.

* * *

Montrons par un exemple la manière dont ces principes peuvent servir.

L'île de Pâques est un rocher volcanique, d'une surface de 118 kilomètres carrés, dont la population actuelle ne dépasse pas 600 habitants, qt qui ne pourrait en aucun cas en nourrir plus de quatre ou cinq mille. De plus, elle est isolée au milieu de l'Océan Pacifique, à plus de 3300 kilomètres de la côte la plus rapprochée de l'Amérique, ainsi que de toute île ou archipel un peu important. Dans cette île on voit un grand nombre de rochers sculptés en forme de statues colossales, en basalte, de 6

à 7 mètres de haut, d'une exécution assez primitive, mais qui témoigne d'une science d'observation incontestable, et surtout de moyens d'exécution de beaucoup supérieurs à ceux dont pourrait disposer une population de quelques centaines d'individus. On y trouve aussi des restes de routes et de véritables hiéroglyphes.

La présence de ces monuments dans cette île perdue est la preuve évidente de l'existence d'une civilisation assez avancée, aujourd'hui disparue. Il faut admettre que le peuple qui les a exécutés avait mis de longs siècles pour y parvenir ; les Grecs ont eu besoin peut-être de milliers d'années pour que, partis de l'état sauvage, ils fussent arrivés à sculpter leurs petites statues archaïques du Louvre,[115] qui ne sont du reste que des imitations de l'art égyptien. Mais il faut admettre encore que ce peuple inconnu a été incomparablement plus nombreux que la poignée d'individus qui habitent l'île aujourd'hui.

En effet, l'équation des quantités de mouvement montre que plus les forces sociales mises en mouvement pour réaliser un certain travail social sont petites, plus le temps employé est long, et réciproquement. Et puisque l'étendue de l'île n'admet pas la possibilité de forces sociales considérables, il faut admettre que le temps nécessaire pour que l'exécution des statues de l'île de Pâques fût possible a dû être beaucoup plus long que celui qui a été nécessaire aux populations nombreuses de l'Assyrie, de l'Egypte et de l'Europe pour parvenir à exécuter des travaux analogues. C'est la raison pour laquelle jamais une civilisation n'a été le fruit du labeur d'un petit nombre d'individus ; elle représente une somme d'observation et d'expérience accumulées tellement grande, et les individus capables de faire augmenter le capital commun sont tellement rares, que ce ne sont que les longs espaces de temps et les groupes nombreux qui peuvent fournir les éléments d'une civilisation.

Il faut enfin remarquer que l'exécution matérielle de pareils monuments suppose l'existence d'outils d'un certain degré de puissance et de perfection, car leur absence exigerait un nombre d'autant plus grand de travailleurs. Mais les métaux manquent dans l'île de Pâques ; et du reste, au moment des premières expéditions européennes, les populations polynésiennes en étaient encore à l'âge de la pierre. Les artistes de

l'île de Pâques n'ont pu donc disposer, pour exécuter leur colosses, que d'outils en pierre, dont on trouve même les restes. Leur mérite en est d'autant plus grand, mais cela prouve en même temps que le peuple auquel ils appartennaient était un peuple nombreux. Or comme l'île est très petite, deux seules hypothèses sont possibles.

La première est celle qu'une colonie appartenant à un peuple civilisé fût venue s'installer dans l'île. Il est difficile de l'admettre, à cause des énormes distances qui séparent l'île de toute autre terre un peu considérable. Le continent américain, qui en est le plus rapproché, et où s'épanouissait la civilisation péruvienne, est encore à plus de 3300 kilomètres de distance. D'ailleurs les Péruviens n'ont pas été un peuple navigateur; et l'eussent-ils été, il est impossible d'admettre qu'ils aient pu tenter une expédition pareille avec de simples canots à rames, qui auraient exigé plusieurs mois de navigation; l'expédition entière serait morte en route, de fatigue, de faim et de soif. L'hypothèse est d'autant moins admissible que, pour qu'une expédition partie d'Amérique eût pu découvrir un simple point perdu au milieu de l'immensité de l'Ocean, visible à peine dans un rayon de 80 kilomètres, et dont rien ne faisait soupçonner l'existence, elle aurait dû avoir une chance extraordinaire.

Il ne reste donc à considérer que la seconde hypothèse, la seule plausible : celle que l'île de Pâques n'est que la dernière épave d'un continent, ou au moins d'un groupe d'îles assez considerables, habitées autrefois par une population nombreuse et civilisée, et qu'une terrible catastrophe, arrivée à une époque et par une cause inconnues, aurait fait disparaître. C'est à la géologie qu'il appartient de dire ce que cette hypothèse vaut.

10. *Principe de la conservation de l'energie.*

L'équation des forces vives peut être mise sous la forme :

$$\frac{1}{2}\sum mv^2 = \frac{1}{2}\sum mv^2{}_0 + \sum \int_{s_0}^{s} P dp.$$

Si nous comptons le temps à partir du moment fixe et bien déterminé t_0, la quantité $\sum mv^2{}_0$ est constante, car elle

représente la somme des forces vives que le système possédait à ce moment initial.

D'autre part, nous avons donné à l'expression $\int_{s_0}^{s} P dp$ le nom de *travail total* ou d'*énergie totale* développée par les forces P pendant le mouvement considéré.

L'équation montre donc que, si la somme des forces vives du système reste constante, son energie totale restera aussi constante.

L'énergie totale d'un système en mouvement à un moment quelconque t se compose de deux parties.

La première est celle que le système possédait déjà au moment t_0 à partir duquel nous considérons le mouvement. Cette partie est due aux causes qui avaient produit le mouvement du système avant le moment t_0, et qui a donné ce que nous avons nommé *l'impulsion initiale*, que le système avait au moment t_0.

Cette *énergie initiale* est représentée dans l'équation par $\sum mv^2_0$.

La seconde partie de l'énergie que le système possede au moment t est celle que les forces P qui ont agi sur lui depuis le moment t_0 jusqu'à t ont développée.

Supposons maintenant que pendant tout l'intervalle de t_0 à t les forces P soient nulles ou se fassent équilibre. L'intégrale $\int_{s_0}^{s} P dp$ est alors nulle, et l'équation des forces vives se réduit à

$$\sum mv^2 = \sum mv^2_0.$$

Elle signifie que la somme des forces vives du système reste constante pendant le mouvement considéré ; et comme, d'après l'équation précédente, la somme des forces vives est égale, à une constante près, à l'énergie totale du système, la dernière équation signifie aussi que *l'énergie totale du système reste constante pendant le mouvement considéré et égale à la valeur qu'elle avait au commencement de ce mouvement.*

Cette proposition est connue sous le nom de *principe de la conservation de l'énergie.*

L'exactitude de ce principe, longtemps admis sans contestation, a été remise en question à la suite de la découverte du radium et des autres métaux radioactifs. Ces métaux développent d'énormes quantités d'énergie sans l'intervention d'aucune force visible, ce qui prouverait que la somme d'énergie existant dans le monde peut être augmentée par cette cause nouvelle. D'autre part on cite des cas où l'énergie disparaît sans retour et sans se faire remplacer par une quantité égale d'énergie ou par une autre manifestation équivalente. Il suffit de citer la chaleur d'un corps chauffé qui se perd par radiation dans l'espace infini, après avoir traversé l'atmosphère, sans avoir produit aucun travail visible.

Nous croyons que ces objections ne sont pas fondées.

Une formule mathématique ne fait qu'exprimer une relation entre les quantités que l'on a considérés et que l'on a mis en oeuvre, pour ainsi dire, quand on a établi cette formule. Si l'on élargit sa portée et si l'on veut la faire parler dans des cas pour lesquels elle n'a pas été faite, elle risque de causer des déceptions.

Pour établir la formule des forces vives, on considère un système bien déterminé et fini, auguel sont appliquées des forces bien déterminées et agissant dans des conditions précises et connues. Dès que le champ s'élargit, il faut examiner dans quelles conditions la formule peut être maintenue.

Considérons un corps lourd qui tombe par la seule aetion de la pesanteur. Nous établissons la formule des forces vives, qui nous permet de calculer la quantité d'énergie à un moment quelconque. Mais si ce corps vient frapper la tête d'un pieu fiché en terre, une petite partie de l'énergie disponible à ce moment-là sert à enfoncer le pieu, tandis que la plus grande partie disparaît.

Si l'on se tient dans les limites primitives du problème, où l'on n'avait à faire qu'au seul corps qui tombait, il y a une perte d'énergie dont la formule ne peut pas rendre compte, puisqu'elle a été établie pour la seule partie du phénomène qui concernait la chûte du corps. Si nous faisons entrer le pieu aussi dans le cadre du problème, la formule, établie pour ce cas nouveau, sera plus exacte que la précédente, parce qu'elle tiendra compte de l'énergie dépensée pour enfoncer le pieu. Mais pour qu'elle soit tout-à-fait exacte, il faut faire entrer en ligne de

compte la terre entière aussi, car une bonne partie de l'énergie du corps qui tombait a été employée pour produire les trépidations et les changements de position de molécules du massif terrestre jusqu'à une distance assez grande.

La chaleur que la terre perd par sa radiation dans l'espace représente de l'énergie perdue pour la terre. Si nous écrivons l'équation des forces vives pour la terre entière et pour toutes les forces, tant intérieures qu'extérieures, qui agissent sur elle, l'équation dira bien que, dans telles circonstances et à telles conditions, la quantité d'énergie est constante ; mais ce résultat ne sera pas exact, car il ne tient pas compte de la chaleur perdue par rayonnement et de l'énergie qu'elle est capable de produire. Il n'en serait pas de même si nous suivions cette chaleur à travers l'éther et si, connaissant le genre d'énergie qu'elle est capable d'y développer, nous la faisions entrer dans notre formule.

Or nous ne sommes pas eu droit d'affirmer que cette énergie n'existe pas. Nous ne savons rien sur la constitution intime de l'éther ; nous ne savons pas s'il n'est que de la matière dans un état de raréfaction qui dépasse l'imagination, ou bien un milieu d'une espèce à part. Mais nous savons que, quelle que soit sa constitution, il transmet l'énergie à des distances incalculables. C'est lui qui nous amène l'énergie du soleil, sa chaleur, sa lumière et ses effluves électriques et magnétiques ; c'est par lui que nous vient la lumière des étoiles placées à l'extrême limite de l'univers visible ; c'est encore lui, peut-être, l'agent mystérieux auquel est due la propagation, si ce n'est la production même, de l'attraction universelle. Si donc la chaleur rayonnée dans l'espace diminue l'énergie de la terre, cette énergie n'est pas perdue ; l'éther s'en charge, pour la transmettre à d'autres corps célestes ; et en attendant qu'elle y arrive, elle sert à produire les vibrations de l'éther qui, elles non plus, ne peuvent pas avoir lieu sans une cause qui les détermine.

Si d'un côté nous devons considérer de l'énergie qui se perd, il existe d'autre part de l'énergie qui prend naissance sous nos yeux, produite par les cops radioactfis. Mais de même que l'esprit se refuse à admettre sans examen l'anéantissement de l'énergie, il éprouve autant de difficulté à en admettre la création ; et il est plus naturel d'admettre que l'énergie dégagée par

le radium n'est qu'une forme différente de celle à la quelle est due la cohésion et les autres forces moléculaires.

Considérée a ce point de vue, la question change d'aspect, et il ne semble plus que le principe de la conservation de l'énergie, élargi et bien compris, soit incompatible avec les nouvelles découvertes de la science.

Dans tous les cas, les principes de la Mécanique Rationnelle restent exacts et utiles dans les limites des questions courantes et du degré d'approximation avec lequel ils ont été démontrés.

* * *

Les considérations précédentes sont applicables aussi au principe des forces vives, tel que nous l'avons établi pour les phénomènes sociologiques. La conservation de l'énergie d'un corps social existe, à condition de n'omettre aucune des formes sous lesquelles cette énergie peut être dépensée ou produite.

La quantité d'énergie dont un corps social dispose à un moment donné ne diminue pas en général par les actions et les réactions les uns sur les autres des individus qui le composent ; car en vertu du troisième axiome de la Dinamique Sociale, ces actions et réactions sont deux par deux égales et directement opposées, de sorte que les énergies qu'elles développent se compensent deux par deux. Mais cette quantité d'énergie diminue lorsqu'elle est employée à produire un travail dont le corps social ne profite pas. Si, par exemple, l'énergie d'un certain nombre d'individus était employée à enfoncer des pieux en terre et que ces pieux restent non utilisés, la quantité d'énergie du corps social dont ces individus font partie a diminué d'autant, car ce travail a été fait en pure perte. Il n'en serait pas de même si les pieux servaient pour la construction d'un pont, parce que ce pont servira à faciliter les communications, et l'énergie dépensée sous une forme sera regagnée sous une autre. Il y aura même un accroissement d'énergie, si le pont sert à mettre en valeur certaines forces nouvelles, inactives auparavant, telles que l'exploitation d'une forêt ou d'une mine.

D'une manière générale, la quantité d'énergie des sociétés modernes va en augmentant. La création de ressources nouvelles, l'emploi plus judicieux et dans une proportion de plus en plus grande des forces naturelles, les inventions nouvelles,

le respect de plus en plus grand pour la vie et les droits de l'homme, sont autant de causes de cette augmentation. La multiplication de la population en est une autre, car chaque nouvel individu représente la vie, c'est-à-dire la forme la plus économique de l'énergie sociale. Par contre, il y a diminution d'énergie dans certaines sociétés dont les forces sont déjà usées par la trop grande dépense d'énergie qu'elles ont faite dans les luttes pour la conservation de leur individualité, dans des entreprises dont le bénéfice, au point de vue de l'utilisation de l'énergie, a été plus petit que les pertes, ou dans des tiraillements sans utilité. La nécessité pour ces sociétés de dépenser plus d'énergie que la reserve dont elles disposent pour faire face aux exigences actuelles est une cause d'épuisement qui, si elle n'est pas écartée par la création de nouvelles sources d'énergie, amènera leur disparition inévitable.

11. *Principe de la moindre action.*

Le principe de la moindre action a lieu dans les mêmes cas que celui des forces vive. Son énoncé est le suivant :

La somme de toutes les intégrales dans un intervalle donné des produits de la force vive de chacun des individus qui composent le corps social par l'élément du temps est un minimum.

Cet énoncé signifie que, parmi tous les mouvemts par lesquels ou peut imaginer que le corps social passe d'une de ses positions à une autre, en satisfaisant aux équations de liaison qui lui sont imposées, c'est le mouvement effectif qu'il prend sous l'action des forces qui lui sont appliquées qui rend minimum l'expression

$$\sum \int_{t_0}^{t} mv^2\, dt.$$

Or mv^2 est la force vive de l'élément m ; le produit $m\, v^2 dt$ signifie donc la force vive développée par cet elément pendant le temps infiniment petit dt. L'intégrale $\int_{t_0}^{t} mv^2 dt$ est la force vive totale développée par ce même élément pendant l'intervalle de t_0 à t, et $\sum \int_{t_0}^{t} mv^2 dt$ est la somme de ces forces vives développées par tous les éléments du système pendant le même temps. Le principe

de la moindre action exprime donc que de tous les mouvements possibles d'un système social entre deux positions quelconques, en tenant compte de ses liaisons, c'est son mouvement effectif qui donne lieu à la plus petite dépense de force vive dans un temps donné. Autrement dit, chaque corps social soumis à certaines forces sociales et à certaines liaisons prend le mouvement qui exige la plus petite dépense possible de force vive.

Ce principe reste vrai, quel que soit l'intervalle de temps $t - t_0$, à condition que pendant ce temps ni les forces, ni les liaisons appliquées au système social considéré ne soient changées.

En réalité, dans les phénomènes sociaux, des changements continuels ont lieu ; mais chacun de ces changements demande un certain temps, plus ou moins long, pour se produire. Si donc nous divisons l'intervalle $t - t_0$ en un grand nombre de parties, nous pouvons admettre que pendant chacune de ces parties du temps les forces et les liaisons restent invariables ; donc le principe de la moindre action a lieu pour chacune d'elles ; donc il est vrai aussi pour l'intevalle total $t - t_0$.

* * *

En attendant que la science soit assez avancée pour permettre d'utilier le calcul, le principe de la moindre action, de même que ceux qui le précèdent, n'a qu'une importance théorique et philosophique ; mais cette importance est considérable. Il montre que, dans l'évolution des société humaines, il existe une loi qui les force à suivre, à chaque instant, le mouvement qui demande la plus petite dépense possible d'énergie. On peut la formuler d'une autre manière, en disant que chaque société se meut, à chaque instant, dans la direction où elle rencontre la moindre résistance.

Citons quelques exemples.

L'homme primitif, dépourvu de toute arme et de tout outil, a dû se contenter, pour sa nourriture, de fruits et de racines. Malgré la forme de sa dentition et les nécessités de son organisme, la force de ses ennemis naturels était trop grande pour qu'il risquât de l'affronter.

Il n'en fut plus de même quand il eut inventé ses premières armes. Pour lui ce fut alors moins dur de combattre les animaux sauvages que de souffrir de la faim. Il devint chasseur.

Plus tard, quand il eut réussi à domestiquer le bœuf et le mouton, il devint pasteur, parce que la vie pastorale était moins fatigante, moins exposée aux dangers et plus riche en moyens d'existence que celle du chasseur.

L'homme devint enfin agriculteur, car cette vie stable, tranquille, facile et abondante demandait une moindre dépense d'énergie dans un temps donné que la vie rude du pasteur.

Jamais une société, placée dans l'obligation de choisir entre deux voies, ne prendra celle qui demande la plus grande dépense d'énergie. Les Grecs anciens, entourés par la mer, furent navigateurs, commerçants et colonisateurs. Ils auraient pu aussi bien cultiver leurs vallées, essayer de s'étendre au nord, vers la Thessalie, la Macédoine et l'Epire, en délogeant les tribus barbares qui les occupaient, et devenir un peuple pasteur ou agriculteur. Ils ont préféré la vie maritime, qui incontestablement était pour eux celle qui présentait le moins d'obstacles et de difficultés.

De nos jours même, on voit l'expansion des peuples qui disposent d'un excès d'énergie se produire exclusivement du côté où elle rencontre la moindre résistance. Le fameux *Drang nach Osten* de la race germanique aurait pu devenir une réalité dans un temps où les nationalités de l'Orient européen, désorganisées et arriérées, présentaient une bien moindre résistance que les peuples occidentaux ; aussi la Russie au temps d'Elisabeth et de Catherine II commençait-elle à devenir le point de mire de l'émigration allemande. Ce courant est enrayé aujourd'hui, et il prend la direction plus facile de l'Anatolie, de l'Afrique et du grand Océan ; mai cette dernière voie sera fermée elle aussi le jour où le réveil de la race jaune y aura semé de trop grandes difficultés.

Le phénomène de l'envahissement des villes par les habitants des campagnes dans les pays industriel, celui de l'encombrement des carrières publiques là où les autres carrières manquent ou sont trop aléatoires, ne sont encore que les conséquences de la loi de la moindre action.

On doit considérer de pareils faits, prouvés par l'observation et déduits en même temps du principe de la moindre action, comme une confirmation de ce principe, et partent des trois axiomes dont il est la conséquence.

12. *Les quantités constantes dans le mouvement social.*

Les équations du mouvement social, de même que celles du mouvement mécanique, se présentent sous forme différentielle. Leur intégration sera une opération extrêmement difficile, et il est permis de croire que le jour où on pourra l'effectner est encore très éloigné.

Cependant il a été possible de démontrer un certain nombre de propriétés, tirées de ces équations, sans qu'il soit besoin de les intégrer. Telles sont les propriétés sur le mouvement du centre de gravité, sur la quantité de mouvement, sur les forces vives, ainsi que le principe de la moindre action.

Une nouvelle propriété, très importante, de ces équations est la suivante : *Dans tout mouvement social, il existe toujours un certain nombre de fonctions qui restent constantes malgré les variations que le temps, les coordonnées et les forces subissent pendant ce mouvement.*

En effet, on démontre en calcul intégral que l'intégration d'une équantion différentielle d'ordre k introduit k constantes arbitraires ; et que l'intégration d'un système de plusieurs équations différentielles introduit de même un mombre de constantes arbitraires égal à la somme des ordres des équations à intégrer.

Les valeurs de ces constantes aribtraires sont déterminées d'après les conditions initiales du problème. Dans le cas du mouvement, ces conditions initiales dépendent de la position qu'occupaient et de la vitesse que possédaient à un certain moment les points qui constituent le système.

Les équantions du mouvement social sont toutes des équations différentielles du second ordre, et si n est le nombre des individus qui composent le corps social considéré, leur nombre est de $3n$. Donc l'intégration de ces équations introduira $6n$ constantes arbitraires.

Le calcul intégral donne le moyen de formes $6n$ équations, dont la résolution permet de tirer la valeur de ces $6n$ constantes en fonction du temps, des coordonnées et des composantes des vitesses. Donc les fonctions qui expriment les valeurs de ces constantes restent constantes pendant le mouvement.

Le principe des forces vives fournit un exemple simple.

L'équation qui exprime cette propriété est :

$$\sum mv^2 - \sum mv^2_0 = 2\sum \int_{s_0}^{s} P dp.$$

L'expression $\sum \int_{s_0}^{s} P dp$ représente la somme des *intégrales définies* de la forme $\int_{s_0}^{s} P dp$, prises entre les moments t_0 et t.

Si nous appelons I et I_0 les valeurs d'une de ces intégrales aux moments t et t_0, la valeur de l'intégrale définie $\int_{s_0}^{s} P dp$ est $I - I_0$. Nous pouvons donc écrire l'équation des forces vives sous la forme :

$$\sum mv^2 - \sum mv^2_0 = 2\sum I - 2\sum I_0,$$

$$\text{ou} \quad \sum mv^2 - 2\sum I = \sum mv^2_0 - 2\sum I_0.$$

Dans cette équation $\sum mv^2_0$ et $\sum I_0$ sont des quantités constantes, car elles représentent la somme des forces vives et la somme de quantités de travail du système au moment bien déterminé t_0, à partir duquel nous considérons le mouvement donné. La dernière équation signifie donc que, pendant toute la durée du mouvement considéré, la fonction

$$\sum mv^2 - 2\sum I$$

reste constante.

Il existe un théorème, démontré par Poisson, qui, étant données deux constantes d'intégration d'un système d'équations différentielles, permet d'en trouver d'autres, sans faire de nouvelles intégrations ; mais le nombre des nouvelles constantes que l'on peut découvrir par cette méthode est généralement assez limité.

Quoi qu'il en soit, l'existence de fonctions qui restent invariables pendant un phénomène où nous sommes habitués à ne voir que du changement, est un fait dont l'importance philosophique n'échappera à personne.

13. *Remarque sur l'intégration des équations du mouvement social.*

Les équations différentielles du mouvement social que nous avons données ci-dessus sont tellement compliquées que, sauf de rares exceptions, elles n'auriaient qu'une utilité pratique très restreinte. Mais le problème social se présente dans des conditions spéciales, qui permettent d'agrandir dans une certaine mesure la possibilité d'utiliser ces formules.

Tout corps social est formé de certains groupes d'individus que la similitude de leurs conditions sociales rapproche et rend solidaires jusqu'à un certain point. Ainsi, les paysans ont des intérêts, une mentalité, un degré d'instruction, des aspirations, des sympathies et des antipathies qui plus ou moins leur sont communs. Cette circonstance est cause que l'action d'une force sociale extérieure s'exerce sur les individus qui composent le groupe paysan d'une manière plus égale que si ce groupe était composé d'individus appartenant à des catégories distinctes, telles que paysans et ouvriers d'usine, par exemple. Nous exprimerons cette observation en disant que, sous l'action d'une force sociale, la figure formée par le groupe paysan considéré à part tend à conserver sa forme, mieux que la figure formée par les groupes paysan et ouvrier. Il suit de là que, pendant un temps assez court pour que la forme de chacun des groupes qui composent le corps social ne change pas d'une manière sensible, ce corps pourra être considéré comme formé de plusieurs groupes de forme invariable. Or la Statique Sociale (ch. IV, 1) montre que toutes les force appliquées à un groupe social de forme invariable se composent en une résultante et un couple uniques.

Tout corps social peut donc, pendant un temps t assez court être considéré comme formé d'un certain nombre de groupes de forme invariable, dont chacun est soumis à une seule force sociale et à un seul couple de forces sociales.

Cette remarque est précieuse, parce que le changement de forme des groupes sociaux a lieu avec assez de lenteur pour qu'elle permette de considérer l'évolution d'un corps social comme une succession de figures formées par des groupes de formes invariables. On pourra donc, pour chacune des phases qui com-

posent cette succession, réduire toutes les forces appliquées au système à un nombre de forces et de couples égal à celui des groupes qui composent le corps social. La simplification qui en résultera sera considérable, car on sera conduit, de cette façon, à considérer un nombre très réduit de groupes, au lieu d'un nombre très grand d'individus.

* * *

Soient donc A, B, C,... les groupes qui constituent le corps social considéré, momentanément invariables pendant le temps *t*. La figure formée par les groupes A, B, C,... change pendant le temps *t* ; mais ce changement a lieu d'une manière continue. Si donc nous partageons le temps *t* en une infinité de parties infiniment petites, le changement de la forme du système A, B, C,... pendant une de ces parties du temps sera infiniment petite ; autrement dit, le corps social formé par le système A, B, C,... pourra être considéré comme invariable pendant un temps infiniment petit. Or on démontre en Mécanique Rationnelle que le mouvement infinitésimal d'un solide se compose d'une translation infiniment petite, accompagnée d'une rotation infiniment petite. Donc *tout mouvement social peut être considéré comme formé d'une succesion continue de translations et de rotations infiniment petites.*

Cette propriété a une importance considérable, car les formules de la Mécanique Rationnelle font connaître à chaque instant le mouvement infinitésimal de translation d'une solide, ainsi que sa vitesse de rotation instantanée et la position de l'axe de rotation. On pourra donc prévoir,—à très courte échéance, il est vrai — le changement de position que le corps social subira à un moment donné, sous l'influence des forces sociales qui lui sont appliquées à ce moment.

14. *Diffusion des masses sociales.*

Dans un vase vide, versons une couche d'acide carbonique, jusqu'à une certaine hauteur, et au-dessus une couche d'air. Il y aura d'abord un plan de séparation entre les deux couches ; mais au bout d'un certain temps, on remarque que, jusqu'à une certaine distance de ce plan, au-dessus et au-dessous,

les deux gaz sioni intimement mélangés ; ce qui prouve que l'acide carbonique, quoique plus lourd, s'est élevé dans la couche d'air, et réciproquement. On constate que la proportion dans le mélange du gaz ainsi deplacé varie avec le temps et avec la distance au plan de séparation, et on donne la formule

$$t = kd^2,$$

où t est le temps, d la distance et k un coefficient numérique qui varie avec la nature des gaz en présence. Cette formule donne le temps nécessaire pour avoir un même degré de concentration en acide carbonique à une distance donnée du plan de séparation.

Ce phénomène est connu en physique sous le nom de *diffusion des gaz*. On l'étudie expérimentalement, les procédés de la Mécanique Rationnelle, dans l'état actuel de la science, étant insuffisants pour le faire d'une manière analytique. Cependant nous avons cru devoir le rappeler ici, à cause de son analogie avec un phénomène social bien connu, et qui à cause de cette ressemblance pourrait être nommé la *diffusion sociale*.

Considérons deux masses sociales distinctes et juxtaposées. Après un certain temps, on remarque toujours un mélange qui se produit dans la proximité de la surface de séparation. La proportion dans laquelle l'élément nouveau pénètre dans l'ancien en un point donné dépend du temps, ainsi que de la distance à la surface de séparation.

Les exemples de ce phénomène ne manquent pas.

Si les masses considérées sont deux peuples séparés par une frontière, par des différences de langue, de lois et d'habitudes, il se forme toujours, le long de la frontière, à droite et à gauche, une zone ou tous les caractères d'un peuple se ressentent de ceux du peuple voisin : la langue s'infiltre d'éléments étrangers, des liens de sympathie ou de parenté s'établissent, les différences d'habitudes s'émoussent. Ces effets sont d'autant plus sensibles que la distance à la frontière est plus petite et que la durée du contact a été plus longue

Il en est de même lorsque la conquête crée dans un pays une classe privilégiée. La masse assujettie réussit toujours à s'infiltrer à travers les mailles du réseau de prohibitions dont la masse conquérante a essayé de s'entourer ; elle s'introduit dans les places défendues, elle fait tomber l'une après l'autre

les barrières qu'on lui oppose ; des mariages ont lieu, des relations personnelles s'établissent. D'autre part, l'énergie et l'esprit d'exclusivisme des conquérants s'usent à la longue, de sorte qu'un dernier effort, venu à temps, suffit le plus souvent pour faire disparaître les dernières traces de l'antique antagonisme. C'est l'histoire de la noblesse franque en France, de la conquête mantchoue en Chine, des Spartiates en Laconie ; et si aux Indes l'institution des castes dure encore, Dieu seul sait au prix de quels efforts ceux qui y sont intéressés parviennent à la maintenir.

La diffusion sociale est un phénomène très complexe, et il est douteux que la simple loi empirique de la diffusion des gaz y soit suffisante. En physique, les seuls éléments dont on ait à tenir compte sont les densités, peut-être aussi la composition chimique des deux gaz mis en présence. En Sociologie, le phénomène est beaucoup plus complexe. On doit tenir compte de l'importance du groupe social auquel les éléments diffusibles appartiennent ; plus cette importance est grande, plus la force d'attraction du groupe est considérable, moins ses éléments ont de facilité de se disperser dans une masse étrangère. Si les deux groupes mis en présence sont d'importance inégale, les éléments du groupe le plus faible seront plus diffusibles que les autres. On doit donc songer à un coefficient de diffusibilité, inversement proportionnel à une puissance positive de la masse du groupe auquel appartient l'élément considéré.

La découverte de certaines lois de la diffusion sociale semble difficile, mais non impossible.

15. *Le choc.*

Nous avons dit que les forces sociales, pour produire un effet sensible quelconque, exigent un temps qui ne soit pas nul ; il n'existe pas de *forces sociales instantanées* au véritable sens du mot. Cependant nous donnerons ce nom aux forces qui, agissant pendant un temps très court mais avec une intensité très grande, sont capables de produire un effet appréciable.

En Mécanique Rationnelle, on cite comme exemples de forces instantanées les explosions, les chocs. En Mécanique Sociale, on a les guerres entre nations et les guerres civiles, les

grèves, qui ne sont qu'une des formes de la guerre civile, les révolutions, les épidémies, les catastrophes subites dues aux invasions, aux inondations, aux tremblements de terre, aux famines.

Tout corps social qui reçoit un choc éprouve une certaine déformation aux environs du point où le choc a eu lieu, déformation qui est due à la modification brusque des distances sociales entre les individus qui se trouvent, soit au point du choc soit à une certain distance de ce point. En effet, toute force sociale, instantanée ou non, qui agit sur un point d'une masse sociale, a pour effet de produire un changement dans la situation sociale des individus qu'elle atteint, ce qui change la figure du corps social au point considéré. Si la force est instantanée, cette déformation a lieu d'une manière brusque.

Mais le corps social ainsi déformé a toujours une tendance, plus ou moins marquée, de revenir à sa forme antérieure, tendance qui est l'effet des forces intérieures qui assurent la cohésion, plus ou moins grande, du corps. Nous donnerons à cette tendance le nom *d'élasticité*. On dira qu une masse sociale est *parfaitement élastique*, si après le choc elle reprend exactement la forme qu'elle avait avant ; et elle sera *entièrement dépourvue d'élasticité*, si après le choc la masse ne manifeste aucune tendance à reprendre sa forme antérieure.

Aucune masse sociale n'est parfaitement élastique ; aucune non plus n'est entièrement dépourvue d'élasticité. Ce sont les deux termes extrêmes d'une série, entre lesquels les sociétés réelles s'espacent, plus ou moins rapprochées de l'une ou de l'autre extrémité, suivant qu'elles ont une tendance plus ou moins marquée de revenir à leur forme primitive. Si une société reçoit un choc dont l'effet dépasse sa limite d'élasticité, la déformation produite par le choc reste permanente, et la société ne peut plus reprendre sa forme primitive ; cette forme sociale est détruite, ou au moins profondément altérée.

Les guerres puniques furent cause de la destruction de la société carthaginoise ; la révolution française ne renversa pas la société française, mais lui fit changer de forme ; enfin la guerre russo-japonaise ne modifia que pour un instant la forme sociale de la masse russe : le choc n'avait pas été assez fort pour dépasser la limite d'élasticité déterminée par l'énormité de la masse, par la ténacité des habitudes et par la force de résistance des éléments conservateurs de l'ancien état de choses.

Plus une société est fortement constituée, plus les liaisons auxquelles elle est sujette sont nombreuses et fortes, moins elle présente d'élasticité ; car la liberté de mouvement de chaque partie de la masse est d'autant plus limitée, que le système se rapproche le plus de ce que l'on appelle en Mécanique Rationnelle un *système à liaisons complètes*. C'est pourquoi le danger de la destruction est plus à craindre pour une société organisée, exposée à un choc qui dépasse sa force de résistance, que pour une autre dont les liens sont plus lâches. La société romaine ne se transforma point, mais elle disparut en tant que société romaine, dès que la force de l'attaque dépassa sa force de résistance ; et il est à craindre qu'il n'en soit de même pour la société chinoise, si elle ne se transforme pas graduellement, avant que les chocs extérieurs n'arrivent à dépasser sa force de résistance. Par contre, les Fellahs de l'Egypte, qui depuis la conquête de Cambyse sont tombés graduellement à l'état d'un simple assemblage d'individus dont presque les uniques liens ont été pendant longtemps les exactions de leurs innombrables vainqueurs qu'ils supportaient en commun, traversent imperturbablement les siècles, revenant régulièrement à leur ancien état après chaque tourmente passée.

On peut démontrer comme en Dynamique Rationelle, que le choc produit toujours une perte de force vive dans une masse sociale. Or la force vive, ou l'énergie, est la seule et véritable richesse de toute société. C'est elle qui représente la force d'expansion et de progrès dans la direction économique, intellectuelle et morale, ainsi que la force de résistance contre le danger. La diminution de la quantité d'énergie, sous quelque forme que ce soit, représente pour une société un appauvrissement et un affaiblissement. La guerre extérieure ou civile, quel que soit le nom qu'on lui donne, les commotions sociales, les catastrophes de toute sorte, et en général tout ce qui peut donner lieu brusquement, soit à un arrêt ou à un changement de direction du mouvement social, soit à un déplacement dans un temps très court des éléments du corps social les uns par rapport aux autres, agissent à la manière d'un choc et sont cause d'une perte d'énergie sociale ; à ce titre, on doit les éviter par tous les moyens.

Si l'action de l'homme est très restreinte contre les catastrophes naturelles, telles qu'une inondation ou une épidé-

mie, il n'en est pas de même en ce qui concerne les chocs dûs à des causes sociales. Les explosions de cette sorte ne sont jamais spontanées; elles viennent toujours de causes dont les effets s'accumulent pendant un temps plus ou moins long, pour éclater irresistiblement le jour ou ils sont devenus assez forts pour briser les obstacles. Or ces causes peuvent être connues et étudiées à l'avance, et c'est le devoir des hommes d'état de suivre les évènements, d'en prévoir les suites et de neutraliser les causes d'explosion au fur et à mesure de leur apparition. La simple opposition contre le courant est généralement le moyen le moins habile et le moins sûr; elle fait l'office d'une digue qui résiste au courant jusqu'à ce que la masse accumulée derière elle la renverse et passe par dessus.

Il faut remarquer cependant que le choc peut parfois *déclancher* une force non agissante jusque-là, et qui donne lieu à une production de force vive qui compense, même avec avantage, la perte causée par le choc. C'est ainsi que la Révolution de 1789 pour la France, la guerre de 1870 pour l'Allemagne, celle de 1859 pour l'Italie, ont été l'occasion d'une si puissante expansion des forces nationales; mais il faut reconnaître aussi que ce moyen est dangereux et plein de responsabilité, car il n'est pas facile de prévoir les effets d'une commotion, ni d'en maîtriser la marche et les conséquences.

16. *Périodicité des phénomènes sociaux.*

La manière dont le problème du mouvement social est étudié dans ce travail permet d'aborder la question si troublante de la périodicité des phénomènes sociaux.

Existe-t-il des phénomènes sociaux périodiques? Verra-t-on dans un avenir plus on moins éloigné la répétition d'évènements qui ont lieu de nos jours, ou qui ont eu lieu dans la passé? Voilà la question que se posent anxieusement ceux qui espèrent trouver dans sa solution un moyen de prévoir l'avenir, plus sûr et plus commode que celui de l'étude et de la réflection.

En Dynamique Rationnelle, les exemples de mouvements périodiques sont nombreux; et comme les équations du mouvement social sont de la même forme que celle des équations du mouvement mécanique, il est clair que leur intégration pourra

conduire aussi à un mouvement périodique pour certains problèmes sociaux.

En théorie donc le mouvement social périodique est possible. Mais si l'on examine la question de plus près, on voit que la probabilité pour qu'un pareil mouvement ait lieu est extrêmement petite, sauf un seul cas.

D'abord un mouvement peut être périodique, parce que la cause qui le produit agit d'une manière périodique. Mais on ne connaît pas de force sociale réellement périodique, sauf celles qui sont en liaison avec les mouvements astronomiques, c'est-à-dire la succesion des jours et des nuits et celle des saisons. Or on sait que les phénomènes sociaux qui sont sous la dépendance directe de ces phénomènes astronomiques sont périodiques ; ce sont les occupations de jour et de nuit, les opérations agricoles, et ainsi de suite.

Si le mouvement est périodique sans que la cause qui le produit le soit, cette périodicité ne pourra durer qu'autant que toutes les conditions du mouvement resteront exactement telles qu'elles ont été introduites dans les équations du mouvement, au moins pendant toute la durée d'une période ; car il est évident que si les forces changent, ou si de nouvelles résistances interviennent, et si l'effet de ces nouvelles circunstances est comparable, comme grandeur, à celui des forces primitivement considérées, l'aspect du mouvement déjà calculé sera masqué, et la périodicité n'apparaîtra plus.

Il en sera de même si, de nouvelles causes intervenant, un nouveau mouvement périodique, mais dont la période serait différente, venait s'ajouter au premier ; car alors les périodes sont beaucoup plus difficiles à reconnaître.

Or rien n'est aussi changeant que les conditions d'un corps social. Non seulement les individus qui le composent sont sans cesse remplacées par d'autres, mais à chaque instant de nouvelles forces sociales prennent naissance, les anciennes varient ou disparaissent, les conditions qui constituent les liaisons du système se modifient continuellement. Il est donc presqne impossible d'admettre que, si à un moment donné le mouvement analytique d'un corps social était périodique, les conditions qui lui ont donné naissance se maintiendraient absolument les mêmes pendant toute la durée d'une période. Le mouvement

social périodique est donc presque impossible pendant un temps assez long pour qu'il soit utilement observé.

Il peut cependant y avoir des cas où certaines apparences d'un pareil mouvement demeurent assez visibles.

Prenons comme exemple le mouvement du pendule composé. On sait que si un corps lourd est mobile de telle sorte que son centre de gravité reste sur une courbe fixe, et si ce centre s'écarte très peu de sa position moyenne, son mouvement consiste en une série indéfinie d'oscillations à droite et à gauche de cette position moyenne, et que la durée de toutes ces oscillations est la même; c'est bien un mouvement périodique. Ce mouvement est déterminé par le poids du corps, qui est une force de grandeur et de direction constantes, et par l'obligation imposée au centre de gravité de rester sur la courbe fixe.

Considérons maintenant un corps social qui a un mouvement produit par certaines forces et par certaines conditions qui lui sont imposées. Soit C la courbe que le centre de gravité du système décrit dans ce mouvement. Supposons qu'à ce système on applique une nouvelle force sociale, constante en grandeur et en direction. Si cette nouvelle force est assez considérable pour que son effet soit sensible par rapport au mouvement antérieur, le centre de gravité prendra, sur sa courbe C, un mouvement qui sera approximativement pendulaire.

Ces conditions se trouvent à peu près réalisées dans une société qui, possédant déjà un certain mouvement, venait à un certain moment à être animée par un conrant d'idées ou par un groupe de nouvelles nécessités qui la solliciteraient dans une direction constante. Le mouvement pendulaire aura lieu, et ce mouvement, malgré la difficulté de le démêler à travers la complexité du phénomène, se trahira par ce que l'on appelle „l'action et la réaction" qni, au moment de l'intervention d'idées ou de nécessités nouvelles, tiraillent les sociétés tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé, jusqu'à ce que le nouvement se fonde et disparaisse dans le mouvement général du système.

17. *Observations sur la théorie.*

Les théories qui précèdent soulèvent une grave question, celle du libre arbitre de l'homme.

Un corps social, soumis à des forces sociales et à des liaisons données, doit satisfaire à des équations qui sont suffisantes pour déterminer entièrement son mouvement social. D'autre part, les équations du mouvement ne comportent jamais ni indétermination, ni solutions multiples ; de sorte que, un corps social placé dans des conditions déterminées en ce qui concerne les forces et les liaisons, ne peut prendre qu'un seul mouvement bien déterminé.

Il suivrait de là que, dans le phénomène du mouvement social, l'action de l'homme serait nulle, puisque le phénomène ne serait que la conséquence fatale des équations du mouvement, et on ne manquerait pas de prendre cette conséquence comme une démonstration mathématique de la non-existence du libre arbitre humain.

Cette conclusions serait fausse, car elle méconnaîtrait les bases de notre raisonnement. En effet, parmi les forces sociales que nous faisons entrer dans nos équations nous comptons aussi l'élément humain, sur lequel nous revenons encore plus loin (ch. VI, 6). La volonté et l'intelligence humaines figurent donc dans les équations du mouvement, de sorte qu'elles ont leur part dans le déterminisme social.

Cependant, si nous l'avons fait, nous n'avons en rien préjugé la question du libre arbitre, car nous n'avons fait aucune hypothèse sur la nature, l'origine et le mode d'action de l'intelligence, ni de la volonté. Ce faisant, nous ne dérogeons en rien à ce que l'on fait aussi en Mécanique Rationnelle, où l'on fait entrer l'attraction universelle dans les équations, sans se préoccupper des causes premières auxquelles elle est dûe.

La Mécanique Sociale ne résout donc pas la question du libre arbitre, et on ne doit pas attribuer à ses formules et à ses raisonnements une portée qu'ils n'ont pas la prétention d'avoir.

Il n'en est pas moins vrai que la question, ainsi posée, donne lieu a quelques remarques qu'il importe d'exposer ici.

D'abord, la théorie démontre que l'action humaine est loin d'être le seul facteur déterminant des phénomènes sociaux,

qu'elle n'en est qu'une partie, et peu-être la partie la moins considérable. Cette vérité est déjà depuis longtemps hors de discussion.

D'autre part, il ne peut pas être question de libre arbitre toutes les fois que l'homme, en ayant la possibilité de changer la marche d'un phénomène, verrait qu'en le faisant il commettrait une erreur. S'il usait dans cette circonstance de son libre arbitre, il ne ferait pas acte d'être raisonnable, mais d'être fou ou capricieux. Nous ne pensons pas que le nom de libre arbitre convienne pour ces sortes d'actes.

Enfin le calcul des probabilités montre que, même dans des actes où la volonté de l'homme semble s'exercer le plus librement, tel que le fait de faire sortir des numéros d'un sac, les phénomènes sont soumis à des lois fixes, entièrement soustraites à la volonté humaine.

En résumé, notre libre arbitre reconnaît des limites dans plusieurs directions; mais c'est tout ce que nous en pouvons dire, les raisons d'ordre métaphysique ne pouvant pas trouver de place dans notre travail.

* * *

L'équation des quantités de mouvement

$$\sum mv - \sum mv_0 = \sum \int_{t_0}^{t} P dt$$

peut être mise sous la forme

$$\sum mv = \sum mv_0 + \sum \int_{t_0}^{t} P dt,$$

où $\sum mv$ est la somme des quantités de mouvement au moment t, et $\sum \int_{t_0}^{t} P dt$ la somme des impulsions totales des forces.

La quantité $\sum mv_0$ est constante, car elle représente la somme des quantités de mouvement que le corps social possédait déjà au moment t_0 où le mouvement considéré a commencé.

La quantité $\sum mv$ est une somme de produits de masses par des vitesses. Pour une valeur déterminée de $\sum mv$, si les masses augmentent, les vitesses diminueront, et réciproquement.

Donc, pour obtenir une somme donnée d'impulsions totales des forces appliquées au système, plus les masses mises en mouvement seront grabdes, plus les vitesses nécessaires seront petites ; au contraire, avec de grandes vitesses, il suffira de disposer de petites masses.

Un observation analogue peut être faite en ce qui concerne le second membre. Pour une valeur donnée de $\sum mv$, si nous faisons augmenter les forces, le temps diminuera ; si le mouvement dure longtemps, les forces nécessaires seront plus petites.

C'est la démonstration des aphorismes connus, que „ce que l'on gagne en force on le perd en temps, et réciproquement ; ce que l'on gagne en masse on le perd en vitesse, et réciproquement"

On peut remarquer aussi que plus les masses mises en mouvement sont grandes, plus les forces nécessaires doivent être grandes pour un temps donné ; et si les forces sont limitées, le temps nécessaire pour produire un mouvement donné doit être d'autant plus long que les masses sont plus grandes.

De même, si l'on veut augmenter les vitesses imprimées à des masses données, il faut augmenter ou les forces, ou le temps.

On peut tirer des conclusions analogues de l'équation des forces vives

$$\sum mv^2 = \sum mv^2{}_0 + 2 \sum \int_{s_0}^{s} P dp,$$

dans laquelle $\sum mv^2$ est la somme des forces vives et $\sum \int_{s_0}^{s} P dp$ la somme des quantités de travail total des forces, ou l'énergie développée par ces forces :

pour une quantité donnée d'énergie, si les masses augmentent, les vitesses diminueront, et réciproquement ;

pour une somme donnée de forces vives, si l'on fait augmenter les forces, les espaces que l'on doit faire parcourir aux points du système pour réaliser cette somme de forces vives diminueront ; et réciproquement ;

la quantité d'énergie développée par une masse sociale en mouvement est d'autant plus grande que la masse mise en mouvement est plus grande, et aussi d'autant plus grande que la vitesse de cette masse est plus grande ;

pour une masse sociale mise en mouvement, les forces nécessaires pour réaliser des vitesses données sont d'autant plus

grandes que les masses sont plus grandes ; et si c'est la masse qui est donnée, les forces augmentent avec les vitesses que l'on désire imprimer à ces masses.

Toutes ces propositions pouvaient être énoncées *à priori*, car la logique seule suffit pour nous les faire entrevoir ; mais les équations donnent la relation exacte qui existe entre les grandeurs mises en présence, et le fait de l'accord entre l'induction et les résultats donnés par les équations peut être invoqué comme une preuve que les axiomes qui ont servi comme point de départ pour la démonstration de ces équations étaient exacts.

Les exemples ne manquent pas, qui confirment et font mieux comprendre le sens de ces énoncés.

La masse d'un corps social étant, par définition, une grandeur d'autant plus considérable que la résistance au mouvement de ce corps est plus grande, un peuple aura une masse d'autant plus grande qu'il sera plus nombreux ; sa masse augmente aussi en proportion de son manque d'énergie naturelle, d'intelligence, de sens moral ou de culture intellectuelle. Il sera donc d'autant plus difficile d'imprimer un mouvement social à un peuple qui se trouve dans ces conditions ; on devra dépenser plus de force et plus de temps et l'on réalisera une vitesse moindre, que si l'on avait à faire à un peuple moins nombreux et qui se trouve à un niveau plus élevé. La masse du peuple russe, que les efforts de Pierre le Grand et deux siècles de contact de plus en plus intime avec la civilisation occidentale a si peu entamée, en est la preuve évidente.

Un peuple peu nombreux peut donner lieu à un développement d'énergie considérable, s'il est capable de développer par lui-même, ou de déclancher des forces sociales considérables. Le petit peuple des Grecs anciens a eu une grande part dans la formation de la civilisation ancienne occidentale, d'un côté par leurs qualités propres d'intelligence et d'énergie, mais d'un autre par le fait de s'être trouvés en contact avec la puissance Romaine, qu'ils ont su mettre au service de la civilisation.

Les Mongols, les Normands ont dû leurs succès et la grande somme d'énergie qu'ils ont déployée à des causes différentes : à leurs qualités militaires, à leur impétuosité, mais aussi à une cause purement matérielle, qui fut leur facilité de se déplacer et la rapidité de leurs mouvements. Le cheval pour les Mongols,

la barque et les voies largement ouvertes de la mer pour les Normands, furent pour eux des forces qui compensèrent amplement leur petit nombre, et rendit possibles des exploits comme celui de la conquête de la Chine par une armée de 33.000 hommes et du rançonnement de l'Europe entière par quelques poignées de barbares.

18. *Considérations sur les lois.*

La manière de traiter les phénomènes sociaux que nous avons exposée dans ce qui précède suggère quelques observations en ce qui concerne les lois que les hommes se donnent, dans le but de régler et de faciliter la vie de leurs sociétés.

Le principe fondamental de toute loi doit être celui de tendre à réaliser la plus grande somme de bien social possible pour les membres de la société qui se la donne.

Le bien social pour un individu consiste à conserver et à accroître autant que possible son avoir économique, intellectuel et moral ; en nous exprimant dans le langage employé dans ce travail, nous dirons que le bien social exige que les coordonnées sociales de chaque individu croîssent dans le sens positif.

Une loi doit donc avoir pour but de déterminer ou de faciliter le mouvement social de telle sorte que, pour tous les individus qui composent la société, une ou plusieurs de ces coordonnées aient à chaque moment une valeur plus grande qu'aux moments antérieurs, sans que la valeur d'aucune d'entre elles diminue. Un loi idéale serait celle qui déterminerait un mouvement de translation du corps social entier dans le sens des trois coordonnées positives, de sorte que tous les membres de la société aient une part égale dans les bénéfices de la loi.

Mais comme chaque loi ne peut embrasser qu'une partie plus ou moins restreinte des besoins sociaux, elle ne pourra avoir pour objet que de réaliser le bien dans la sphère de son action.

Le principe général ainsi posé, les besoins de la pratique exigent que, pour chaque loi particulière, on précise l'objet spécial qu'elle a en vue et la manière dont elle aura à le réaliser ; c'est le principe spécial de cette loi. Il ne peut être qu'une conséquence du principe général énoncé ci-dessus, apliquée au cas

particulier qui fait l'objet de la loi. Il ne peut en aucun cas être en contradiction avec ce principe général, car alors la loi irait contre son but, et ce serait une loi nuisible. Ainsi toute loi qui aurait pour effet de faire diminuer une ou plusieurs des coordonnées du corps social ou d'une partie de ce corps ne remplirait par les conditions de sa définition.

Dans la pratique courante de la vie sociale, les lois s'écartent souvent des limites que nous venons de définir, et elles n'arrivent jamais à réaliser d'une manière absolue le type de la loi idéale : car ce type, comme toute définition purement théorique, n'est qu'un but dont on peut approcher indéfiniment, sans jamais l'atteindre ; c'est un *point asymptotique*.

Les lois peuvent être classées en plusieurs catégories, suivant le degré de leur éloignement de la loi-type. On a des lois qui n'agissent que dans la direction positive de deux coordonnées, ou d'une seule ; d'autres qui se contentent de s'opposer à la diminution de ces coordonnées ; d'autres, tout en favorisant le progrès social du corps entier, n'y font pas participer d'une manière égale toutes les parties de ce corps. Allant plus loin dans cette voie, on a des lois qui cherchent à créer des avantages aux uns aux dépens des autres. En dernier lieu, nous citerons, pour simple mémoire et pour compléter la série, les lois dont l'effet serait de diminuer la position sociale du corps social entier, car il est impossible d'admettre qu'un corps social puisse jamais se donner de pareilles lois.

Il n'y a rien à dire pour la dernière de ces catégories, et peu pour les deux premières, qui, dans l'impossibilité, d'atteindre complètement le but suprême de toute loi, se contentent de le réaliser seulement en partie. C'est le cas le plus général.

Il n'en est pas de même pour la catégorie suivante.

Il est incontestable qu'il serait extrêmement difficile de faire en sorte que les effets d'une loi se fassent sentir d'une manière absolument égale pour tous les membres d'un corps social. Les intérêts, les aptitudes, les besoins, les qualités et les défauts varient tellement d'un individu à l'autre, qu'il est impossible de donner même une définition de cette égalité de traitement. La tâche du législateur en est rendue d'autant plus difficile, car privé d'un moyen sûr et exact de tenir compte d'une manière rigoureusement juste des divers intérêts qui sont en présence,

ce n'est qu'à sa pénétration et à son esprit de justice qu'incombe le devoir de trouver la formule qui atténue le mieux les conflits et les malentendus. Son rôle n'est pas commode, car les intéressés savent rarement apprécier les choses d'une manière objective, et c'est le législateur qui a le devoir de le faire pour tout le monde.

La question devient encore plus difficile lorsque, sur certains points, la loi va à l'encontre de sa définition, en imposant une certaine diminution des coordonnées d'une partie du corps social. Cette éventualité semble choquante et non naturelle, étant donné le but suprême de toute loi ; mais les circonstances de la vie sociale sont tellement variées, qu'on peut malheureusement être forcé à certains moments de faire certains sacrifices d'un côté pour sauver des intérêts beaucoup plus considérables d'un autre.

Supposons, par exemple, qu'une classe restreinte de citoyens aient réussi à se créer un privilège, en s'attribuant exclusivement le droit à l'enseignement, de sorte que la partie la plus nombreuse de la société soit condamnée à l'ignorance. Etant donné que l'ignorance est le plus grand des malheurs, le devoir du législateur est de briser le monopole de la classe privilégiée. Ce faisant, il agit dans l'intérêt du corps social, car la somme des avantages qui résulteront pour lui d'une pareille disposition est beaucoup plus grande que celle des avantages abolis de la partie lésée.

Il en serait de même si un individu ou un groupe d'individus réussissaient à accaparer tous les moyens d'existence d'une société, tels que la propriété de la terre, ou le capital mobilier, ou la production entière des céréales. Dans des cas pareils, les pouvoirs publics ont le devoir absolu de rétablir l'équilibre, en allant même jusqu'à l'expropriation forcée. Les accapareurs crieront, naturellement, car ils seront moins riches ; mais la société entière aura gagné en force et en bien-être.

Les exemples que nous avons cités supposent des cas extrêmes, où la réponse à donner n'était pas douteuse. Mais il n'en est pas toujours ainsi, et le plus souvent il est très difficile de se rendre compte si les avantages réalisés par telle loi compensent ou non les atteintes portées à des situations acquises. La

considération du centre de gravité du système social permet de trouver une solution de cette difficulté.

Soit A le corps social et C son centre de gravité, déterminé de la manière que nous avons indiquée précedemment (ch. IV, 2), c'est-à-dire en tenant compte de la masse de chaque individu, ainsi que de son coefficient d'importance dans la question que l'on a en vue.

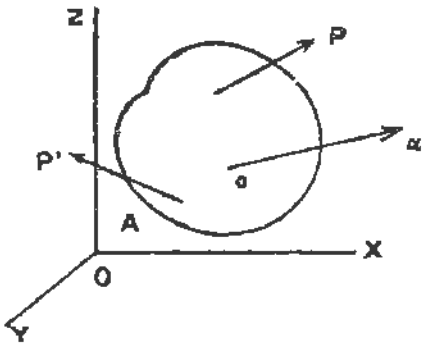


Fig. 28.

La loi que l'on se propose de faire doit être considerée comme donnant lieu à un système de forces sociales P, P'... qui, agissant sur les diverses parties du corps social, leur impriment divers mouvements. Il en résultera un certain mouvement α, du centre de gravité.

Au point de vue de l'intérêt général du corps social, la loi sera justifiée si le mouvement qu'elle imprime au centre de gravité du corps social est dirigée de telle façon que une, deux ou trois des coordonées de ce centre tendent à augmenter, les autres demeurant constantes; elle sera indifférente si le centre de gravité reste immobile; et elle sera nuisible, si ce centre tend à se mouvoir dans le sens des coordonnées négatives, même si une ou deux de ces coordonnées restaient invariables.

L'application de cette règle ne donnera lieu à des incertitudes que dans le cas où une ou deux des coordonnées du centre de gravité tendant à augmenter dans le sens positif, les autres tendraient à diminuer. Par exemple, l'interdiction absolue de la consomation de l'alcool serait une mesure évidemment favorable au point de vue du progrès intellectuel et moral des populations; elle determinerait un mouvement du centre de gravité de la société dans le sens des axes OX et OZ positifs. Mais en même temps elle ferait baisser les revenus de l'état, ce qui ferait souffrir bon uombre des intérêts économiques du pays; donc le centre de gravité a aussi un mouvement dans le sens négatif de OX.

Dans les cas de cette nature, la sagacité du législateur décidera seule de quel côté incline l'intérêt général.

Il faut encore remarquer que dans l'énoncé précédent on n'a eu en vue que le mouvement du centre de gravité du corps social; or le mouvement général de ce corps se compose de ce mouvement du centre de gravité, et en même temps d'une rotation autour de ce centre. Cette rotation a pour effet de ramener vers les coordonnées négatives certaines parties du corps, pendant que d'autres avancent vers les coordonnées positives. Cela veut dire que toute loi, dans le cas général, est cause d'un certain changement dans les positions sociales respectives des diverses parties de la société. La loi sera d'autant meilleure que le mouvement de rotation qu'elle produit sera plus faible, sauf le cas où ce mouvement serait précisément un des buts de la loi.

* * *

La vie d'une société est très complexe; elle comprend un grand nombre de phénomènes divers, qui déterminent autant de catégories de nécessités sociales. On a senti le besoin que, pour chacune de ces catégories, on formule un principe directeur; tel le principe de la liberté personnelle, celui de la propriété, celui de la famille,

Tous ces principes spéciaux ne doivent être considérés que comme des applications à des cas particuliers du principe fondamentul que nous avons énoncé au commencement de ce paragraphe. Donc ils ne peuvent en aucun cas être incompatibles avec lui; et si à un moment donné cela arrivait, ce serait la preuve que le principe particulier est un défaut, soit parce qne son énoncé initial a été défectueux, soit parce que, les circonstances ayant varié, il ne convient plus pour le nonvel état de choses.

Prenons come exemple le principe de la liberté individuelle. Son énoncé absolu serait: „Chacun a la pleine liberté de ses actions". Mais on s'est vite aperçu que, dans ces conditions, l'existence de toute société serait impossible, et alors on a commencé à poser des restrictions: on n'a pas le droit de tuer; on n'a pas le droit de voler; ni de jeter ses enfants dans la rue; ni de leur refuser l'instructiou; ni de médire de son prochain; ni de se promener tout nu en public; ni de s'amuser plus que de raison. Et la série continuera: on n'aura par le droit d'aller trop vite en automobile; ni de se laisser choir sur la

tête des gens du haut d'un aéroplane ; et ainsi de suite. Toutes ces restrictions successives prouvent que le nom de principe ne convient pas dans le cas qui nous occupe, car un principe est une règle absolue et immuable, qui s'énonce simplement, parce qu'elle ne souffre pas d'exceptions.

Il en est de même pour le principe de la propriété qui, le code civil en est témoin, est bien loin d'être absolu, et autour duquel les conditions rapidement changeantes de la vie moderne élèvent tous les jours de nouvelles restrictions.

Ces principes secondaires doivent donc varier suivant les circonstances, de sorte qu'ils soient sans cesse parfaitement compatibles avec le principe fondamental ; et si une incompatibilité se produit, c'est le principe secondaire qui doit être sacrifié.

Au cours des siècles et pour assurer leur bonheur, les hommes ont fondé diverses institutions. Peu à peu, ces institutions sont arrivées à faire oublier leur origine, et elles se sont imposées au respect superstitieux de certains théoriciens et des gens habitués à former leur conviction d'après des formules toutes faites, bien plus que l'intérêt supérieur du bonheur humain, qui avait été la raison de leur création et le but suprême de toute institution sociale. Mais rien ne prévaut contre le principe absolu et fondamental de toute loi.

Pour bien préciser notre pensée, nous dirons que si le droit de propriété, par exemple, devenait un jour un danger ou un embarras pour le progrès humain, on ne devrait tarder un moment de l'abolir : entre une simple formule et un devoir, il n'y a pas de place pour une hésitation.

Heureusement, nous n'en sommes pas là, et l'aphorisme de Proudhon[116] continue à être un paradoxe, comme il l'était il y a soixante ans. Les grandes institutions sociales sont loin d'avoir épuisé les services qu'elles peuvent rendre pour le bien social, à condition qu'elles évoluent sans cesse avec les besoins qu'elles sont appelées à satisfaire, et de ne jamais perdre le contact avec le principe fondamental qui est leur source et leur raison d'être.

* * *

On peut diviser les lois en trois classes, d'après les éléments qui servent pour les établir.

Nous rangeons dans la première le cas où, un certain nombre de faits étant observés, il s'agit de trouver une formule qui les exprime tous. C'est un cas que nous avons déjà considéré (ch. I, 3). La loi ne fait alors qu'exprimer une moyenne, et les procédés habituels analytiques suffisent pour la formuler.

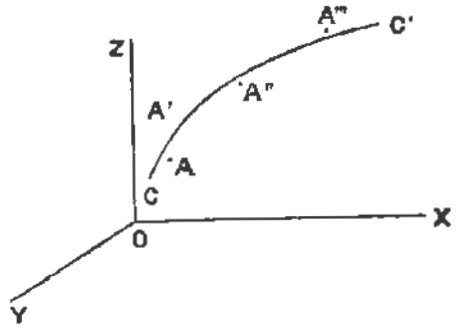


Fig. 29.

La seconde est celle où il s'agit d'exprimer la marche d'un phénomène entre deux points, A et B, placés à une certaine distance l'un de l'autre, quand on ne possède des données que pour la partie du phénomène qni précède A et pour celle qui suit B. En ce cas, si l'on exprime la loi de ces parties du phénomène, soit par des formules, soit par des parties de courbe CA et BC', on n'a qu'à prolonger cette formule ou cette courbe pour la partie de l'espace social comprise entre A et B. Cette opération est celle que nous avons nommée *interpollation* (ch. I, 4).

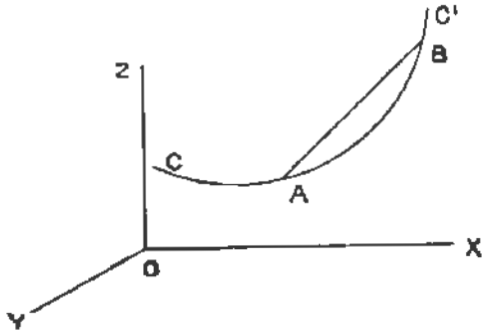


Fig. 30.

Si les observations pour les parties CA et BC' font défaut et si l'on ne possède des données que pour les points A et B, nous sommes réduits à exprimer la loi par la ligne droite AB.

Le troisième cas est celui où la loi du phénomène n'est connue que pour la partie qui précède A. Il suffit alors de prolonger la formule ou la courbe de A en B ; c'est une *extrapollation*.

Dans le second cas, on comprend que la loi sera d'autant plus exacte que les parties CA et BC' seront plus grandes et

que la distance AB sera plus petite. Cela veut dire qu'une grande partie du phénomène étant déjà connue, il s'agit seulement de trouver par induction la marche à suivre pour le petite partie qui n'est pas connue.

Dans le cas de l'extrapollation, le résultat sera d'autant moins sûr que l'opération devra être faite sur une plus grande distance. En effet, on comprend que si la partie CA a été déterminée avec une certaine erreur, en prolongeant cette partie vers B, cette erreur deviendra d'autant plus sensible que l'on s'éloignera davantage de la partie étudiée.

Il ne suffit pas que le but d'une loi soit connu ; il faut encore faire en sorte que la loi atteigne ce but de la manière la plus économique possible ; autrement dit, il faut qu'elle réalise le maximum de travail utile avec le minimum de dépense de force et de temps.

Les masses, les forces et les liaisons du corps social étant données, d'après le principe de la moindre action le mouvement social aura lieu avec le minimum de dépense d'énergie en un temps donné. Si les équations de ce mouvement pouvaient être écrites et intégrées, il suffirait donc que la loi demandée exprime le résultat de cette intégration. Mais comme, dans l'état actuel de la question, on ne peut pas intégrer les équations du mouvement, on devra se contenter de faire en sorte que la loi évite toute cause de perte d'énergie et de temps. Elle devra éviter les chocs de toutes sortes, puisqu'il en résulte de la perte de force vive. Si la loi se propose d'imprimer un changement de direction au mouvement déjà acquis du corps social, il faut qu'elle évite de le faire par des à-coups, qui équivalent à des chocs, mais qu'elle fasse passer le corps social graduellement d'un état à l'autre, en raccordant tangentiellement chaque mouvement au précédent.

Pour ne pas compliquer la question inutilement, on devra ordonner les difficultés d'après leur degré d'importance, et subordonner les plus petites aux plus grandes. On cherchera la solution de ces dernières, et on y introduira les modifications que les premières exigeront, considérées comme de simples perturbations.

Mais toutes ces indications théoriques ne seront d'aucun secours si l'observation attentive des faits et l'utilisation rationnelle des résultats de l'expérience ne mettent pas à la dispo-

sition du législateur le moyen le plus sûr et le plus efficace pour s'orienter dans l'inextricable labyrinthe des phénomènes sociaux, dont la complexité est autrement grande que pour les mouvements purement mécaniques. Ce n'est que l'observation et l'expérience, autant que cette dernière sera possible, qui permettra d'établir une classification d'après leur degré d'importance des forces sociales qui ont un rôle dans le problème, et ce sont encore elles qui donneront des indications précieuses sur l'allure générale du phénomène, quelquefois même des données précises.

Il faut encore que la loi soit claire, précise, simple, exempte de subtilités oiseuses qui ne servent qu'à faire perdre de vue les idées principales ; il faut que ses principes soient bien mis en évidence, en rejetant au second plan les idées d'une importance secondaire. Ce n'est qu'ainsi qu'on atténuera, si on ne peut pas l'éviter tout-à-fait, le fléau des donneurs d'explications et d'interprétations, qui sont les ennemis de toute appications exacte et sincère de la loi. Mais nous n'insisterons pas sur lce questions.

Une des principales préoccupations du législateur doit être la connaisance des forces sociales qu'il entend mettre en oeuvre pour assurer les effets de sa loi. C'est une erreur assez fréquente que celle de croire qu'une loi une fois votée produira par cela même ses effets. Une loi n'est qu'un instrument qui n'agit qu'alors qu'une force le met en mouvement.

Le meilleur gage de succès d'une loi est celui de répondre à une nécessité généralement sentie, et qu'elle soit admise par la généralité de la société, car alors chaque membre de cette société devient un collaborateur assuré. Mais le législateur a le devoir d'éviter de faire appel aux mauvaises passions et aux instincts bas ; car, sans compter que sa situation même lui impose l'obligation de se tenir au-dessus des passions et des faiblesses habituelles, ce ne sont encore que les sentiments les plus nobles et les plus élevés qui représentent la force sociale la plus solide et dont les effets sont les plus durables. Les lois de haine, d'injustice et d'ignorance passent et continueront de passer ; le progrès humain dans ce qu'il a de plus grand restera dû surtout à ce que la nature humaine a de meilleur. On ne fait pas de grandes choses avec de petits moyens, ni surtout avec de mauvais moyens.

CHAPITRE VI.

Les forces sociales

Le but de ce chapitre est l'examen de quelques forces sociales considérées comme causes du mouvement social.

Cette étude, pour être complète, devrait donner la loi de chacune de ces forces, de sorte qu'on puisse la formuler analytiquement, ainsi qu'on le fait, par exemple, pour celle de l'attraction universelle. Mais nous sommes loin d'en être encore là. Nous devrons nous contenter de grouper certains faits, d'énoncer certaines idées, en grande partie déjà connues, dans le but de rassembler les éléments du problème et de nous rendre compte de toutes les difficultés qu'il présente. C'est à peine si pour quelques-unes des forces dont nous nous occuperons on pourra pour le moment entrevoir la possibilité d'une expression analytique. Du reste, même les quelques forces dont nous nous occuperons sont données plutôt comme exemples, car dans l'état de la question, on ne peut pas même songer à faire une énumération complète.

1. *Considérations générales*

D'après la manière dont elles ont été définies, les forces sociales doivent être considérées comme des grandeurs mathématiques, susceptibles de varier avec le temps et avec l'état social des individus qui composent le corps social ; ce sont des fonctions du temps et des coordonnées x, y, z de leurs points d'application :

$$P = f(t, x, y, z, x', y' \ldots).$$

Pour introduire les forces P dans notre étude et dans nos formules, il faudrait déterminer préalablement la forme des fonctions f.

Mais sur ce point tout est à faire, car notre ignorance est à peu près complète. Il existe bien des études très profondes ; mais elles ne donnent pas l'expression des forces sous la forme précise qui est nécessaire pour une étude comme la notre. Il faudra donc entreprendre de trouver cette forme par une des

méthodes dont nous avons exposé les principes au commencement de ce travail.

Dans le cas le plus général, les forces P se présenteront comme des fonctions de toutes les variables $t, x, y, z, x'...$, ce qui sera très compliqué. Le cas le plus favorable sera celui où P sera simple fonction de t, car alors les intégrations seront très faciles. Mais même dans le cas général on pourra assez souvent mettre P sous la forme

$$P = f(t) + f_1(x) + f_2(y) + f_3(z) + ...,$$

ce qui sera une simplification appréciable, vu qu'il est plus facile de trouver la forme des fonctions d'une seule variable que de celles de plusieurs variables.

Si parmi les fonctions du second membre on s'aperçoit qu'il y en a quelques-unes dont la valeur reste petite par rapport à celle des autres, on peut, en première approximation, les négliger entièrement, quitte à en tenir compte à la seconde approximation.

2. *Différences entre les sociétés humaines et les sociétés animales*

La tendance de vivre en société est loin d'être spéciale à la race humaine. Un très grand nombre de races animales la possèdent aussi à un degré tellement développé, qu'elles attirent l'attention même des esprits les moins observateurs. Les fourmis, les termites, les abeilles, les guêpes, les castors, l'oiseau-républicain, les antilopes, et tant d'autres, donnent l'exemple d'un esprit d'association et d'une intelligence d'organisation sociale qui provoquent notre étonnement et notre admiration.

La nécessité de l'association est naturelle pour les individus qui, trop faibles pour surmonter à eux seuls les difficultés et les dangers de la vie, éprouvent le besoin d'unir leurs forces à celles d'autres individus de leur espèce.

Mais il semble que, même en dehors de ce but purement utilitaire, l'esprit d'association est un besoin organique pour un grand nombre d'espèces animales. Ainsi, les antilopes se réunissent en bandes de plusieurs dizaines de milliers d'individus; et cette réunion ne semble pas avoir un but de protection réciproque, puisque à la première attaque du lion la troupe en-

tière détale, sans essayer la moindre résistance, et en abandonnant entre les griffes de l'ennemi le camarade tombé.

Pour l'homme primitif, l'association fut une nécessité imposée en première ligne par le besoin de la défense. En effet, proportionnellement à sa taille, l'homme primitif fut un des animaux les plus mal partagés au point de vue des moyens de défense. Il n'eut ni les griffes, ni les crocs, ni le venin dont sont armées les autres espèces animales ; et il est remarquable que même pour la force musculaire, il leur fut inférieur. En effet, ses membres supérieurs forment des leviers dont le bras compris entre le point d'appui et le point d'insertion des muscles moteurs est trop court par rapport à la longueur totale de l'avant-bras, ce qui est une disposition très peu avantageuse au point de vue de l'utilisation de la force des muscles. Quelle différence avec la puissante organisation de la mâchoire du lion ou du loup, par exemple ! Quelle différence aussi avec la force d'une fourmi, qui est capable de soulever, avec ses mandibules, un poids plusieurs fois plus grand que celui de son corps ! On comprend le danger perpétuel auquel était exposé un animal si peu armé, trop volumineux pour pouvoir se dissimuler dans l'herbe ou dans le feuillage des arbres, pas assez agile pour se soustraire par la fuite à la poursuite des animaux de grande taille qui vivaient de son temps.

Vint en seconde ligne le besoin d'assurer la subsistance de l'individu et de sa famille. Les devoirs de l'homme envers sa progéniture sont beaucoup plus longs et plus difficiles à remplir que pour les autres espèces animales, car son enfant est incapable de pourvoir à son entretien et à sa sécurité pendant un temps beaucoup plus long, en proportion de la durée de sa vie, que les petits des animaux.

Mais, considérées à ces seuls points de vue, les sociétés humaines primitives ne différaient en rien des sociétés animales, dont le point de départ était aussi le besoin d'assurer la défense ou la subsistance de la communauté. La différence dans le degré d'intelligence ne suffit pas non plus pour les caractériser assez ; car le développement intellectuel des premiers hommes a été assûrément si rudimentaire, que ce n'est pas lui qui aurait suffi pour assurer la supériorité des premières organisations humaines. Si l'on compare l'intelligence d'un homme

civilisé à celle d'un animal, si intelligent qu'il soit, la différence est tellement grande que l'on est naturellement porté à croire ces deux êtres séparés par un abîme infranchissable. Mais, pour que la comparaison soit juste et concluante, on doit l'établir entre l'intelligence humaine la moins développée et celle de l'animal le plus intelligent, et alors on voit que l'avantage n'est plus aussi grand pour la première. Une observation un peu attentive prouve qu'un chien observe, raisonne, calcule et combine ses actions en vue d'un but à atteindre exactement comme un homme le ferait, tandis que les sauvages australiens ou papouasiens, — les voyageurs le disent, — sont souvent incapables de se rendre compte des choses les plus simples.

Il y a donc eu continuité parfaite, au point de vue du développement intellectuel, entre les premières sociétés humaines et les sociétés animales ; seulement, tandis que ces dernières sont restées stationnaires, les premières se sont continuellement perfectionnées ; et c'est cette perfectibilité, on l'a déjà dit, qui caractérise en réalité les sociétés humaines et qui les différencie nettement des sociétés animales.

Quelle est la cause de cette perfectibilité ?

On pourrait l'attribuer à la supériotité de l'intelligence de l'homme sur celle de l'animal. Mais nous avons vu que, aux temps de l'homme tertiaire, et même quaternaire, il ne pouvait pas être question d'une pareille supériorité. D'autre part, l'intelligence est une faculté qui n'est pas d'essence différente pour l'homme et pour l'animal ; et si celle de l'homme est susceptible de s'aggrandir, de s'élargir et de s'approfondir, il n'en est pas autrement pour cele de l'animal ; les circonstances favorables, l'éducation et l'accumulation de l'expérience peuvent augmenter l'intelligence d'un animal, aussi bien que celle d'un homme. Il est sûr que l'intelligence du chien domestique est beaucoup plus développée que ne l'était celle de son ancêtre sauvage, ou que ne l'est celle de son congénère le loup ; c'est que vivant depuis des siècles dans la société de l'homme, son intelligence s'est aiguisée au contact de celle de ce dernier. D'ailleurs on ne conteste plus maintenant que l'industrie des animaux, loin d'être entièrement immuable, peut s'accomoder, dans une mesure assez sensible, aux circonstances ; et l'observation d'Emin-Pacha, qui affirmait que les troupes de singes se guident dans les té-

nèbres des forêts africaines à la lueur de troches qu'elles fabriquent avec des rameaux enflammés, montre qu'il n'existe qu'une différence de mesure dans la possibilité de développement de l'intelligence, pour l'homme et pour l'animal.

Si donc les sociétés humaines ont pu prendre une avance aussi énorme par rapport aux sociétés animales, dont elles se distinguaient si peu au commencement, c'est que l'homme a dû avoir à sa disposition certains moyens dont les animaux ont été privés. Ces moyens se réduisent à deux : la conformation de la main et le langage.

La main, avec son pouce opposable, est le plus merveilleux instrument dont la nature ait doué un être vivant. Elle permet de décupler la force musculaire dont l'homme dispose, par la facilité avec laquelle cette force peut être transformée d'une infinité de manières et employée dans la direction imposée par la volonté. Si la main lui avait manqué, l'homme aurait été dans l'impossibilité absolue de réaliser toutes ces inventions, tous ces travaux, toutes ces transformations de la matière qui lui ont permis d'assujettir la nature et de réaliser les progrès matériels dont l'ensemble constitue une si grande partie de la civilisation. Privé de sa main, l'homme aurait été réduit au rôle d'un simple animal, intelligent sans doute, mais mis dans l'impossibilité de mettre à profit les indications de son intelligence. Que de fois n'assistons-nous pas aux efforts impuissants qu'un chien fait pour ouvrir une porte, pour faire descendre un objet un peu lourd, pour remettre en place un objet dérangé ! Ce n'est pas la force, ni l'intelligence qui lui manquent pour réaliser ces diverses actions, mais l'organe approprié. Telle aurait été la situation exacte pour l'homme, s'il n'avait pas eu la main.

C'est la main qui lui permit d'utiliser sa première arme, qui fut la pierre lancée contre son ennemi. Mais bientôt l'homme remarqua que la pierre produisait des blessures beaucoup plus graves si elle était aiguisée, et il réussit à donner un tranchant à une pierre qui n'en avait pas. Ce fut le couteau, la première invention humaine, et peut-être la plus considérable ,car le couteau ne fut pas seulement une arme, mais aussi un instrument de travail de premier ordre, qui servit lui-même pour la réalisation d'autres progrès. On peut se demander ce que seraient les sociétés humaines, civilisées ou non, si le couteau manquait, avec toutes ses infinies transformations.

On en pourrait dire autant pour la roue et pour le feu, qui sont des inventions tout aussi merveilleuses, et qui, avec le couteau, constituent presque le seul fonds matériel de toute civilisation primitive.

Il est inutile d'insister davantage pour prouver que le premier élément, et le plus indispensable, pour le progrès des sociétés humaines a été la main, comme instrument de travail.

* * *

Le second, et tout aussi nécessaire, a été le langage. En effet, tout progrès social n'est que l'effet, plus ou moins immédiat, de l'observation et de l'expérience, qui permettent de connaître les forces naturelles et de les employer pour le plus grand bien de l'humanité. Mais l'homme primitif n'observait et n'expérimentait pas à la manière de nos savants. Son intelligence fruste n'était impressionée qu'à très long terme par les phénomènes qui se passaient dans sa proximité, et la vie d'un homme pouvait se passer toute entière avant qu'il fût en état de tirer quelque conclusion de ses observations. Pour arriver à fabriquer son premier couteau en silex, que de temps a dû se passer avant que l'homme ait pensé à employer la pierre brute comme projectile, ensuite à remaquer qu'elle rend un meilleur service si elle a un tranchant, puis à découvrir que le silex cassé a un meilleur tranchant qu'une autre pierre, et enfin à pouvoir produire lui-même ce tranchant ! Il n'est pas douteux que, pour parcourir toutes ces étapes, il a eu besoin de beaucoup de siècles, et ce n'est pas la durée de la vie d'un seul homme qui y aurait suffi. Il a fallu que l'expérience acquise par l'un fût transmise à un autre, qui à son tour l'a passée à un troisième, en y ajoutant la sienne propre ; et ainsi de suite, jusqu'à ce que toute cette expérience accumulée dans le cours des siècles fût devenue suffisante pour produire le premier couteau.

Il est évident que tout cela aurait été impossible sans un moyen de communication suffisant, qui permît la transmission de l'observation et de l'expérience d'un homme à un autre. Ce moyen fut le langage.

Si l'on entend par *langage* tout moyen de communication de la pensée, on peut dire qu'il y a beaucoup de sortes de langage, et que beaucoup d'animaux en possèdent un. C'est un

langage que l'attouchement des antennes, par lequel une fourmi fait connaître à une autre un travail à faire, ou un accident arrivé dans la fourmillière, ou un endroit où se trouve un dépôt d'aliments. Le chien qui tire son maître par le pan de son habit vers la huche aux provisions dont il demande sa part, emploie un langage. Le cheval qui mordille son compagnon de trait pour lui faire comprendre qu'il doit faire sa part de travail, lui parle aussi à sa manière. Il y a encore les diverses sortes de langage des sons : sifflé, chanté, parlé. Si l'on admet qu'il n'y a pas d'effet sans cause, et qu'il est difficile de croire qu'un animal émette un son sans aucune raison et sans aucun but, on peut penser que les sons divers émis par les animaux expriment toujours quelque impression, si ce n'est quelque pensée. Mais sans aller aussi loin, il est incontestable que certains animaux emploient certaines émissions de voix déterminées pour exprimer certains sentiments déterminés. On peut distinguer facilement au moins 15 mots différents dans le langage des moineaux : cris de colère, de douleur, d'alarme ou de menace ; appel de la femelle par le mâle, ou du mâle par la femelle ; et ainsi de suite. Il en est de même pour la poule, pour le chien. Tout le monde connaît le cri d'appel de l'hirondelle qui se trouve en danger, cri qui fait accourir ses compagnes par centaines. Et ces exemples peuvent être multipliés à l'infini.

Le langage est donc loin d'être une faculté spéciale de l'homme. On ne peut même pas dire que le nombre des mots employés par l'homme soit nécessairement le plus considérable ; car il y a des voyageurs qui affirment que certaines tribus de la Nouvelle-Guinée et des îles Salomon ne possèdent pas plus de 20 mots dans leur langage. On sait aussi qu'un enfant de parents peu cultivés ne connaît, à l'âge de 7 ans, plus de 200 ou 300 mots. Par contre, on n'a qu'à écouter avec attention une conversation d'hirondelles pour se rendre compte quelle richesse et quelle variété de sons bien déterminés comporte le langage des oiseaux.

La richesse du langage est en rapport direct avec le capital d'idées qu'il doit exprimer, et il n'est pas étonnant que le sauvage de la Nouvelle-Guinée, ainsi que le chien ou le moineau, se contentent d'une vingtaine de mots, puisque les idées qu'ils ont à exprimer n'en demandent pas davantage.

Pour nous rendre compte de l'importance du langage d'une société très inférieure, humaine ou animale, nous devons le juger au point de vue de la personnalité de ceux qui emploient ce langage, et non pas au point de vue de l'homme civilisé ; car pour comprendre un langage, il faut d'abord savoir comprendre les idées qu'il est appelé à exprimer.

On donne encore, comme caractère spécial du langage humain, le fait qu'il est articulé.

Mais d'abord il existe des langages humains qui ne sont pas articulés. Tel est le langage sifflé, employé par les habitants des Canaries. Il y a aussi le langage par signes, qui est encore en usage parmi cetaines tribus de l'Amérique et de l'Australie. Ce sont de véritables langages, capables d'exprimer des pensées très variées, et qui servent couramment, même entre tribus différentes, qui ne possédent pas d'autre langage commun. On ne peut donc pas dire que l'homme n'emploie que le langage articulé.

D'ailleurs il s'agit de savoir si par langage articulé on entend quelque chose de bien précis. C'est un fait constant que lorsque un homme peu cultivé entend pour la première fois parler une langue étrangère, surtout une langue dont la prononciation n'est pas assez accentuée, il ne distingue aucun son précis, il ne saisit aucune syllabe ; pour lui, c'est une langue non articulée. Ainsi considéré, l'anglais est moins articulé que l'allemand, et celui-ci que le hongrois. De même notre écriture est incapable de réproduire certains sons de la langue des Hottentots, que les philologues représentent comme une suite de cris inarticulés et de claquements de langue plutôt que comme un langage humain ; pour eux, le hottentot non plus n'est pas un langage articulé.

Cette observation permet de se demander si nous sommes assez autorisés à dire que le langage des animaux est nécessairement un langage non articulé, pour la seule raison que nous ne pouvons pas en saisir les articulations. Quand on écoute pendant quelque temps et d'une manière soutenue le gazouillement d'une hirondelle, on a l'impression d'entendre des sons parfaitement distincts et bien caracterisés, qui certainement ne pourraient pas être reproduits par les lettres de notre alphabet ; mais on entrevoit très bien la possibilité de séparer le chant

de cet oiseau en sons élémentaires, analogues aux voyelles et aux consonnes qui composent le langage humain. On connaît aussi les essais, dont nous ne savons pas le résultat, du dr. Garner d'analyser le langage des singes à l'aide du phonographe, et d'en séparer les éléments.

* * *

Si donc la conformation de la main et le langage ont été les conditions fondamentales pour le développement des sociétés humaines, on peut se demander pour quelles raisons il n'en a pas été de même pour les sociétés animales.

La première en est que ces deux conditions ne se trouvent pas réunies en général pour une même société animale. Les oiseaux, le chien, possèdent bien un langage qui, pour quelques espèces est assez complet ; mais la main leur fait défaut. L'éléphant possède sa trompe, qui lui rend les mêmes services qu'une main ; mais, sans compter qu'une seule main ne peut pas en remplacer deux, l'éléphant ne possède pas de langage. Il n'y a que les singes qui, étant pourvus de la main, comme les hommes, semblent avoir aussi un langage. Et cependant leurs sociétés ne paraissent pas faire de progrès.

Mais d'abord cette affirmation ne doit être acceptée qu'avec réserve. Les transformations des sociétés primitives se font très lentement, et les observations que nous possédons sur les sociétés simiesques ne datent pas d'assez loin pour nous permettre de croire avec certitude à la complète immobilité de ces sociétés. Et puis des observations comme celle d'EminPacha sont plutôt faites pour nous donner la conviction contraire.

D'autre part il faut remarquer que les singes supérieurs, ceux dont l'intelligence plus développée permettrait plus facilement la constitution de sociétés perfectibles, vivent plutôt solitaires ; et quant aux autres, le climat favorable et les régions riches en aliments qu'ils habitent ne leur font pas sentir la nécessité d'améliorer leur sort. Du reste, il n'en est pas autrement des sociétés humaines ; car, dans les mêmes régions, il ne semble pas qu'elles évoluent beaucoup plus que celles des singes, ni qu'elles leur soient de beaucoup supérieures.

Mais il existe encore une cause qui empêche le progrès des sociétés animales ; c'est que le langage des animaux, même quand

il existe, n'est pas susceptible de perfectionnement. Or c'est une condition essentielle pour que le langage puisse servir comme instrument de perfectionnement de la société, car il doit être en état de se plier sans cesse aux nouveaux états par lesquels la société passe, au fur et à mesure de ses progrès.

Pour les animaux, il semble que le langage est limité dans son développement par les conditions organiques de l'animal. Il est vrai que le chien, dans la domesticité, a appris à aboyer, ce que ses ancêtres ne savaient pas faire. Mais il ne peut pas aboyer que de 15 ou 20 façons différentes, et il ne peut pas ajouter à son répertoire une seule nouvelle façon d'aboyer, pour exprimer un sentiment ou une nécessité nouvelle ; et cependant il n'y a pas de chien qui ne se trouve souvent très-malheureux de ne pas pouvoir exprimer ce qu'il sent, et qui ne s'efforce de trouver le moyen de le faire. Ces efforts continus auraient dû déjà produire dans l'organe vocal du chien la modification nécessaire ; et si elle ne s'est pas produite, c'est que l'organe lui-même n'est pas susceptible de la recevoir.

Considérons encore le moineau, dont le langage comporte aussi de 15 à 20 mots différents. Nous remarquons que ces mots sont absolument les mêmes pour tous le moineaux de la terre, ce qui prouve que, si leur langage a evolué dans le passé, cette évolution a été arrêtée pour l'espèce entière par la conformation organique du gosier de l'oiseau, dès que cette évolution est arrivée à la limite de possibilité de perfectionnement de cet organe. Cette observation pourrait être généralisée pour la plupart des espèces animales, dont le langage ne varie pas d'une région à une autre. Si cependant de pareilles différences existaient pour une espèce quelconque, ce serait la preuve que, pour cette espèce, l'évolution du langage n'est pas encore arrivée partout à la limite de possibilité de perfectionnement.

La valeur de cette observation n'est pas diminuée par le fait que trois ou quatre espèces d'oiseaux peuvent être dressées à prononcer des mots humains. Cela prouverait que l'organe vocal de ces oiseaux serait susceptible de s'adapter à un langage plus perfectionné que leur langage habituel. Mais pour admettre cette conclusion, on devrait établir que ce perfectionnement pourrait se produire aussi dans les conditions normales

de la vie de l'oiseau, et non seulement dans celles d'une éducation forcée. Et même dans ce cas, l'espèce ne pourrait pas tirer grand profit de son langage humain, puisque dépouvu d'un instrument de travail comme la main, il lui manquerait la première condition du progrès, et par conséquent aussi la nécessité d'utiliser son langage perfectionné.

* * *

Ce que nous venons de dire montre la différence profonde qui existe entre le langage humain et celui des diverses espèces animales. Tandis que ce dernier est presque totalement privé de la possibilité de se développer, le premier est susceptible de progrès presque à l'infini. Si certains voyageurs affirment avoir découvert en Nouvelle-Guinée des peuplades dont la langue ne comptait pas plus de 20 mots, on en trouve d'autres dans la même île dont le langage est d'une richesse et d'une complexité telle, qu'il fait le désespoir des philologues. Que de distance parcourue entre l'idiome barbare et pauvre de l'homme de Neanderthal[117] et la langue de Homère et celle du Dante ! Combien ces dernières peuvent exprimer des idées et des sentiments qui sont impossibles à traduire dans une langue primitive ! Et quelle meilleure preuve de ce qu'un langage perfectionné est indispensable, et pour la formation, et pour la vie d'une société perfectionnée ! Déjà la langue de Homère,[118] de Virgile[119] et du Dante est trop arriérée pour l'état de la société contemporaine, car elle ne peut plus exprimer ni les choses nouvelles qui n'existaient pas il y a trente, et même six siècles, ni les idées, les sentiments et l'état d'âme d'aujourd'hui, qui ne ressemblent plus du tout à celle du temps passé. Le langage a évolué en même temps que la société, dont l'évolution était rendue possible par celle du langage. Il y a un lien indissoluble entre les deux.

* * *

En résumé, la conformation de la main et le langage sont les deux facteurs qui en premier lieu ont rendu possible et ont favorisé le progrès des sociétés humaines. D'après la définition que nous en avons donné, ce sont de véritables forces sociales, puisque ce sont des causes de premier ordre qui ont déterminé le mouvement social, soit la variation de l'état économique,

intellectuel et moral du corps social. Nos efforts doivent tendre à trouver une loi, fût-elle empirique, de la manière d'agir de ces forces. Mais l'énoncé seul de la question suffit pour montrer à quel point nous sommes en droit de répéter ce que nous avons encore dit dans ce qui précède : la réalisation de ce désidératum est une chose qui est plus facile à concevoir qu'à effectuer.

3. *L'intelligence.*

Il semble que, dans ce que nous avons dit, nous n'avons pas fait à l'intelligence la part à laquelle elle a droit, comme facteur de la constitution des sociétés humaines.

Il est impossible de ne pas se rendre compte du rôle très grand que l'intelligence a eu dans ce phénomène social. Mais dans ce qui précède, nous nous sommes efforcé d'établir que ce rôle n'a pas été unique, et que d'autres facteurs que l'intelligence sont intervenus, avec une part d'action au moins égale, dans l'établissement des premières sociétés et dans leur développement ultérieur.

L'espèce humaine, par sa conformation cérébrale, dispose d'un organ d'une perfection plus grande que dans les autres espèces animales. Il est donc naturel que, dans des conditions égales, l'intelligence de l'homme se développe mieux et plus rapidement que celle de l'animal ; mais cela ne veut pas dire qu'elle est l'apanage exclusif de l'homme ; nous croyons, au contraire, que cette faculté est départie, très inégalement il est vrai, à un grand nombre d'espèces animales, peut-être même à toutes. On ne peut pas refuser le don de l'intelligence à la fourmi ou à l'abeille, quand on veut bien l'accorder au Fueggien, qui ne sait pas même se creuser un trou dans la terre, pour se garantir contre le froid.

L'intelligence est une faculté essentiellement perfectible. Une foule de circonstances peuvent contribuer à ce perfectionnement ,mais en premier lieu la possibilité pour elle de s'exercer. Les premiers hommes ont commencé par avoir un degré d'intelligence qui très probablement ne différait que très peu de celle de certaines espèces animales ; et si les conditions de leur vie avaient continué à être les mêmes pour eux que pour les animaux, leur intelligence, malgré l'organe supérieur dont elle disposait,

n'aurait pas pu se développer ainsi qu'elle l'a fait. C'est la possession de la main et du langage qui a permis à l'homme de développer son intelligence plus rapidement que l'animal, car elle a pu s'exercer plus et beaucoup mieux que celle de l'animal, grâce à ces deux auxiliaires.

Il ne serait donc pas juste d'attribuer le progrès des sociétés humaines exclusievment à l'intelligence ; il est le fait de trois facteurs, qui ont agi ensemble et qui se sont développés et perfectionné graduellement les uns par les autres.

Mais si, dans les commencements, l'importance de ces trois facteurs se contrebalançait plus ou moins, plus le niveau s'élevait, plus le rôle de l'intelligence grandissait, de sorte qu'aujourd'hui, comme force sociale, c'est elle qui compte parmi les plus puissantes.

Au point de vue de son action sur le progrès social, il y a lieu de distinguer *l'intelligence moyenne* de la société considérée, ainsi que *l'intelligence maximum*.

C'est la première qui donne le caractère intellectuel de la société ; c'est elle qui détermine le genre et le degré de rapidité de l'évolution de cette société ; c'est d'après elle que l'on juge de son degré de développement intellectuel ; car ce serait quelque chose d'artificiel d'en juger d'après quelques génies isolés, qui souvent sont le produit de circonstances tout-à-fait particulières, et en premier lieu de leur conformation cérébrale propre.

L'intelligence maximum, à un moment donné et pour une société donnée, est représentée par les individus à intelligence supérieure, qui élargissent et élèvent le niveau du champ intellectuel moyen de cette société. Ce sont les savants qui font avancer la science, les artistes dont les oeuvres exercent un influence déterminante sur l'esprit humain, les penseurs qui font jaillir des idées nouvelles. L'action de pareils individus sur la marche de la société est évidente, mais elle s'exerce autrement que l'intelligence moyenne de la foule. Celle-ci grandit, assurément, par l'expérience et la réflection de tous, accumulées sans cesse ; mais ce progrès se réalise lentement et d'une manière continue ; tandis que l'apparition d'un homme de génie peut déterminer une élévation subite, ou qui du moins se produira dans un temps relativement court, de l'état intellectuel moyen

de la société et de ses autres conditions. Ainsi, il est possible que l'évolution naturelle ait pu porter graduellement la pensée allemande à la hauteur où elle s'est élevée brusquement par l'apparition de Kant ; mais il est sûr que l'apparition de ce génie a épargné plusieurs siècles de travail lent à l'esprit allemand. Il en est de même de Guttenberg, dont l'invention fit plus en cinquante ans pour la diffusion des idées que n'avaient fait avant lui des légions de copistes et des dizaines de siècles de travail.

Malgré les résultats auxquels est parvenu le calcul des probabilités en ce qui concerne la probabilité de l'apparition de certains phénomènes d'égale possibilité, il ne semble pas qu'on puisse jamais trouver une loi qui donne la probabilité de l'apparition des hommes de génie et des grands inventeurs, et encore moins qui fasse prévoir l'importance de l'influence de leurs oeuvres sur la marche du progrès humain.

Il n'en est pas de même de ce que nous avons appelé l'intelligence moyenne. Si l'état l'intellectuel d'une société fait de continuels, progrès, c'est qu'elle ajoute tous les jours au fonds intellectuel qu'elle possède déjà les acquisitions nouvelles qu'elle réalise, grâce à ce même fonds intellectuel. Il semble naturel d'admettre qu'il existe une certaine proportionnalité entre l'importance de ces acquisitions en un temps donné et l'importance du fonds intellectuel auquel elles sont dûes. Si nous représentons par A la valeur du fonds intellectuel d'une société à un moment donné, et si nous appelons a l'accroissement que l'unité de A subit dans l'unité de temps, on établit facilement qu'après un temps t la valeur de A devient

$$A\ (1 + a)^t,$$

ce que l'on exprime en disant que *A croît en progression géométrique*.

Nous pourrions donc admettre, avec une certaine approximation, que *le fonds intellectuel d'une société croît avec le temps en progression géométrique*.

On trouve aussi, dans le cours de l'histoire, des cas où le fonds intellectuel diminue. Le raisonnement précédent peut être appliqué à ces cas aussi, avec la différence que l'accroissement a devient alors négatif.

Pour que l'expression précédente présente un degré d'approximation tant soit peu admissible, il est nécessaire que le temps t pour lequel on l'applique ne soit pas trop long, et que pendant ce temps la société ne subisse pas de secousse intellectuelle qui fasse varier d'une manière plus ou moins brusque son fonds intelectuel ; tel serait le cas d'une grande invention comme l'écriture, la typographie, le télégraphe, ou celui d'une catastrophe qui anéantisse tout ou partie de l'avoir intellectuel du corps social considéré.

D'ailleurs on s'aperçoit facilement que l'expression précédente ne peut pas être la représentation exacte de la loi d'accroissement du fonds intellectuel d'une société, car elle tend à devenir infinie quand le temps croit indéfiniment, ce qui n'aurait pas de sens, car on ne peut pas concevoir un fonds intellectuel infiniment grand. Donc, encore une fois, l'expression que nous venons d'établir ne saurait convenir que pour des périodes de temps limitées.

Mais, en dehors de ces restrictions, pour certaines sociétés il faut tenir encore compte d'un fait qui devient apparent quand on considère d'un peu près les faits historiques. C'est que le développement d'une société, après avoir suivi pendant un certain temps une ascension régulière, subit une impulsion qui en accélère ou en retarde le mouvement. Après cette impulsion, le mouvement continue pendant une nouvelle période, jusqu'à ce qu'une nouvelle impulsion en modifie encore la rapidité ; et ainsi de suite.

Le meilleur exemple nous en est donné par la société européenne occidentale.

Les environs de l'an 400 peuvent être considérés comme le point de départ de l'état de choses créé par la dislocation de l'empire romain et par le grand flot des invasions barbares. C'est le commencement de la longue nuit du moyen âge. Mais c'est aussi le commencement de la constitution de la nouvelle société, fondée sur les ruines de l'ancienne, grâce à l'apport de sang nouveau des barbares.

La nouvelle société se développe lentement et péniblement, avec les éléments dont elle disposait et au milieu du fracas continuel des armes qui était l'état normal de ce temps-là.

Vint Charlemagne,[120] et avec lui un nouvel état de choses, supérieur au précédent, en ce qu'une organisation régulière mit un peu d'ordre dans le chaos.

La société continua sa vie sur nouveaux frais, en partant de l'état créé par Charlemagne, et qui était de beaucoup supérieur à celui qui venait de finir. Suivit une nouvelle période de développement lent.

Au XIII siècle, les principales croisades venaient de finir, par la prise de Constantinopole ; un courant d'idées nouvelles envahit le monde occidental, l'Angleterre pose les fondements du régime constitutionnel, l'université de Paris est fondée, celle de Bologne l'est déjà, l'art ogival prend naissance, Thomas d'Aquin,[121] Albert le Grand,[122] Raymond Lulle[123] et autres cultivent les sciences ; un peu plus tard, le Dante écrit son poème. C'est une seconde étape, qui de nouveau fait monter le niveau social, et donne un nouveau point de départ pour la marche en avant de la société.

Il y en eut une autre au moment de la Renaissance, dont l'impulsion se fit sentir jusqu'au XIX siècle, qui ouvrit des voies nouvelles dans toutes les directions pour l'esprit humain.

Le mouvement social européen dans ces derniers quinze siècles peut donc être considéré comme ayant suivi une trajectoire composée de quatre branches de courbes ascendantes, raccordées successivement entre elles par des branches plus courtes, à ascension beaucoup plus rapide, qui représentent le mouvement social pendant les étapes : Charlemagne, XIII-e siècle, Renaissance.

Il est remarquable que les périodes de temps qui séparent ces étapes successives sont toutes voisines de 400 ans, ce qui, évidemment, est une simple coïncidence.

Or, si, avec les reserves que nous avons formulées, on peut admettre qu'entre deux étapes successives le fonds intellectuel de la société a augmenté en progression géométrique, on ne peut plus admettre que la même progression peut servir pour toutes les périodes considérées, à cause de la discontinuité représentée par les étapes qui les séparent. On doit donc trouver une représentation plus générale, qui convienne à ce cas spécial.

Considérons une série de termes en progression géometrique :

$$A,\ Aq,\ Aq^2,\ Aq^3,\ Aq^4,\ldots.$$

Groupons ces termes par groupes de quatre, par exemple ; puis, multiplions les termes du premier groupe par 1, ceux du second groupe par r, ceux du troisième par r^2, et ainsi de suite. Nous formerons la série suivante, que l'on pourrait appeler *une progression doublement géométrique* :

$$A,\ Aq,\ Aq^2,\ Aq^3,\ Arq^4,\ Arq^5,\ Arq^6,\ Arq^7,\ Ar^2q^8,\ldots$$

Supposons que, dans ces termes, A représente, comme ci-dessus, la valeur du fonds intellectuel de notre société pendant le premier siècle compté à partir de l'an 400, et q le coefficient $1+a$, où a signifie, toujours comme ci-dessus, l'accroissement que l'unité de A subit en un siècle. Quant à r, ce sera un coefficient dont nous établirons la signification dans un instant.

Alors les quatre premiers termes de notre série deviennent :

$$A,\ A\ (1+a),\ A\ (1+a)^2,\ A\ (1+a)^3,$$

et ils représentent l'état intellectuel de notre société pendant quatre siècles consécutifs à partir de l'an 400.

A la fin de ce quatrième siècle, survient l'époque de Charlemagne, qui fait augmenter brusquement la valeur du fonds intellectuel $A\ (1+a)^3$, tel qu'il l'avait trouvé à son avènement. Nous pouvons représenter cette augmentation, en multipliant ce dernier terme par

$$r = 1 + b,$$

où b signifie l'augmentation par siècle que cette première étape imprime à l'unité de ce terme $A\ (1+a)^3$; de sorte que ce terme, par suite de cette augmentation, devient :

$$A\ (1+a)^3\ (1+b)$$

Dans la période qui suit, ce terme subit, pendant chaque siècle, les mêmes augmentation que pendant la première période, de sorte que l'état intellectuel serait représenté, pendant ces quatre siècles, par les termes :

$$A(1+a)^4(1+b),\ A(1+a)^5(1+b),\ A(1+a)^6(1+b),$$
$$A(1+a)^7(1+b).$$

Arrivés à la seconde étape, nous devrons de nouveau multiplier par $1+b$; et ainsi de suite.

Il sera facile, d'après cela, d'écrire la forme générale du terme de la progression.

Il est évident que cette conception est sujette à beaucoup de reserves, et qu'elle ne peut avoir la prétention que de représenter d'une manière tout-à-fait approximative la marche générale du phénomène. Mais elle est utile aussi pour donner une image sensible des choses, et pour y établir un certain jalonnement.

D'ailleurs, même si cette manière de représentation est admise pour la période historique que nous avons considérée, elle ne peut plus convenir à d'autres. Ainsi, pour l'histoire de la civilisation européenne avant le commencement du moyen âge, on observe un mouvement ascendant depuis l'époque d'Homère et d'Hésiode[124] jusqu'à celle de Périclès,[125] suivie d'une chûte légère jusqu'à celle d'Auguste, après laquelle arrive une véritable débâcle. Mais il est assez intéressant de constater que pour ces périodes aussi la durée se maintient dans le voisinage de 400 ans. Du reste, c'est une simple constatation, que rien ne permet de considérer comme la conséquence d'une loi.

Quant à ce que réserve l'avenir, il semble déjà que le XX^e^ siècle sera pour l'humanité une étape encore plus considérable que le XIX^e^, ce qui rompra la continuation des périodes de 400 ans, et ne permettra pas d'étendre aux périodes ultérieures la progression doublement géométrique établie plus haut.

4. *Action des causes physiques.*

Après celles que nous venons d'examiner, les causes physiques sont peut-être celles dont l'influence sur le mouvement social est la plus considérable.

Tout le monde connaît l'influence du climat, et nous n'y insisterons pas. Nous remarquerons seulement que le climat tempéré semble être celui qui favorise le plus le progrès social. Le climat trop froid oppose trop de difficultés à l'initiative de l'homme, tandis que le climat chaud n'en présente pas assez ; car, pour que le génie inventif de l'homme, son énergie et son initiative se développent, il faut qu'ils s'exercent contre des difficultés qu'il faut vaincre ; or dans les régions tropicales la

vie est trop facile pour que ces conditions soient suffisamment remplies.

A l'époque quaternaire, il y eut en Europe une période glaciaire d'une longueur considérable, pendant laquelle le climat de l'Europe fut aussi froid que celui du nord de la Norvège. Il est certain que cette période, venant après la période tempérée qui l'avait précédée, a dû troubler profondément la vie des sociétés humaines déjà installées dans ces régions. Il est possible qu'elles aient été entièrement anéanties ou forcées à émigrer en masse à la recherche d'une patrie plus clémente, et remplacées par des populations mieux aguerries pour les nouvelles conditions d'existence. Dans un cas comme dans l'autre, le mouvement social a été au moins entravé, et peut-être l'humanité a-t-elle été forcée de recommencer sa civilisation, après avoir perdu tout le fruit d'un labeur de plusieurs siècles.

D'autre part, un mouvement contraire a dû se produire au moment de la cessation de la période glaciaire.

Il est probable que ces changements du climat, dans un sens comme dans l'autre, ont dû se produire très lentement ; en ce cas, les sociétés déjà existantes ont pu s'adapter graduellement aux nouvelles conditions d'existence. Il n'est pas moins vrai que la marche de la civilisation de ces temps reculés a dû subir au moins un changement de direction, si ce n'est un arrêt ou un ralentissement, par le fait de cette cause purement physique.

En général, l'état d'une société est fonction des conditions au milieu desquelles elle a pris naissance, et toute modification dans ces conditions ne peut pas manquer d'avoir un écho sur le mouvement de la société. On peut se poser la question, que deviendrait la vie des peuples de l'Europe centrale, dans le cas où tous les glaciers des Alpes venaient à disparaître. Les conséquences s'en feraient ressentir jusque dans les régions du bas-Rhin, de la Provence et du bas-Danube. Le régime des fleuves serait bouleversé, les saisons aussi, un climat extrême et sec prendrait la place de celui qui règne actuellement ; par suite, toute l'agriculture devrait changer ses pratiques, ce qui, sans parler d'autres causes, forcerait les populations à modifier profondément leur genre de vie.

On a pu constater maintes fois que la vie des sociétés se

ressent même des changements moins radicaux et moins durables du climat. Ainsi, l'émigration Irlandaise a été plus considérable aux environs de 1850 et de 1880, à cause des mauvaises récoltes qui ont été la conséquence des pluies persistantes de ces années. Au contraire, le Far-West américain reçut le flot des immigrants, surtout en 1880, parce que l'année pluvieuse fut favorable pour avoir une riche production ; tandis que 15 pour cent de ces immigrants retournèrent chez eux entre 1890 et 1900, où le temps trop sec fit baisser la production.

On voit ce qu'une seule année de sécheresse ou de pluie excessive put apporter de trouble dans la vie de deux continents.

Il semble que des changements de climat, même profonds et durables, se produisent à chaque instant, tantôt sur un point de la surface de la terre, tantôt sur un autre. Au dixième siècle, le Groenland n'était pas le pays désolé qu'il est actuellement, car autrement les explorateurs qui l'ont découvert ne lui auraient pas donné le beau nom de Vert-Pays ; aujourd'hui il est entièrement couvert d'une couche continue de glace épaisse. Voilà donc un changement profond survenu depuis les temps historiques, dont la conséquence a été de rendre impossible la vie dans ces contrées à des populations autres que celle des Esquimaux.

L'Islande était, dans la première moitié du moyen âge, un pays riche, peuplé et ayant une civilisation très avancée. Ce ne fut pas l'invasion des glaces qui en fit le pays aride et désolé qu'elle est aujourd'hui ; ce furent les terribles erruptions volcaniques du XVIII siècle, qui couvrirent de lave la plus grande et la meilleure partie du pays. Voilà un centre de civilisation disparu à jamais, par un simple phénomène géologique.

Ce sont encore des phénomènes géologiques que les changements du cours des fleuves, qui portent la désolation et le bouleversement, et dans la région abandonnée, où la sécheresse et le pauvreté prend la place de l'abondance, et dans celle où les eaux viennent détruire tout ce qui existait, en attendant qu'elles y apportent l'humidité et la richesse.

L'Amou-Darya, ancien Oxus, qui bordait la riche Bactriane, coulait autrefois dans la mer Caspienne ; en 1575, il abandonna son ancien lit, et alla se déverser dans le lac d'Aral. La région autrefois arrosée se dessécha, et la population appauvrie se dispersa et devint nomade.

Le Hoang-Ho en fit autant ; depuis l'an 600 av. J. Chr., il changea de cours 25 fois ; en 1209, en 1852, il abandonna entièrement la moitié inférieure de son lit ; il y a quelques années, il changea de nouveau ; on parla alors de sept milions de victimes. Heureusement la Chine est assez riche en hommes et assez prolifique pour combler le vide ; mais ce n'est pas moins une preuve de ce qu'une force sociale comme l'action d'un grand fleuve peut apporter de trouble dans le mouvement social de tout un pays.

Comme le Hoang-Ho, le Tarim coule dans des terrains qui se désaggrègent très facilement, ce qui fait que son cours change continuellement. Le grand lac Lob-Noor, où il se déversait autrefois, n'est plus qu'un immense marécage, nid de fièvres paludéennes, incapable de nourrir la nombreuse population de pêcheurs et d'agriculteurs qui habitait ses rives. Aussi est-elle obligée de se déplacer continuellement, suivant les caprices du fleuve. Des établissements considérables ont été successivement fondés et abandonnés, au III-e, au VIII-e et au XII-e siècles. Il n'est pas impossible que ce fût une des causes du grand mouvement qui agita les peuples asiatiques au moyen-âge, et dont les effets se firent ressentir jusqu'en Europe.

Le régime des eaux en Asie subit une crise dont les savants se sont aperçus, et qui se traduit par ce qu'on appelle déjà „le dessèchement de l'Asie" ; phénomène gros de menaces pour l'avenir ; car le jour où cette „fabrique de nations" ne pourra plus nourrir les centaines de milions d'hommes qui l'habitente, il faudra bien qu'une nouvelle ère d'invasions et de catastrophes s'ouvre pour les civilisations européennes.

D'ailleurs de pareils phénomènes se manifestent un peu partout, quoique pas toujours dans d'aussi grandes proportions ; c'est que des causes en apparence insignifiantes peuvent déterminer des changements considérables dans le régime des eaux, et par là dans la vie des populations voisines. Si, par exemple, une nappe d'eau repose sur une couche imperméable qui recouvre d'autres couches perméables, il suffira d'un tremblement de terre qui produise une faille de la couche supérieure, pour que la nappe d'eau se perde par là. C'est peut-être une des causes pour lesquelles des rivières ont disparu, et que l'on trouve des régions entièrement desséchées là où autrefois régnaient la ri-

chesse et le bien-être. On découvre en Algérie, couvertes par les sables, les ruines de cités riches et populeuses. En Roumanie, on voit aux environs de Bucarest les restes d'une ancienne rivière, la Mostistea, dont il ne reste plus que le lit desséché, dont le fond est jalonné, ça et là, sur une longueur de plusieurs dizaines de kilomètres, par de petites flaques d'eau, en communication avec la nappe souterraine. Très probablement, le niveau de cette nappe a baissé, par une cause inconnue, d'une dizaine de mètres, ce qui a suffi pour faire disparaître la rivière presque entièrement. Car il suffit d'une baisse de quelques mètres seulement dans le niveau d'une couche d'eau, pour que toute une région soit atteinte par la sécheresse.

Quelquefois le niveau de la nappe d'eau est sujet à des alternatives dont on ne peut pas même soupçonner la raison, mais qui sont une cause de profonde perturbation dans l'existence des riverains. Barth et les autres voyageurs qui ont visité le Soudan vers le milieu du siècle dernier, décrivent le Tchad comme un très grand lac, quarante fois plus étendu que le lac de Genève, aux eaux limpides, nourissant une nombreuse population de pêcheurs, et entouré de villages nombreux et très peuplés. Maintenant il est presque entièrement desséché ou transformé en un bourbier couvert de roseaux. Il paraît qu'il était dans le même état aussi vers 1820, tandis que vers 1860 la hauteur des eaux était à son maximum. On se demande ce que devient la population qui, pendant la disparition du lac, perd ses moyens d'existence.

* * *

On voit par ces exemples l'influence décisive que les phénomènes physiques peuvent exercer sur la vie des sociétés humaines. Mais si dans les quelques exemples que nous avons cités l'homme se trouvait impuissant et désarmé en face de grandes forces de la nature contre lesquelles il ne peut rien, il y a d'autres dangers qu'il crée lui-même par son imprévoyance et qui rendront très précaire l'existence des sociétés futures. Si les réserves inépuisables de fer peuvent braver une exploitation si intense que ce soit, beaucoup des autres sources de prospérité des sociétés modernes sont menacées d'une disparition prochaine, par suite de la manière imprévoyante dont elles sont

exploitées. Il y a soixante ans, des forêts immenses couvraient le Far-West américain ; il n'en reste plus trace aujourd'hui ; on les a exterminées par le feu, quand on n'a pas pu faire autrement. Les troupeaux de bisons qui étaient la réserve alimentaire de toute la population indienne, et qui étaient si nombreux qu'ils empêchaient pendant des heures le passage des trains, ont disparu si complètement, qu'il n'en reste pas même des exemplaires pour les musées. Il en est de même des troupeaux d'antilopes de l'Afrique australe, et il en sera bientôt des baleines, des phoques et des éléphants comme des bisons et des antilopes. Quant au combustible minéral, on sait quelle est la situation.

On comprend l'influence décisive que cette éventualité aura sur l'existence des sociétés futures, si elle se réalise. Des communautés riches tomberont dans la misère ou disparaîtront complètement, de même qu'ont déjà disparu presque complètement les tribus indiennes ; dans tous les cas, leurs conditions d'existence subiront des modifications radicales, sans compter que la société civilisée toute entière s'en ressentira profondément. Voilà donc des forces sociales dont il faut tenir compte dans l'étude des questions sociologiques.

Il est vrai que, pour combler les vides que l'on fait ainsi, on compte sur l'inconnu et sur l'imprévu ; on espère découvrir de nouveaux dépôts de charbon, de nouvelles sources de pétrole. Mais on ne doit pas perdre de vue que tous les jours de nouveaux peuples font leur entrée dans la vie civilisée, élargissent leurs besoins et viennent augmenter la demande. Si l'équilibre n'est pas rétabli d'une façon quelconque, on peut prévoir que nos successeurs auront assez de difficulté pour vivre.

Il est vrai que l'on peut compter, avec assez de probabilité, sur la découverte de nouveaux moyens, plus économiques, d'utiliser les grandes forces naturelles ; la pesanteur, le vent, les marées, les chutes d'eau, le courant des rivières, etc. ; mais quant à la matière vivante, pain, viande ou bois, il n'y aura jamais que la nature qui puisse la produire.

5. *La vie comme force sociale.*

L'élément de toute société est l'individu, qui est un être vivant. La vie doit donc être considérée comme la force dont le rôle dans le mouvent social est le plus important.

Pour faire entrer la vie dans notre étude, il ne suffit pas

de connaître seulement ses effets physiologiques et psychologiques, mais pénétrer le secret même de sa production.

Prenons l'électricité comme terme de comparaison. L'observation et l'expérimentation avaient déjà fait découvrir les lois d'une foule de phénomènes électriques ; mais la nature de l'électricité ne fut connue que le jour où Hertz[126] prouva qu'elle n'est que la manifestation d'un mouvement ondulatoire. Ce jour-là on put établir les formules de ce mouvement, et on déduisit par la seule voie du raisonnement l'explication de tons les phénomènes électriques déjà connus, et en prévoir d'autres qui ne l'étaient pas encore.

Il en est de même de l'attraction universelle. Avant Kepler, les mouvements des corps célestes n'étaient connus que d'une manière empirique, de sorte qu'on ne pouvait prévoir la position d'nn corps que par comparaison avec ses mouvements antérieurs. La découverte des lois de Kepler fut déjà un progrès, car elles pouvaient donner avec précision le mouvement d'une planète, dans l'hypothèse où elle anrait existé seule avec le soleil ; mais ces lois ne tenaient pas compte des actions réciproques des diverses planètes et de leurs satellites, et par conséquent elles négligeaient entièrement les perturbations, dont le calcul pouvait seul donner la position des astres avec une précision mathématique. C'est Newton qui résolut définitivement le problème ; car, en donnant la loi analytiqne précise de l'attraction, il réduisit la question des mouvements célestes à une simple qnestion de calcul, et c'est ainsi qn'il rendit possible la précision extrême avec laquelle on connaît les phénomènes astronomiques jusqu'à des époques très éloignées, passées et futures.

Le phénomène de la vie est aujourd'hui aussi peu connu que la constitution du système solaire l'était il y a trois siècles, et que l'électricité l'était il y quarante ans. Nous constatons bien des phénomènes de mouvement, de volonté, d'intelligence chez les animaux, d'assimilation chez tous les êtres vivants, mais nous ne savons pas quelle est la force qui prodnit tous ces phénomènes, de même qu'on ne savait pas que c'est l'attraction inversement proportionnelle au carré de la distance qui prodnit les mouvements célestes, et que c'est un mouvement ondulatoire qui produit les phénomenes électriques. La con-

naissance de la vie est même beaucoup moins avancée ; car avant Newton on avait les lois de Kepler, avant Hertz on avait celles de Ohm, qui, dans une certaine mesure, donnaient des expressions précises et sûres de certains phénomènes astronomiques et électriques ; tandis que dans les phénomènes de la vie on n'a rien de pareil. On ne dispose que d'une masse de faits, dont aucune loi précise ne se dégage.

Pourrait-on au moins émettre quelque hypothèse sur cette question ardente? Si l'on considère que, des deux formes de manifestation de la vie, les phénomènes psychologiques nous son encore presque totalement inconnus en ce qui concerne leur mécanisme, il semble que le moment n'est pas venu de formuler une hypothèse ; on pourrait tout au plus faire des suppositions.

On remarque d'abord que la lumière, la chaleur et l'électricité sont des formes diverses du mouvement ondulatoire de l'éther. On ne sait rien encore sur la cause qui produit l'attraction universelle ; mais une hypothèse, déjà ancienne, la considère comme le résultat de la manière inégale dont les ondulations de l'éther agissent sur les diverses faces d'une masse matérielle en présence d'une autre masse matérielle ; ce serait donc encore l'effet du mouvement ondulatoire de l'éther.

La vie aurait-elle aussi comme origine ce même mouvement ondulatoire? Il y a dix ans, une pareille supposition aurait entièrement manqué de consistance. Mais la découverte du radium et de ses propriétés a ouvert pour la science des horizons nouveaux et tellement vastes, qu'il est permis de concevoir des espérances là où autrefois on n'entrevoyait rien.

Le radium émet des particules matérielles infiniment petites avec une vitesse qui est comparable à celle de la lumière ; par suite de cette émission, la masse du radium diminue, de sorte qu'un gramme de ce métal disparait entièrement en un temps que l'on évalue à mille ans ; autrement dit, le radium *se dématérialise*, ou bien la matière qui le compose *se dissocie*. Cette dissociation de la matière a lieu avec une production colossale d'énergie : Curie évaluait à 100 calories grammes par heure la chaleur dégagée par la dissociation d'un gramme de radium ce qui en 1000 ans, durée de la vie de cette quantité de métal, ferait 876 milions de calories.

Au moment de la découverte du radium, cette propriété de la matière n'était pas encore soupçonnée. Depuis on a reconnu que le radium ne la possède pas seul, mais que plusieurs autres métaux la possèdent aussi ; et il y a des savants qui croient que c'est une propriété générale de la matière, mais à des degrés très divers, de sorte qu'elle devient presque insensible dans le plus grand nombre de cas.

On constate encore que la dissociation des métaux radioactifs est accompagnée de phénomènes lumineux, caloriques et électriques.

De là, il n'y avait qu'un pas à faire jusqu'à supposer que la lumière, la chaleur et l'électricité n'étaient que le résultat du mouvement ondulatoire de l'éther produit par la dissociation de la matière.

Si toutes ces déductions sont exactes, on peut se demander si la vie ne serait pas aussi l'effet d'un mouvement ondulatoire de l'éther, produit par la dissociation de la matière organique, et spécialement de la matière nerveuse.

Sans doute, cette idée est moins qu'une hypothèse ; c'est une simple supposition, du moment qu'elle ne s'appuie que sur des analogies et sur un trop petit nombre de faits observés qui soient hors de discussion ; mais ces faits ne font pas entièrement défaut. Tels sont certains cas bien constatés de télépathie, qui font songer malgré soi à la propagation des ondes hertziennes par la télégraphie sans fil. Telle est aussi la production du faible courant électrique qui accompagne la contraction d'un muscle. Tel est enfin le cas du poisson-torpille, véritable bouteille de Leyde, chez lequel la production organique de l'électricité prouve d'une manière évidente la corrélation qui existe entre la vie et l'électricité ; et même, si l'on admet les vues de Brunhes sur la dégradation de l'énergie, elle prouve en même temps que la vie serait due à une espèce d'énergie d'une forme supérieure à celle de l'énergie dont l'électricité est la manifestation ; car, d'après Brunhes, la transformation de l'énergie ne se ferait que par le passage d'une forme supérieure à une forme inférieure.

Il y a encore une considération qui contribue à donner plus de consistance à cette supposition. Il est sûr que la vie n'existait pas, qu'elle ne pouvait pas exister à l'époque où la terre

n'était qu'une masse pâteuse à une température extrêmement élevée. Elle n'a pu prendre naissance qu'après le refroidissement. Donc, si l'on admet que la force ne peut pas se créer de rien, nous devons admettre aussi que la force qui a produit la vie n'a pu être qu'une résultante des forces qui agissaient à ce moment-là. Or, toutes ces forces, — même l'attraction universelle, d'après l'explication mentionnée ci-dessus — donnent lieu à des mouvements ondulatoires. C'est une raison pour soupçonner que la force vitale, leur résultante, doit être aussi la manifestation d'un mouvement ondulatoire.

On comprend la portée que cette explication de la cause qui produit la vie, si elle était démontrée d'une manière suffisante, aurait pour la compréhension des phénomènes vitaux en général, et en particulier de ceux qui intéressent notre étude.

Il ne semble pas que certaines recherches expérimentales sur cette question soient tout-à-fait impossibles, au moins théoriquement.

On peut d'abord songer à l'interférence.

On sait que si deux vibrations se propagent le long de la même ligne droite et si leurs longueurs d'onde sont égales, leurs intensités s'ajoutent si elles coïncident ; et elles s'annulent complètement, si l'une des vibrations se trouve en retard sur l'autre d'une demi-longueur d'ondulation.

Si la longueur d'onde n'est pas la même pour les deux vibrations, le phénomène est plus compliqué, et il devient complètement insensible si la différence entre les longueurs d'onde devient trop grande. Ainsi, les vibrations très courtes des rayons lumineux, dont la longueur d'onde ne dépasse par quelques dix-millièmes de millimètre, ne peuvent pas avoir d'influence sensible sur celles de l'électricité, pour lesquelles la même longueur peut atteindre plusieurs mètres.

Cependant le phénomène peut encore devenir sensible, si les longueurs d'onde sont du même ordre de grandeur et si elles sont entre elles dans un rapport très simple.

Si donc la vie est réellement due à un mouvement ondulatoire : si la longueur d'onde de ce mouvement est du même ordre de grandeur que celle de la lumière, ou que celle de l'électricité, et si le rapport entre ces longueurs d'onde est très simple, ces mouvements pourront interférer entre eux.

Ces conditions sont trop nombreuses pour être facilement réalisables : mais ce qui sera particulièrement difficile à réaliser, ce sera de rendre parfaitement parallèles un rayon lumineux et un rayon de mouvement vital, mouvement dont le mode de propagation est entièrement inconnu.

On peut aussi songer à une espèce de cohéreur, dans le genre de celui qui, agissant sous l'action des ondes hertziennes, a rendu possible l'invention de la télégraphie sans fil.

Enfin, Maxwell[127] et Bartoli[128] ont démontré, chacun de son côté, que la lumière exerce une pression sur la surface sur laquelle elle tombe ; Lord Rayleigh[129] a démontré que cette propriété appartient à tout mouvement ondulatoire ; et Lebedew[130] est parvenu, par des expériences d'une précision extrême, à établir que la valeur de cette pression, pour la lumière du soleil à son maximum sur la terre, est de 0,25 milligramme par mètre carré, chiffre qui concorde exactement avec celui auquel Maxwell était parvenu 37 ans auparavant par la voie de la théorie.

Si donc la vie est due à un mouvement ondulatoire, il faudrait que ce mouvement fût capable, lui aussi, de produire une pression sur une surface.

Malheureusement, les forces avec lesquelles on devrait réaliser ces expériences sont tellement petites, qu'il est difficile d'espérer qu'elles pourront donner des résultats appréciables avec nos moyens actuels. Pour se rendre compte de cette difficulté, il suffit de songer qu'un centre d'action aussi puissant que le soleil ne peut produire qu'une pression d'un quart de milligramme par mètre carré ; quelle pression pourrait produire la force vitale d'un animal, si puissant fût-il ?

Cependant la question vaut la peine qu'on y songe, et il est permis d'espérer que l'ingéniosité des savants saura y donner une réponse.

6. *Action de l'individu dans le mouvement social.*

Le mouvement social étant dû non seulement aux causes extérieures au corps social considéré, mais aussi aux actions les uns sur les autres des individus qui le composent, il y a lieu de se préoccuper de ces dernières actions.

Un individu réagit toujours sur les autres individus qui composent le corps social dont il fait partie. Il occupe une

place qu'un autre individu pourrait occuper, si lui-même n'existait pas ; il oppose donc une résistance, plus ou moins apparente à la tendance que d'autres individus auraient de prendre cette place. Pour vivre, il attire sur lui une partie des forces qui agissent sur le corps social ou qui s'exercent entre ses éléments. Ces diverses actions ne se présentent pas autrement que celles que le mathématicien constate entre les divers points matériels qui composent un système matériel quelconque.

L'action d'un individu dans la masse sociale se fait sentir autour de lui à une distance plus ou moins grande, c'est-à-dire sur un nombre d'autres individus plus ou moins considérable. C'est l'étendue de cette action qui caractérise la *personnalité* plus ou moins forte de l'individu, ou ce que nous appellerons son *facteur personnel*.

Ce facteur est assez complexe, car il dépend de beaucoup d'éléments : le degré de richesse ou de pauvreté de l'individu, ses relations personnelles, son intelligence, son degré d'instruction, sa force de volonté, contribuent à la détermination du facteur personel, car chacun de ces éléments, — et d'autres encore,— peuvent contribuer à aggrandir ou à restreindre le cercle d'action de l'induvidu et l'intensité de cette action.

Si l'on essayait de donner une expression analytique du facteur personnel, il faudrait donc le représenter comme une fonction de ces éléments :

$$p = f\,(a, b, c, d, \ldots),$$

et la chose ne serait pas aisée ; mais elle sera beaucoup simplifiée si nous écrivons cette équation sous la forme :

$$p = f_1\,(a) + f_2\,(b) + f_3\,(c) + \ldots,$$

ce qui revient à dire que l'on fait abstraction, en première approximation, des actions réciproques des éléments a, b, c,... les uns sur les autres. Il faudra voir jusqu'à quel point cette hypothèse est permise.

C'est la volonté qui généralement doit être considérée comme l'élément principal du facteur personnel. En effet, l'intelligence, le degré d'instruction, sont des qualités qu'un individu peut posséder, sans qu'elles déterminent par elles seules son action au dehors. On a vu des érudits de premier odre et

d'une intelligence supérieure qui, vivant retirés en eux-mêmes, ont traversé la vie sociale sans laisser des traces et sans avoir exercé autour d'eux une influence appréciable. Il n'en est pas de même de la volonté, faculté essentiellement active, et dont le nom n'a plus de signification si elle n'a pas la possibilité de s'exercer ; or elle ne peut s'exercer qu'à vaincre certains obstacles, qui peuvent être ou des obstacles naturels, ou la volonté d'autres individus. C'est de cette lutte que résulte l'action que l'individu exerce dans la société.

Si la volonté est forte et éclairée par une intelligence supérieure qui s'appuie sur une instruction solide, le facteur personnel de l'individu devient considérable. C'est ainsi que des gens dépourvus de fortune et de tout autre moyen extérieur d'action ont pu exercer une grande influence sur la marche des évènements. Grâce à ces qualités, un petit lieutenant d'artillerie, fils d'une famille pauvre d'une île inconnue et, à cette époque, presque barbare, a pu pendant un certain temps dominer les évènements et exercer une influence à nulle autre pareille sur la marche de l'histoire, dans l'espace et dans le temps. C'est encore grâce à sa volonté de fer et à son intelligence qu'Ignace de Loyola,[131] petit noble inconnu d'une province perdue de l'Espagne, put constituer cette Compagnie de Jésus, qui dès le commencement exerça une si puissante influence sur l'Eglise, et par là sur la société catholique en général. On peut juger diversement l'action de ces hommes, mais ce n'est pas de cela qu'il s'agit ici.

Mais il ne faut pas croire que l'importance de la place qu'un individu occupe dans le développement de la vie sociale se mesure seulement à la grandeur de son facteur personnel. Les circonstances ambiantes peuvent, au contraire, faire changer considérablement l'action de ce facteur. Il en est de même dans les systèmes matériels où l'effet des forces produites par un point matériel peut être augmenté ou annulé, en tout ou en partie, par l'effet d'autres forces. On dit souvent que, cinquante ans plus tôt, Napoléon, serait devenu tout au plus un bon lieutenant-colonel. Par contre, l'histoire fournit de nombreux exemples d'individus dont le facteur personnel était pen considérable ,mais qui, poussés et favorisés par les circonstances, sont parvenus à occuper une place remarquable, fût-elle mo-

mentanée, dans la vie sociale. D'autres fois encore l'importance historique d'un individu tient précisément à son manque de personnalité. Si Louis XVI,[132] au lieu d'être l'homme insignifiant que l'on sait, avait eu une personnalité comparable à celle de Napoléon, par exemple, il est très probable que la proclamation des droits de l'homme, avec toutes ses conséquences, aurait été retardée, on ne sait pas pour combien de temps. Si Jean-Saus-Terre[133] avait eu l'énergie nécessaire pour dominer les évènements, au lieu de se laisser dominer par eux, qui sait si les libertés anglaises, qui eurent une si puissante influence sur le développement de toutes les sociétés modernes, n'auraient subi des retards et des restrictions?

Toutes ces observations ne font que confirmer l'analogie qui existe entre la constitution du corps social, telle que nous l'avons présentée au chap. III, et celle des corps matériels, telle qu'on la considère en Mécanique Rationnelle.

* * *

La volonté, élément principal du facteur personnel, ne dépend pas seulement du raisonnement pur; elle n'en est pas entièrement affranchie non plus. Dans le premier cas, la décision serait toujours imposée par l'évènement; rarement la faculté de choisir librement s'offrirait, et seulement dans les cas où la difficulté à résoudre comporterait plusieurs solutions également possibles. Dans le second cas, l'acte volontaire serait l'acte d'un aliéné; il n'y a pas lieu de nous en préoccuper ici.

L'homme aux prises avec une difficulté peut se contenter de chercher par la seule force de son raisonnement la solution que le problème comporte. Si cette solution est unique et si elle est acceptée telle quelle, l'homme ne fait pas acte de volonté, mais simplement acte de raisonnement. Si le problème comporte plusieurs solutions également possibles, l'homme en choisit une; il fait alors acte de volonté; il jette dans la balance un facteur nouveau, sa volonté, qui fait cesser l'égale possibilité des solutions trouvées en faveur de l'une d'entre elles, qui devient alors la seule possible.

Mais généralement l'homme ne se contente pas de ce rôle limité; même dans les cas où il n'existe qu'une seule solution, il fait intervenir sa volonté. S'il le fait alors, c'est qu'il

prétend changer les conditions du problème, par l'introduction de ce facteur nouveau. Très souvent même il apporte sa solution toute prête qu'il prétend imposer. Le problème est alors renversé ; car, au lieu de chercher par le raisonnement quelle est la solution naturelle dans les conditions où le problème à été posé, on doit, chercher, au contraire, quelle est la force sociale qu'il faut y introduire pour que la solution imposée par l'homme devienne seule possible. Si cette recherche n'est pas faite, ou si elle est mal faite, on risque d'entreprendre une chose au-dessus de ses forces, et d'arriver à un résultat entièrement différent de celui que l'on poursuivait.

Théoriquement, cette recherche n'est pas impossible ; mais elle dépend en première ligne de la détermination précise des forces sociales, de manière qu'elles puissent êtres introduites dans les formules avec leurs expressions analytiques. Tant que cette détermination n'aura pas été faite, on devra se contenter d'appliquer ce que les ingénieurs appellent *un coefficient de sûreté*, si l'on veut être sûr de réaliser le résultat que l'on a en vue.

Il résulte de ce qui précède que, dans la recherche d'une solution, la liberté de la volonté est limitée par le raisonnement. Elle est encore sujette à d'autres entraves ; car on sait que la formation de la volonté dans un cas déterminé dépend aussi des circonstances extérieures, de l'état psychologique et physiologique de l'individu, de celui de ses nerfs, de celui de son coeur. Tout le monde peut remarquer que les décisions prises par un cardiaque se ressentent de sa maladie ; elles sont précipitées et empreintes de violence ; tandis qu'une des premières conditions des décisions froidement courageuses est que le coeur soit entièrement sain et vigoureux. Un homme dont le coeur est malade pourra commettre des actes de folle témérité, mais il ne sera pas un héros. Un individu peut avoir des moments de défaillance de sa volonté, si son organisme passe par une crise qui gêne ou affaiblit les mouvements du coeur ; et l'on sait que le chagrin, la douleur morale, l'incertitude ont cet effet. C'est une observation courante, que chacun peut faire sur soi-même.

On voit combien le problème de la détermination du facteur personnel est compliqué.

7. *La force du capital.*

Le capital constitue une force sociale dont personne n'ignore et ne conteste la puissance, car tout le monde en éprouve les effets. C'est une force qui se manifeste, sous une forme ou sous une autre, partout et dans tous les temps, dans les sociétés sauvages comme dans les plus policées. C'est une force universelle, car elle a sa source dans l'instinct le plus naturel de toute espèce vivante, l'instinct de la conservation. C'est pourquoi, dans la vie sociale, ce sont les mobiles de nature économique qui ont la plus grande part d'influence. Aussi, combien la force dont disposent les grands détenteurs du capital est colossale ! C'est d'eux que dépend en grande partie la repartition du bien-être et de la misère. Le riche peut répandre le bien ou semer la misère autour de lui, en attirant à lui et en confisquant à son profit les moyens d'existence d'une foule de gens. Or le capital doit être essentiellement bienfaisant par lui-même ; et si de pareils résultats sont possibles, c'est que son organisation doit présenter quelque défaut.

Nous n'examinerons pas la question dans sa généralité. Cette discussion est poursuivie par des savants dont elle fait l'objet de constantes préoccupations. Quant à nous, les simples observations que nous pourrions présenter n'auraient pas assez d'autorité pour prévaloir contre un état de choses qui est aussi vieux que la société humaine elle-même. Nous nous permettrons d'insister sur un seul point, qui doit avoir déjà attiré l'attention, car l'observation qu'il suggère s'impose à toute personne qui est un peu habituée aux discussions mathématiques.

* * *

Le capital est du travail accumulé ; c'est sa définition et sa justification. On doit compléter cette définition, pour la mettre mieux d'accord avec les faits : „Le capital est du travail intelligent accumulé". On peut le comparer à la science, qui est aussi de l'intelligence accumulée. Mais il y a une différence entre les deux ; c'est que la science trouve un aliment d'une richesse infinie dans l'étude de la nature ; tandis que le capital est limité par les ressources que peut nous offrir la terre que nous habitons, et qui sont loin d'être infinis. Aussi avons-nous pu admet-

tre que le fonds intellectuel de l'humanité croît en progression géométrique. Cette loi, ainsi que nous l'avons remarqué, conduirait, après un temps infiniment grand, à une valeur infiniment grande de ce fonds intellectuel. Cette conséquence n'a rien d'absurde, si l'on n'a en vue que la masse des faits qui peuvent tomber sous notre connaissance, et qui est infinie. Elle est inadmissible si l'on considère la puissance de compréhension de l'esprit humain, que l'on ne peut pas concevoir comme infinie. Mais si l'on admet que la raison de la progression est assez petite, la loi pourrait convenir, avec une approximation suffisante, pour une durée assez grande, comprenant plusieurs siècles.

Il n'en est pas de même pour le capital. L'hypothèse qu'un capital, considéré comme du travail accumulé, pourrait croître au-delà de toute limite, est doublement absurde : d'abord, parce que les ressources que la terre offre sont limitées, et qu'on ne peut pas admettre que l'on puisse former un capital infini avec des ressources finies ; et ensuite parce que la force de travail de l'homme, si vigoureux et si intelligent soit-il, est limitée.

Si donc nous constatons que notre organisation actuelle est telle, qu'elle admet l'augmentation du capital jusqu'à l'infini, et que de plus cette augmentation est tellement rapide qu'elle conduit à l'impossibilité dans un temps très court et qui n'est nullement suffisant pour permettre un changement radical dans les conditions économiques de la production du travail et dans le développement des ressources naturelles, la conclusion qui s'impose est que la loi qui règle l'augmentation du capital est absurde et inadmisible.

Or les deux seuls moyens qui permettent l'augmentation très rapide du capital sont la spéculation et la loi de l'intérêt composé. Quant au travail, si intense et si intelligent qu'il fût, il ne peut pas supporter la comparaison.

La spéculation est une opération purement intellectuelle, où le travail proprement dit n'intervient d'aucune façon ; nous entendons par là le travail qui donne de nouveaux produits ou qui fait augmenter la valeur de produits déjà existants. La spéculation ne réalise ses énormes bénéfices que par le jeu purement artificiel de la loi de l'offre et de la demande. Nous disons artificiel, car ni l'offre, ni la demande ne peuvent varier qu'au-

tant que la quantité ou la qualité de l'objet à vendre varie ; or ni la qualité, ni la quantité de blé, ou de fer, ou de cuivre ne peut varier dans l'intervalle de vingt-quatre heures dans les proportions où la spéculation en fait osciller les prix. Cela permet aux gens habiles de centupler leur capital aux dépens de ceux qui sont en dehors de leurs combinaisons ; mais les moyens employés, qui n'ont rien de commun avec la science, expliquent comment on peut, en ce cas, arriver au résultat absurde de l'augmentation infinie du capital ; c'est que le capital accumulé de cette sorte ne représente pas du travail.

* * *

La loi de l'intérêt composé est peut-être la seule loi sociale de quelque importance qui soit formulée d'une manière tellement précise, qu'elle puisse être exprimée par une équation :

$$B = A(1 + r)^t$$

où A est le capital primitif, r l'intérêt de l'unité du capital dans l'unité de temps, et B ce que devient la valeur du capital A après le temps t.

Le principe de cette formule est équitable ; c'est que le prêteur a droit à une récompense pour le service rendu, en prêtant son argent. Mais la formule est absurde, car si B croît en même temps que t, il croît si rapidement qu'il dépasse bientôt toutes les limites admissibles. Pour en donner une idée, nous dirons que, d'après cette formule, une somme de un franc, placée à intérêts composés de 5 pour cent accumulés après chaque semestre pendant 1346 ans, représente une valeur égale à celle d'une sphère massive en or pur d'un volume égal à celui de la terre. Au bout de 2000 ans, une sphère en or d'un rayon égal à deux fois la distance de la terre au soleil ne serait plus suffisante pour payer cet emprunt d'un franc.

Il suffit d'énoncer de pareils résultats pour montrer que, sous une apparence d'équité, on a introduit dans l'équation de l'intérêt composé quelque principe inadmissible. Et en effet cette formule ne donne qu'un moyen automatique de faire augmenter le capital, considéré comme une simple abstraction. Or le capital ne peut pas méconnaître les lois de la vie, puisqu'il n'est que le produit du travail et de l'intelligence, qui sont des

manifestations de la vie. La première raison pour laquelle la formule qui précède est absurde, c'est qu'elle ne tient aucun compte ni des limites du travail, ni de celles de l'intelligence, ni de la limitation des ressources : ce n'est qu'une simple formule abstraite qui ne représente rien de réel. Mais les sociétés humaines ne sont pas faites pour satisfaire à des formules abstraites ; et lorsque ces formules ne sont pas d'accord avec le véritable but de toute société, qui est d'assurer à chacun la part qui lui revient des biens d'ici-bas, proportionnellement à son travail et à son intelligence, on doit les rejeter sans hésitation.

La seconde raison pour laquelle la formule de l'intérêt composé conduit à des résultats absurdes, c'est qu'elle admet que l'intérêt est proportionnel au capital et au temps. La preuve qu'il n'en est pas ainsi, c'est que le taux de l'intérêt varie sans cesse, et qu'il diminue continuellement. Le taux légal était d'au moins 12 pour cent dans l'antiquité, de 6 pour cent au temps de Louis XIV[134]— On frémit en pensant aux charges qu'imposeraient à un pays un emprunt pour 60 ans à des taux pareils, quand on sait qu'un emprunt à 5 pour cent multiplie par 20 le capital emprunté pendant ce temps. Si le taux de l'intérêt diminue, c'est que la valeur de l'argent diminue aussi, diminution qui ne fait pas de doute et dont les causes sont bien connues. La formule ne serait donc admissible que pour des temps assez courts pour que dans l'intervalle le taux ne varie pas ; or on sait avec quelle rapidité ce taux diminue. Aussi les états qui ont réalisé jadis des emprunts à long terme sont-ils obligés de procéder de temps à autre à des conversions, pour alléger un peu les charges qui les écrasent. Mais les prêteurs essaient de s'y opposer, en imposant, pour les nouveaux emprunts, une clause qui empêche la conversion, au moins pour un certain temps.

Si le principe que tout service rendu mérite une récompense est équitable, il n'est pas moins équitable de dire qu'aucun service rendu, si grand soit-il, ne peut prétendre à une récompense infinie. On a appliqué, comme une marque au fer rouge, le nom d'*usure* à toute récompense pour argent prêté, quand elle dépasse une certaine limite. On punit comme usurier le prêteur qui exige vingt francs d'intérêt pour cent francs prêtés pendant un an ; mais si le même prêteur, pour la somme de cent francs qu'il a prêtée aujourd'hui, exige 1934 francs au bout

de soixante ans, on trouve qu'il est dans son droit. Or le bénéfice qu'il tire alors de son argent est de 31 francs 67 centimes par an et ce bénéfice n'est plus qualifié usure.

Nous savons bien que, pour justifier cette flagrante contradiction et l'absurdité evidente de la formule, on répond que les intérêts du capital s'ajoutent continuellement au capital primitivement prêté et produisent de nouveaux intérêts, si bien qu'en fin de compte ce ne sont plus les cent francs du commencement qui sont prêtés, mais ces cent francs augmentés de tous leurs intérêts. Cet argument n'est que spécieux ; car si l'on peut admettre que les cent francs prêtés au commencement représentaient le fruit du travail et de l'intelligence du prêteur, il n'en est plus de même pour les cinq francs que ces cent francs ont produit pendant la première année. Ces cinq francs sont le produit non seulement de la force accumulée dans les cent francs, mais aussi du travail et de l'intelligence du débiteur. Si donc ces cinq francs produisent un bénéfice pendant les années suivantes, il est juste que ce bénéfice appartienne au débiteur, au moins pour la plus grande partie ; et la part qui doit revenir au débiteur doit augmenter continuellement pendant les années suivantes, car son travail et son intelligence s'accummulent continuellement, tandis que le travail et l'intelligence que le prêteur a mis pour former ses cent francs restent les mêmes pendant tout le temps du prêt.

Ces considérations permettent d'établir une formule qui tienne compte d'une manière équitable des droits du débiteur, aussi bien que de ceux du prêteur.

Supposons que le capital prêté soit de 1 franc, et soit r l'intérêt de ce capital au bout de la première année.

Pendant la seconde année, nous aurons à considérer deux capitaux juxtaposés : le capital de 1 franc, dû exclusivement au travail et à l'intelligence du prêteur, et le capital r dont l'existence est dûe en partie au capital primitif et en partie au travail et à l'intelligence du débiteur. L'intérêt produit par le premier doit donc appartenir entièrement au créancier ; celui produit par le second, doit revenir au débiteur, au moins en partie.

D'autre part il faut tenir compte de ce que le taux de l'intérêt diminue graduellement, ce qui fait que si, dans la première année, le taux a été de r pour 1, dans la sconde année

il devra être de ar pour 1, a étant un coefficient positif plus petit que 1. Dans la troisième année, le taux serait de $a^2 r$, et ainsi de suite.

En poursuivant ainsi le calcul de proche en proche, on pourrait établir une formule générale qui donne la valeur du capital augmenté des intérêts qui appartiennent au créancier, après avoir tenu compte et de la diminution graduelle du taux de l'intérêt, et de la part de ces intérêts qui doit revenir au débiteur, pour prix de son travail et de son intelligence dans la fructification du capital. Cette formule sera assez compliquée.

Une autre formule, ayant le même objet, peut être établie plus rapidement d'une manière différente.

Le capital total qui existe dans le monde à un moment donné est susceptible d'augmentation : la manière de travailler la terre reçoit de continuels perfectionnements, on livre de nouveaux terrains à l'agriculture, on découvre de nouvelles mines, l'industrie fait augmenter la valeur d'une quantité de plus en plus grande de matières premières, les pays nouvellement découverts jettent dans la consommation leurs produits, les grandes inventions mettent sans cesse de nouvelles forces à la disposition de l'homme. Et cependant il y a une limite que l'on ne pourra pas dépasser, limite imposée par l'étendue du globe que nous habitons, par sa richesse minière et sa force de production, ainsi que par les besoins des hommes, qui ne sont pas infinis.

Supposons que l'on connaisse la valeur actuelle A du capital terrestre entier, la valeur maximum B que ce capital pourrait atteindre, ainsi que le moment t où cet événement aurait lieu. La formule de l'intérêt composé

$$B = A \ (1 + r)^t$$

donne tout de suite le taux r de la croissance moyenne du capital général das cette hypothèse. Mais même si on appliquait ce taux, la formule ne serait vraie que jusqu'au moment t, car ce moment une fois atteint le capital n'aurait plus la possibilité d'augmenter davantage.

La valeur de r ainsi trouvée sera sûrement très inférieure au taux habituel de l'argent d'aujourd'hui. Pour nous en faire une idée, supposons que le capital total actuel serait suscepti-

ble de croître jusqu'à une valeur mille fois plus grande, ce qui semble excessif, et que cette limite pourrait être atteinte seulement en mille ans, ce qui évidemment n'est pas assez. Malgré ces deux hypothèses, qui toutes les deux tendent à faire augmenter la valeur de r, cette valeur serait à peine de 7 pour mille par an.

A première vue, il semble que ce serait juste que le taux de l'argent ne dépasse pas la valeur ainsi trouvée ; car autrement on retomberait dans le danger que nos formules nous conduisent à une valeur du capital total plus grande que le maximum possible. Et cependant il n'est pas possible de songer à une pareille solution ; d'abord, parce qu'une mesure aussi radicale, imposée sans aucune transition, jetterait un tel trouble dans les relations économiques, mondiales, qu'elle équivaudrait à un grand désastre ; ensuite, parce qu'une chute si brusque du taux de l'intérêt ne serait pas juste. En effet, ce taux doit être en rapport avec la possibilité de produire le capital. Or cette possibilité varie d'un moment à l'autre. Elle a été très grande au siècle dernier, après la découverte de la vapeur, des chemins de fer, du télégraphe, des mines d'or de la Californie et de l'Australie ; elle diminuera graduellement, à mesure que les forces de production de la terre et les autres éléments qui concourent à faire fructifier le capital approcheront de leur limite. Le taux de l'argent doit suivre ces variations.

La formule de l'intérêt doit donc remplir ces deux conditions : le taux doit être variable et diminuer avec le temps considéré ; la valeur du capital donnée par la formule ne doit pas dépasser une certaine valeur donnée d'avance, même si le temps devient très-grand.

Ces deux conditions sont remplies par la formule

$$B = A\left(1 + \frac{r}{t}\right)^t,$$

qui ne diffère de la formule connue de l'intérêt composé que par le remplacement de r par $\frac{r}{t}$.

En effet, on voit que dans cette formule le taux $\frac{r}{t}$ est d'autant plus petit que t est plus grand ; c'est la première condition.

On démontre ensuite, en mathématiques, que le second membre de cette équation croît continuellement avec t ; cependant sa valeur ne dépasse pas toute limite, car lorsque t devient infini, la valeur du second membre devient

$$Ae^r,$$

où e est un nombre constant incommensurable, que l'on peut calculer avec une approximation aussi grande que l'on veut. Sa valeur approchée est 2,7182818.

La formule précedente une fois adoptée, elle peut donner la valeur de r, pour des valeurs données de t et du rapport $\frac{B}{A}$.

Proposons-nous, par exemple, le problème suivant : trouver le taux auquel on doit faire un prêt d'argent, à la condition que le capital soit quintuplé au bout de cent ans.

On a :

$$\frac{B}{A} = 5,\ t = 100,$$

et la formule nous donne :

$$r = 1{,}6232$$

* * *

La discussion qui précède soulèvera de nombreuses objections. C'est le contraire qui devrait nous surprendre car on ne touche pas impunément à des habitudes si anciennes et si profondément enracinées, qu'elles défient même la raison. Mais les chiffres ont aussi leur force et leur éloquence.

Il est hors de discussion que le capital est une force sociale de premier ordre, sans laquelle la mise en valeur des autres forces sociales serait rendue difficile, ou même complètement impossible. Toutes les attaques dirigées contre l'existence du capital sont contraires à l'évidence et au bon sens, et il est inconcevable que des partisans du travail demandent la destruction du capital, qui est aussi du travail et de l'intelligence accumulés.

Mais d'autre part on ne peut pas contester que, en ce qui concerne la formation du capital, la société moderne est l'esclave d'une formule abstraite qui, établie jadis pour des temps très

courts, — les emprunts à long terme n'étaient pas dans les habitudes des anciens, — a été étendue, par une extrapollation forcée et contraire à la nature de la chose, pour des intervalles de temps aussi longs que l'on veut.

L'augmentation excessive des intérêts du capital est l'ennemie du libre développement du travail ; car la richesse ne peut pas avoir une croissance aussi rapide que la croissance conventionnelle des interêts, et la différence ne peut être couverte qu'au détriment du travail. Ainsi, un état emprunte cent millions, et il exécute ces travaux d'utilité publique pour cette somme. Mais il s'oblige en même temps de rembourser en 60 ans une somme de 317 millions. Si le produit des améliorations qu'on a pu faire avec les cent millions ne s'élève pas à 217 millions, la différence ne peut être couverte que par des impôts, que la population paye par son travail. Si donc les services rendus par le capital sont payés plus cher qu'ils ne valent, le capital peut devenir nuisible pour le travail, au lieu de lui venir en aide.

Un autre danger de l'organisation actuelle est l'accumulation excessive du capital dans un petit nombre de mains. Puisque le capital est un élément indispensable de la prospérite, comme tous les hommes ont le droit d'aspirer à cette prospérité, il faut que le capital soit également accessible à tous dans la mesure de leur travail et de leur intelligence. Ce droit est exactement du même ordre que le droit que chacun a de pouvoir toujours se procurer du pain pour se nourirr, de la laine pour se vêtir, une demeure pour s'abriter. Celui ou ceux qui tenteraient d'accaparer le pain, la laine ou les habitations agiraient contre l'intérêt géneral ; et il existe des lois, et là où il n'y en a pas on doit en faire, pour empêcher et punir des tentatives semblables.

Il n'en est pas autrement pour le capital. On doit empêcher son accaparement, et les lois que l'on ferait dans ce but seraient aussi nécessaires et aussi justifiées que celles qui empêcheraient l'accaparement du pain. On ne pourrait pas leur opposer la liberté des transactions. Toute loi représente une limitation de la liberté ; il s'agit seulement de ne prononcer cette limitation qu'à bon escient et seulement dans la mesure exacte des nécessités. Certains codes civils contiennent déjà des dispositions d'après lesquelles les intérêts simples d'un capital ne peuvent pas, par leur accumulation, dépasser une certaine limite. Pour-

quoi une loi analogue n'imposerait-elle pas une limite, si large soit-elle, à l'augmentation du capital? Pourquoi la protection de la loi ne serait-elle pas retirée aux opérations de spéculation, qui ne contribuent en rien à accroître la force de production du capital, et qui ne sont que des moyens artificiels, en marge de la loi, de produire l'accumulation de la richesse?

Avec l'organisation sociale actuelle, on peut calculer presque mathématiquement le jour où tout le capital de la terre serait réuni entre quelques mains. Heureusement il existe aussi des circonstances qui s'y opposent naturellement, de même que dans une organisme sain agissent des forces qui, à l'insu de l'individu, le défendent contre l'invasion des organismes malfaisants. Mais l'efficacité de ces circonstances favorables diminue tous les jours. La preuve en est le chiffre fantastique auquel sont arrivées quelques fortunes de nos jours, ce qui aurait été absolument impossible il y a quelques dizaines d'années. Si jamais le jour arrive où ce phénomène mettra les hommes dans l'alternative de mourir de faim par respect pour les formules établies ou de s'en débarasser vivement, ils n'hésiteront pas un moment sur ce qu'ils auront à faire.

Un pays est d'autant plus riche que la fortune publique est repartie entre un plus grand nombre de gens. Rien ne donne l'impression de la misère autant qu'un petit nombre de gens très riches planant au dessus d'une tourbe de misérables. L'empire romain est mort de misère bien plus que par les coups des barbares; les provinces étaient appauvries, les champs laissés en friche, les monuments en ruine, l'industrie et le commerce réunis entre les mains des esclaves de quelques maisons riches; et pendant ce temps, des fortunes colossales s'édifiaient; par quels moyens, et en quoi elles contribuaient au bien général, le poème de Trimalcion nous le dit assez.

Puisse le dieu Bon-Sens épargner le même sort aux sociétés modernes!

8. *Considérations générales.*

L'étude des forces sociales et de leur manière d'agir constitue la partie la plus considérable de la science sociale, et ce n'est pas le but de ce travail de s'en occuper de trop près. Ce que nous en avons dit a principalement eu pour objet de donner une idée de l'aspect sous lequel se présenterait cette étude,

envisagée au point de vue où nous nous sommes placés. Aussi n'y insisterons-nous pas davantage, et ne nous arrêterons-nous pas sur certaines forces sociales de premier ordre, telles que celle de la religion, et tant d'autres.

Pour clore ce chapitre nous présenterons quelques observations générales sur ce que nous venons d'exposer.

Généralement le mot *force* éveille dans l'esprit l'idée d'une action immédiatement sensibile plus ou moins. Nous entendons pa là les forces matérielles, celles qui produisent le mouvement de la matière, aussi bien que les forces sociales, telles que nous les avons définies. Et cependant dans la plupart des cas il n'en est pas ainsi.

Prenons comme exemple l'attraction, la mieux connue de toutes les forces naturelles, celle qui régit l'univers entier, et en même temps celle dont l'action se manifeste par les effets les plus considérables, puisqu'elle fait mouvoir des corps immenses avec des vitesses qui dépassent l'imagination. Cependant l'intensité de l'attraction qui s'exerce entre deux masses d'un kilogramme chacune, placées à une distance d'un mètre l'une de l'autre, est à peine de sept millionièmes de milligramme ; ce chiffre est au moins mille fois plue petite que le plus petit poids que nos apprareils de pesée les plus sensibles puissent déceler.

Nous avons dit aussi que l'on estime à un quart de miligramme à peine par mètre carré la force de la pression de la lumière solaire à la distance de la terre ; et cependant c'est cette force si petite qui très probablement est la cause d'un phénomène considérable, celui de la queue des comètes, et peut-être aussi celle de certains autres phénomènes encore inexpliqués.

La montée de la sève dans les vaisseaux des végétaux est due à la capillarité et au vide produit dans ces vaisseaux par l'évaporation qui a lieu dans les feuilles. Ces forces sont assurément tellement petites, qu'on ne pourrait les exprimer que par des fractions infinitésimales du milligramme pour chaque végétal ; cependant ce sont elles qui donnent lieu au phénomène de la végétation ; sans elles, la vie disparaîtrait entièrement à la surface de la terre.

Ces exemples peuvent être multipliés autant que l'on veut : la force qui transporte les signaux télégraphiques le long d'un fil métallique d'une longueur de plusieurs milliers de kilomètres,

celle qui fait vibrer la plaque du téléphone ou les cordes vocales d'un orateur, celle qui est suffisante pour exciter le nerf qui fait contracter le muscle, celle qui par la variation qu'elle imprime au flux sanguin porté à la tête est peut-être la cause de la production de la pensée d'un homme de génie, sont toutes des forces qui, si elles pouvaient être exprimées par des nombres, défieraient par leur petitesse l'imagination la plus puissante.

Dans tous ces exemples, malgré la petitesse de la force employée, l'effet peut être considérable, fût-il purement mécanique, comme dans les premiers, fût-il de nature sociale, comme dans les derniers ; car la force mécanique infinitésimale qui a permis à un orateur de prononcer un discours ou qui a transmis un certain télégramme peut déchaîner des événements d'une portée incalculable.

Cette constatation fait voir que la grandeur de l'effet d'une force quelconque, mécanique ou sociale, n'est pas en rapport avec la grandeur de la force, mais qu'elle dépend aussi d'autres circonstanees.

Nous avons démontré que la quantité de mouvement développée par une force sur une masse donnée est d'autant plus grande, qu'elle agit pendant un temps plus long. Il en résulte qu'une petite force qui agit pendant longtemps peut donner lieu à une quantité de mouvement aussi grande qu'une force considérable dans un temps très court.

Mais les petites forces peuvent donner lieu à des effets considérables encore d'une autre manière.

Considérons un corps pesant posé sur une table horizontale parfaitement polie. Ce corps restera immobile tant qu'il ne sera soumis à d'autres forces que son poids et la résistance de la table, qui l'empêche de tomber.

Mais appliquons à ce corps une force horizontale, même très petite ; il se mettra en mouvement dans le sens de cette force, car la table étant parfaitement polie, il n'existe pas de frottement, et par conséquent il n'existe aucune cause qui annule l'effet de la force horizontale. Si cette force est très petite, le mouvement horizontal du corps sera très lent. Cependant il viendra un moment où il arrivera au bord de la table, et alors il tombera verticalement, et cette chute pourra donner lieu à des effets mécaniques considérables : elle pourra briser un ob-

stacle, ou enfoncer un pieu en terre, ou déclancher le mouvement d'une machine à vapeur de mille chevaux de puissance. Tous ces effets pourront avoir lieu en très peu de temps, si le corps pesant était primitivement posé tout près du bord de la table.

Voilà donc un cas où une très petite force a pu donner lieu à de grands effets en un temps très court. Mais on voit bien que dans ce cas ce n'est pas la petite force que nous avons appliquée au corps lourd qui a produit ce grand effet, mais le poids de ce corps. La petite force n'a fait que permettre à l'attraction terrestre d'exercer son action, en écartant la résistance de la table qui s'y opposait ; elle n'a fait que *déclancher* cette attraction.

Ces phénomènes de déclanchement de grandes forces par de petites se présentent très souvent dans la mécanique des corps matériels, et ils sont peut-être encore plus fréquents en Mécanique Sociale. Des évènements qui au premier abord sembleraient peu naturels deviennent ainsi parfaitement explicables.

L'histoire est pleine d'exemples de mouvements populaires qui ont éclaté brusquement, comme de véritables explosions, dûs le plus souvent à des causes en apparences insignifiantes. La révolution de Masaniello[135] ne serait dûe qu'à la colère d'une vieille femme qui vendait des figues ; la chute des Bourbons en France à la campagne de presse contre les ordonnances[136] de juillet ; celle de Jacques II en Angleterre à l'insolence et aux cruautés d'un de ses conseillers. Mais en réalité dans chacun de ces cas la véritable force qui a agi a été celle de tout un peuple dont l'énergie n'attendait qu'une occasion pour renverser des obstacles qui s'opposaient depuis longtemps à son expansion dans une certaine direction. Par une comparaison très juste, on dit que, dans ces occasions, l'incident qui a été le point de départ des évenements n'a été que „l'étincelle qui a mis le feu aux poudres".

La manière dont le Japon a fait son entrée dans le monde civilisé ne peut pas être atribuée seulement à la révolution de 1867 et à l'intelligence supérieure d'un souverain et de quelques ministres qui n'ont pas craint d'introduire dans leur pays les innovations de la civilisation occidentale. Ce ne sont que des incidents, grâce auxquels l'immense somme d'énergie et d'intelligence qui résidait dans le peuple japonais a pu se manifester.

L'action d'un individu sur la marche d'une société devrait être toujours presque nulle, car si puissante que soit sa personalité, il est évident qu'elle serait impuissante à pousser, par sa propre force seulement, toute une société dans une certaine direction. Si le contraire arrive, si tant d'individus ont exercé une influence souvent décisive sur les évènements, c'est que toujours, sans exception, ces individus, soit à leur insu, soit de propos délibéré, ont pu déclancher certaines forces sociales, ou les orienter dans une certaine direction. En Mécanique Sociale, pas plus qu'en Mécanique Rationnelle, il n'est pas possible de créer de la force, ni de faire produire à une force un effet qui ne soit pas en rapport avec sa grandeur et avec le temps pendant lequel elle agit.

Si Mohammed a pu remuer le monde, c'est que sa doctrine, adaptée exactement aux qualités et aux défauts du peuple arabe, a pu mettre en mouvement ses forces vives. Si elles s'était adressée à un peuple entièrement différent, tel que les Chinois, il y a longtemps qu'il n'en resterait plus trace.

Si jamais on s'avise de faire pour les forces sociales ce que l'on a fait pour les forces physiques, et que l'on tente d'établir pour eles aussi le principe de l'équivalence des forces, on devra tenir compte de ces observations, et faire la part exacte de chacune des forces qui entrent véritablement en jeu dans chaque cas.

CHAPITRE VII.

Aperçu général sur la civilisation

Les vues que nous avons développées dans ce travail suggèrent quelques réflexions sur la marche de la civilisation, dont quelques-unes sont la confirmation de la théorie; aussi croyons-nous utile de nous y arrêter un moment.

1. *Caractères généraux de l'état civilisé.*

Le sens attribué au mot *civilisation* est très relatif. Telle société qui est considérée comme civilisée comparée à telle autre, passe comme barbare dès que l'on change le terme de comparaison. C'est pourquoi il serait malaisé de donner une définition de l'état de civilisation absolue. Un pareil état, comme tout

ce qui est absolu, ne serait jamais réalisable ; et le fût-il, il cesserait d'être absolu par le fait même d'avoir été atteint, car les aspirations de l'homme ne sont pas limitées, et dès qu'il a atteint le bien, il court après le mieux. Comme le bonheur, la civilisation absolue est un but qui éternellement fuit devant celui qui le poursuit.

Ostwald a donné cette définition : „La civilisation consiste dans l'art de se servir de l'énergie brute de la nature" [1]). Elle est insuffisante, car elle ne considère qu'un seul côté de la question. Il en résulterait que les modernes Cyclopes de Pittsburg auraient plus de civilisation que n'en avaient les Florentins du seizième siècle. La question doit être considérée à un point de vue plus général.

Nous avons déterminé l'état social d'une société par son état économique, intellectuel et moral. Il ne serait donc pas suffisant de définir la civilisation d'après la considération d'un seul de ces états. Tel peuple sera plus civilisé qu'un autre au point de vue moral, à cause de ses moeurs plus pures, plus douces et plus policées, mais il lui sera inférieur pour ce qui concerne l'état économique ou intellectuel.

On peut représenter par des vecteurs chacun des trois états économique, intellectuel et moral d'un corps social.

Soit le corps P composé des éléments M, M',... Les coordonnées x de ces éléments état proportionnelles à l'avoir économique de chacun d'eux, si on les représente par des vecteurs parallèles à OX et égaux à ces coordonnées, et si on fait la composition de ces vecteurs, on trouvera un vecteur résultant, CA, parallèle à OX et appliqué au centre de gravité C du corps. On peut dire que ce vecteur représente *le poids économique* du corps social.

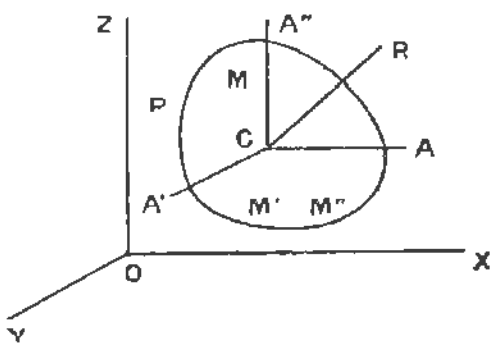


Fig. 31.

On trouvera de même des vecteurs CA' et CA'', respectivement parallèles à OY et à OZ, qui représenteront le *poids intellectuel* et le *poids moral* du même corps.

1) Cité par B. Brunhes, Dégradation de l'énergie, p. 196.

Le vecteur CR, resultant de ces trois vecteurs et réduit à l'unité de masse, peut être considéré comme représentant, par sa grandeur et sa direction, *l'état de civilisation* du corps social.

On voit que, pour comparer les états de civilisation de deux peuples, il faut tenir compte de la longueur de leurs vecteurs, ainsi que des angles α,β et γ qu'ils font avec les axes coordonnés, et qui déterminent la direction de ces vecteurs.

Cela posé, on peut définir *la civilisation intégrale* ou *complète* d'un corps social comme un état où le vecteur résultant fait des angles égaux avec les axes coordonnés, ce qui veut dire que le corps social jouit d'un égal développement au point de vue économique, intellectuel et moral. En effet, on doit considérer comme l'état le plus désirable pour une société celui où son développement a lieu le plus harmoniquement possible dans les trois directions.

Une civilisation intégrale est d'autant plus avancée, que son vecteur résultant est plus grand. Si la longueur de ce vecteur était susceptible d'atteindre une valeur maximum, on pourrait donner le nom de *civilisation absolue* à la civilisation intégrale ainsi définie. Mais rien n'indique que ce maximum existe ; au contraire, l'augmentation du vecteur résultant ne semble devoir être limitée que par l'épuisement de l'énergie de l'espèce humaine. Il n'y a donc pas lieu de se préoccuper d'une civilisation absolue ; mais on peut aspirer à développer la civilisation intégrale, et on peut aller dans cette voie aussi loin que possible.

* * *

La définition précédente n'est pas complète : elle ne fait entrer en ligne de compte que le poids total économique, intelectuel et moral de la société considérée, ce qui n'est pas suffisant pour donner la mesure vraie de ce que l'on doit entendre par sa civilisation. En effet, il ne suffit pas que la somme de bien-être économique, intellectuel et moral d'une société soit grande ; il est encore nécessaire qu'elle soit repartie aussi harmoniquement que possible dans la masse sociale ; car il est difficile d'appeler riche ou cultivée une société où les fortunes colosales de quelques individus s'élèvent au-dessus d'une tourbe d'affamés, où une mince couche intellectuelle recouvre et cache la masse profonde qui croupit dans l'ignorance. Si un idéal doit être poursuivi, ce

n'est que dans cette direction qu'on peut le chercher; car on conçoit très bien un état social où tous les individus aient une part suffisante dans tous les bénéfices de la civilisation; et si l'atteinte d'un pareil idéal semble difficile, il est toujours permis de faire des efforts pour en approcher le plus possible. L'état ainsi défini représente, en quelque sorte, la *civilisation intérieure*, par opposition à la *civilisation extérieure*, représentée par la grandeur et la direction du vecteur résultant des poids sociaux de la masse considérée.

* * *

On est loin d'être d'accord sur la forme sociale qui réaliserait le plus parfait état de civilisation intérieure. On prêche pour l'égalité absolue; mais elle est évidement impossible à réaliser; de plus, nous avons démontré (ch. IV, 9) que, même si elle l'était, elle ne représenterait pas en général un état social stable.

Il ne suffit pas de dire que la condition pour qu'une société soit parfaitement civilisée est que tous ses membres soient parfaitement heureux. Le mot bonheur est un terme vague, qui ne désigne qu'un état d'âme essentiellement variable, non seulement d'un individu à l'autre, mais aussi d'un moment à l'autre pour le même individu. Autrefois les naturels de la Polynésie étaient heureux tant que leur case était en bon état et que leur provision de noix de coco était assurée; leur bonheur a cessé le jour où ils se sont aperçus qu'ils pouvaient être *plus heureux*, en possédant du tabac ou de l'eau-de-vie.

Il est plus exact de dire que la civilisation doit avoir pour but de faire diminuer la somme de souffrance de la société humaine. La souffrance est quelque chose de réel, et malheureusement de plus stable que ce que l'on appelle le bonheur. Depuis qu'elle existe, l'humanité ne fait que lutter, d'une manière plus ou moins consciente, mais sans cesse et sans répit, pour amoindrir les maux dont elle souffre et pour se faire une part plus large aux joies de la vie. Elle mérite d'autant plus le nom de civilisée, qu'elle réussit mieux dans ses efforts. Tout évènement qui a pour effet d'augmenter la somme de la souffrance, ou même de s'opposer à sa diminution, signifie un mouvement de recul vers la barbarie.

Mais poser des principes ne suffit pas ; aussi les sociologues et les hommes d'état s'efforcent-ils de définir de plus en plus clairement l'objet de leurs efforts. On sait aujord'hui, ce qu'on n'aurait jamais dû ignorer, que chaque homme a droit à un minimum de bien-être, qui comprend : la liberté et la sécurité personnelle ; la nourriture saine et suffisante ; l'habitation hygiénique ; l'habillement. Si ces conditions ne sont pas remplies, la limite de souffrance supportable risque d'être dépassée, ce qui crée le danger de commotions qui menacent l'existence du corps social, et qui en tout cas sont pour lui des causes de perte d'énergie. Aussi les sociétés où ce minimum n'est pas assuré sont-elles mal assises, mal équilibrées et d'autant plus éloignées de l'état de civilisation intégrale.

2. *Les civilisations passées.*

La civilisation humaine a des origines très anciennes. Il y a déjà près de sept mille ans depuis que Ménès donnait à la société égyptienne la forme qu'elle conserva, dans ses grandes lignes, pendant près de trente-cinq siècles, et Hammurabi, dans la région du bas-Euphrate, fut législateur presque à la même époque, à quelques siècles près.

Mais il n'est pas juste de compter l'ancienneté de la civilisation seulement d'après la date des premiers législateurs connus. Il est impossible d'admettre que les sociétés pour lesquelles Ménès et Hammurabi donnaient des lois étaient encore sauvages, car on ne passe pas sans transition et par la seule force d'une législation, de l'état sauvage à un état aussi avancé que le font supposer ces mêmes lois. Ménès n'a pu que donner une organisation nouvelle et mieux accomodée aux progrès déjà réalisés de son temps, à des éléments sociaux qui existaient déjà. Ce n'est pas lui qui a inventé la religion égyptienne, ni le principe de la propriété, ni celui de la famille, ni celui de l'autorité, car au temps de la première dynastie tout cela existait déjà. Du reste, les dernières fouilles, qui prétendent avoir mis au jour le tombeau même de Ménès, ont découvert en même temps des restes indiscutables d'une très ancienne civilisation qui a précédé de beaucoup de siècles la civilisation égyptienne, et on croit même pouvoir affirmer, sur la foi de ces restes, que

la race qui lui avait donné naissance en avait pris les éléments dans une autre civilisation, encore plus ancienne, venant de l'Asie.

Ces découvertes ne doivent pas surprendre, car l'observation et le raisonnement sont d'accord pour prouver que le développement de la civilisation suit une marche accélérée, et qu'il faut un temps incomparablement plus long pour franchir les premières étapes que les suivantes. Si la civilisation égyptienne a eu besoin de trente-cinq siècles pour que, partant du point où elle se trouvait au temps de Ménès, elle atteignît sa culmination au temps de la douzième dynastie, pour décliner ensuite jusqu'à sa fin, il faut admettre que des centaines de siècles ont été nécessaires pour que les ancêtres sauvages qui disputaient aux bêtes féroces leur maigre nourriture dans les forêts et les déserts de l'Asie antérieure fussent arrivés à former la société relativement avancée dont Ménès a tiré l'édifice social égyptien. Il est indiscutable que la distance est beaucoup plus grande entre le pithécanthropus, ou même l'homme primitif de Neanderthal, et le premier homme qui ait connu l'aube de la civilisation, qu'entre celui-ci et le représentant le plus illustre de la civilisation contemporaine.

Après un si long chemin, si péniblement parcouru, on peut d'abord se demander si la marche de l'humanité a été continuellement ascendante. La reponse est facile à donner, et elle est négative. La civilisation de l'espèce humaine comprend un très grand nombre de civilisations partielles, qui toutes, après avoir pris naissance dans des centres divers, ont évolué séparément, et après des périodes de progrès plus ou moins brillants, ont connu la décadence, et ont fini par disparaître ou par se confondre dans le courant d'autres civilisations.

La décadence ou la disparition d'une civilisation n'entraîne pas toujours l'anéantissement de tout le progrès qu'elle avait réalisé. La civilisatinn moderne plonge ses racines dans les civilisations assyrienne, élamitique, babylonnienne et égyptienne, disparues depuis longtemps, ainsi que dans celle des Grecs, qui recueillirent et aggrandirent l'héritage de l'Orient, pour le transmettre aux Romains, qui nous le passèrent à leur tour. Les races kimrique et celtique, qui quelque mille ans av. J. Chr. couvraient l'Europe, depuis les steppes du Don jusqu'en

Espagne, se sont fondues dans les races germaniques et latines, en leur apportant le contingent de leurs civilisations plus ou moins avancées. La civilisation contemporaine du monde musulman, pour être moins brillante et moins profonde que celle des Arabes, n'en est pas moins la continuation. Même les civilisations fermées, telles que celle des Chinois, exercent autour d'elles une influence irrésistible, dont l'étendue est en rapport avec leur intensité. Si donc la civilisation chinoise venait à disparaître un jour, qui du reste ne semble pas être prochain, on en trouverait encore longtemps les traces au Japon, en Indo-Chine et dans l'Asie Centrale. Des civilisations dont pour un temps on avait même oublié le nom, telles que celles des Sumériens et des Accadiens, surgissent de nouveau à la lumière et apparaissent comme des précurseurs d'autres civilisations qui les ont suivies. Quant à l'Islam, il rend à l'humanité de sérieux services, en pénétrant lentement, mais sûrement, chez les peuplades de l'Afrique, inaccessibles jusqu'ici, par leur situation géographique ainsi que par leur mentalité propre, aux autres influences civilisatrices, et en les arrachant aux horreurs d'un régime social que l'exemple du Dahomey a suffisamment illustré. Il est vrai que ces services sont compensés dans une mesure très large par les chasses aux esclaves, que les marchands-missionaires pratiquent, comme dédommagement de leurs peines.

Un exemple instructif est encore celui des anciens Scythes, qui sont loin d'avoir mérité le nom de civilisés, mais qui ont rendu à la civilisation un service signalé, si ce sont véritablement eux qui ont inventé l'art de l'équitation, ainsi qu'il semblerait résulter de certains rapprochements.

Comme toute civilisation représente de l'énergie sociale accumulée, les exemples qui précèdent prouvent que si la décadence d'une civilisation se traduit par la perte d'une partie de cette énergie, cette perte n'est pas toujours complète, et souvent même les épaves d'une civilisation disparue peuvent être cause que, sur un autre point, de nouvelles forces sociales soient déclenchées et donnent lieu à une nouvelle civilisation.

Par contre, les exemples ne manquent pas de civilisations qui ont disparu sans retour et sans avoir laissé des traces visibles dans celles qui sont venues après elles.

Nous ne parlerons pas des ruines découvertes, il y a une

soixantaine d'années, par le Suédois Anderson dans l'Afrique australe, sur les confins du désert de Kalahari, et retrouvées y a quelques mois par un autre voyageur. Il semble que ces ruines présentent les caractères indiscutables des constructions phéniciennes, et en ce cas elles ne représenteraient pas les restes d'une civilisation inconnue qui aurait fleuri dans ces régions, mais simplement la preuve que l'antique pays d'Ophir, fréquenté par les Phéniciens, n'était autre que le Transvaal et la Rhodesia actuels.

L'Amérique nous offre l'exemple des civilisations si avancées du Mexique, du Pérou et de l'Amérique Centrale, où les envahisseurs européens purent admirer des temples, des routes, des aqueducs, des palais, des écoles et des bibliothèques, tels que la vieille Europe n'en possédait pas beaucoup ; tout cela fut anéanti par l'invasion, et les ruines accumulées par cette catastrophe recouvrirent celles de la civilisation, beaucoup plus ancienne, dont les pueblos et les mounds sont les seuls restes. Si notre présomption peut nous faire croire que nous n'aurions rien trouvé à apprendre dans ces antiques formations, il n'en est pas moins vrai que le sort des peuplades américaines, retombées en si peu de temps à l'état sauvage et dans la plus extrême misère prouve que, au point de vue du genre humain en général, toute destruction de civilisation signifie une destruction en général, toute destruction de civilisation siguifie une destruction d'énergie accumulée, ainsi que du bien-être qui en est la conséquence.

La Polynésie semble aussi avoir été le siège d'une civilisation assez considérable. On trouve aux îles Carolines des ruines dont l'importance n'est pas en rapport avec l'étendue de l'archipel et avec les institutions sociales dont jouissaient les restes de l'ancienne population de ces îles qui existaient encore vers 1830, et qui étaient la preuve d'un état social assez avancé.

Mais le témoignage le plus sûr de cette civilisation disparue sont les monuments de l'île de Pâques, dont nous avons parlé (ch. V, 9).

3. *Sur quelques causes qui s'opposent au développement de la civilisation.*

L'énumération précédente montre sur quelles ruines la civilisation actuelle s'est élevée. L'oeuvre humaine semble condamnée à un éternel recommencement, et rien ne donne l'assurance que le nouvel édifice sera mieux assis et plus durable que l'ancien.

La raison de cette vérité est que toute civilisation prétend créer un état social différent de celui qui serait le résultat du simple jeu des causes naturelles autres que l'intervention de l'homme. La civilisation est le fruit d'un combat incessant, et dans tout combat la défaite compte parmi les choses possibles autant que la victoire.

L'instabilité de l'état de civilisation est due surtout à ce que, à peu de chose près, les causes naturelles contre lesquelles on a à lutter conserveront toujours la même énergie : telles le degré de fertilité du sol, le climat, les intempéries, les besoins de la vie animale. Au contraire, rien n'est variable comme la somme d'énergie intellectuelle, et surtout morale, qui forme presque l'unique arme de l'homme contre les forces ennemies, et même contre sa propre nature. Ainsi, c'est un fait d'observation, facilement explicable d'ailleurs, que les grandes catastrophes font baisser d'une manière sensible le niveau moral et intellectuel d'un peuple ; rappelons-nous les éclipses qui ont suivi l'asservissement de la Grèce et les invasions barbares ; et ce n'est pas là la seule cause de variation de l'énergie morale et intellectuelle.

Or un des principaux objets de la civilisation est précisément celui de modifier la nature intellectuelle et morale de l'homme dans le sens qui paraît le plus propre à lui assurer le maximum de bien-être dans les trois directions, économique, intellectuelle et morale. Cette modification doit être générale et permanente, sous peine que le genre humain se trouve obligé de recommencer à chaque instant un travail de Sisyphe. Un pareil résultat ne peut être que le fruit d'efforts très prolongés, afin que l'hérédité ait le temps de transformer en qualités organiques ce qui tout d'abord n'était que le produit passager de l'éducation.

La question est de savoir, après tant de civilisations forgées et disparues, dans quelle mesure ce but a été atteint. On doit reconnaître que le résultat de cet examen n'est pas très encourageant.

Incontestablement, l'humanité se rend compte en général que la première et la vraie condition de son bonheur est l'adoucissement des moeurs, et une bonne partie de ses efforts est dirigée dans ce sens. Les législations des peuples civilisés ou aspirant à le devenir s'efforcent toutes de tempérer la violence naturelle de l'homme et de lui inculquer les notions de justice, de pitié et d'indulgence que l'homme primitif, pas plus que la plupart des animaux, ne connait pas. Si avec le temps ces notions prennent une forme de plus en plus parfaite, on doit reconnaître que des législations extrêmement anciennes ont posé des principes qu'un législateur moderne ne désavouerait pas, et que des religions telles que le bouddhisme et le christianisme ne pourront pas être dépassées sous le rapport de leur morale élevée. D'autre part il est incontestable que la part des sentiments violents dans les relations entre les hommes tend à devenir de plus en plus petite.

Malheureusement on doit reconnaître aussi que le but principal de la civilisation, qui est celui de faire disparaître d'une manière complète et définitive toute trace de la barbarie originaire, n'a encore été que très partiellement atteint, et c'est peut-être là le danger le plus sérieux pour la stabilité de l'édifice, si péniblement élevé, de la civilisation contemporaine.

L'âpreté avec laquelle est menée la lutte pour la vie n'est pas moins grande de nos jours que dans le passé ; la forme de la lutte a changé, mais l'ardeur est la même qu'aux temps que personne ne voudrait voir revenir. Mais la lutte pour l'existence est une condition inexorable de la vie même, et c'est déjà un grand résultat d'obtenu si l'on est parvenu à égaliser tant soit peu les chances des combattants et à diminuer la violence des chocs. Ce qui constitue le danger c'est que les nombreuses couches de la civilisation n'ont fait que recouvrir d'un voile brillant le fonds de la nature humaine, sans parvenir à la transformer d'une manière définitive. On éprouve un sentiment de véritable découragement à constater le peu de prise que le temps a eu sur le caractère naturellement violent de l'homme. Sans

doute, les manifestations extérieures de cette violence sont aujourd'hui moins fréquentes, et surtout moins apparentes qu'au temps éloigné des ancêtres velus qui erraient dans les forêts de l'Auvergne ; mais que de précautions, que de peines pour rendre impossibles ces manifestations ! On est tenté de se demander quelle serait la situation de nos sociétés modernes, si on les privait de leur appareil compliqué et coûteux de gendarmes de juges et de soldats. Il suffit de songer aux scènes qui ne manquent jamais de se produire pendant les mouvements populaires et toutes les fois que le glaive de la loi et l'agent de police ne sont plus à craindre. C'est ce reste de barbarie, dissimulé ou muselé, mais non détruit par la civilisation, qui est la véritable cause des guerres, des atteintes à la liberté et au droit de propriété, du mépris de la loi, tantôt brutale, tantôt cauteleuse et hypocrite sous les formes de la chicane. Ce sons ces influences ancestrales qui font que l'enfant, pour s'amuser, tourmente un animal ou un camarade moins fort, et que ses parents se délectent à la chasse et aux corridas, ou ils voient souffrir et couler le sang avec des extases de volupté. Sous ce rapport, l'homme du vingtième siècle n'est pas de beaucoup supérieur aux anciens spectateurs du Colysée, qui s'amusaient à voir souffrir et mourir les gladiateurs. Nous avons la loi de lynch, l'écrasement des petits peuples par les grands, les grèves avec leurs excès, la guerre au couteau des luttes politiques, et jusqu'à hier les luttes religieuses, qui faissaient massacrer les gens, au nom des principes de l'amour du prochain. Partout et toujours surgit le besoin de haïr quelqu'un ou quelque chose, à ce point qu'on met au Panthéon les très rares individus qui y font exception.

Il est facile de comprendre à quel point la civilisation bâtie sur une pareille base est fragile. Et, en effet, on est frappé de la facilité avec laquelle on voit s'effondrer en très peu de temps des civilisations qui avaient demandé des siècles pour être fondées. Il suffit d'une bataille perdue pour que Ninive disparaisse et que des bandes de Kurdes sauvages et pillards prennent la place des Assyriens, sculpteurs puissants et constructeurs de palais somptueux. Deux ou trois lustres suffisent pour anéantir la civilisation américaine. Et enfin, exemple illustre entre tous, combien rapidement la plus profonde dé-

cadence a suivi la floraison de la civilisation romaine ! Trajan[137] élevait des monuments impérissables, et Septime Sévère[138] couvrait encore le Palatin de ses fastueux palais. Un seul siècle après, l'arc de Constantin,[139] ses monnaies, tous ses monuments donnent déjà la mesure de la chûte effrayante qu'en si peu de temps avait faite l'empire dont la solidité semblait devoir défier les attaques du temps. Déjà l'essai de restauration du temple de Saturne, qui a dû certainement avoir lieu avant Constantin, montre à quel degré d'abaissement étai descendu le goût artistique, ainsi que la misère qui avait remplacé la grande richesse passée de l'empire. Il avait suffi de la rafale des invasions et de quelques années, pour que la plus profonde décadence remplaçât l'opulence et l'épanouissement des lettres et des arts.

Il est vrai qu'on peut citer aussi des exemples contraires. Le dernier siècle, grâce surtout au développement extraordinaire des moyens de communication, a fait de véritables miracles, en faisant pénétrer en quelques années la civilisation dans des régions encore sauvages. En Nouvelle-Zélande, des parlements font l'expérience d'un régime constitutionnel très avancé, là où il y a un demi-siècle on pratiquait l'antropophagie. Les planteurs anglais exploitent les îles de Fidgi, terre clasique du canibalisme, et l'on plante du café es des cannes à sucre à Ombay, à deux pas des riches établissements de Batavia et de Singapoore, sur l'emplacement des villages de canibales qui en 1830 dévoraient encore les équipages échoués sur leurs côtes. Mais tous ces exemples prouvent la même chose, le peu de distance qui sépare la civilisation de la barbarie, et son manque de solidité en ce qui concerne la prosperité matérielle et le progrès scientifique et artistique. Seule la transformation de la nature intime de l'homme, dans le sens de la débarasser entièrement des restes de sa sauvagerie primitive, pourra poser les bases d'un édifice durable, à condition que cette transformation soit définitive à ce point, que l'hérédité se charge seule d'en assurer la pérennité.

Tant que ce bnt ne sera pas atteint, la civilisation moderne, malgré ses brillantes apparences, sera aussi peu assurée d'une longue durée que celles qni l'ont précédée. Or ce qui se passe sous nos yeux, l'état de surexcitation de la société, les innombrables conflits où la violence et l'abus de la force ont

toujours le dernier mot, comme aux plus beaux moments des temps réputés barbares, tous ces signes ne sont pas faits pour nous rassurer sur l'avenir de cette civilisation.

* * *

Si la violence de la nature humaine, mal maîtrisée pas la civilisation, constitue le danger le plus sérieux pour son existence, il y a encore d'autres côtés faibles qu'on ne doit pas méconnaître.

En premier lieu, c'est le mauvais emploi de leur réserve d'énergie dont les sociétés modernes font prevue. Les budgets de la guerre sur le pied de paix absorbent plus de onze milliards par an, somme qui suffirait pour faire vivre la population d'un grand empire ; et cette dépense folle n'a pour but que de préparer le moment où la guerre elle-même entassera des ruines et des malheurs encore plus formibables. On estime que la seule guerre de 1870 a coûté, aux deux parties, plus de 14 milliards, sans compter les vies humaines sacrifiées et les centaines de milliers d'infirmes pour la vie ; mais on espère faire mieux, grâce aux nouvelles inventions, qui permettront d'exterminer en un rien de temps la population entière des villes, vieillards, femmes et enfants compris.

Quand on ne peut pas faire la guerre en grand, on la fait en détail ; on fait des révolutions, des émeutes ou des grèves qui, si elles font du mal à leurs auteurs, leur donnent au moins la satifaction d'en faire aussi à des adversaires, que l'on improvise, quand on n'en a pas. On s'exerce enfin avec entrain à entretenir la haine et la discorde entre des gens qui vivraient tranquilles et contents, si l'on voulait bien ne pas remuer sans cesse cette partie de leur âme qu'il vaut mieux ne pas réveiller.

Tout cela représente une dissipation colossale d'énergie sociale, dont l'emploi judicieux, au lieu de servir à semer le deuil, la ruine et la haine, pourrait servir à aggrandir le domaine économique, intellectuel et moral de l'humanité, ce qui est le but de toute civilisation. Tant qu'on travaillera à empêcher cet aggrandissement et à démolir chaque jour ce que l'on a bâti la veille, tant que la plaie du paupérisme rongera la société pendant que les milliards s'envoleront en fumée, on n'aura pas le droit de parler au nom de la civilisation.

C'est encore un ennemi du progrès social cet abus de la convention et des formules, qui est une des formes de la routine. Sous le couvert des formules, on arrive souvent à des conséquences qui sont la négation du bon sens le plus élémentaire.

La liberté de la parole est un grand principe, car il est la sanction d'un autre, encore plus élevé, qui est celui de la liberté de la pensée. Mais lorsque la parole est employée à exciter la haine des citoyens les uns contre les autres, elle va évidemment à l'encontre de tout principe d'ordre.

C'est cet abus des formules et des conventions qui a fini par faire sombrer la notion du droit sous le fatras de la procédure, ce que l'on exprime par le diction : „La forme emporte le fonds". qui est une véritable monstruosité. Or si la notion de justice doit être considérée comme le plus noble des buts que la civilisation doit réaliser, il est évident que de pareils aphorismes ne sont pas faits pour prouver qu'on est près de l'atteindre.

Il est inutile de multiplier ces exemples, puisqu'on l'a déjà fait dans des écrits devenus célèbres.

* * *

Ce qui vient d'être dit montre que la civilisation actuelle, malgré son intensité et son éclat, n'est pas encore près de réaliser l'état que nous avons défini sous le nom de civilisation intégrale. Cependant il est incontestable que la société contemporaine s'en rapproche beaucoup plus que toutes celles qui l'ont précédée.

Sans nous arrêter aux civilisations peu ou point connues, il est facile de se rendre compte à quel point les périodes les plus brillantes de l'histoire des sociétés humaines présentent de côtés sombres.

Ce ne sont assurément pas les sociétés assyrienne et babylonienne qui peuvent être prises comme idéal ; les temples magnifiques, les palais somptueux, la Mésopotamie admirablement fertilisée, ne peuvent pas faire oublier le régime horriblement sanguinaire qui terrorisa l'Asie pendant de si longs siècles. L'Egypte s'honore avec raison de ses moeurs relativement douces, de son art, de ses lois sages, de la morale et de la haute philosophie de ses prêtres ; mais on ne voir pas quel part avait dans ces bienfaits la grande masse du peuple qui, après avoir peiné

toute sa vie et péri par milliers pour construire des pyramides et des temples impérissables, n'avait pas même le moyen de s'assurer la vie éternelle, en se faisant embaumer avec des aromates précieux. L'incomparable éclat des lettres, des arts et de la philosophie des Grecs n'a pas empêché les interminables guerres intestines, l'existence de l'esclavage et de l'ilotisme, l'égoïsme et l'étroitesse de la politique spartiate, la condamnation de Socrate[140] et l'élévation au pinacle de Cléon[141] ; et quant à la civilisation romaine, la gloire de Cicéron[142] et de Virgile et les bienfaits de la paix romaine ne sauraient pas couvrir les plaies du paupérisme, de l'esclavage, de la corruprion des grands et de la cruauté de tous. La Renaissance offre le spectacle de ses moeurs libidineuses, de la guerre de tous contre tous et des scandales qui rendirent nécessaire la Réforme et eurent comme couronnement les atroces guerres de religion. Pour ce qui concerne le *grand siècle* de Louis XIV, il suffit de relire certaine page de La Bruyère[143] pour savoir à quoi s'en tenir sur la solidité de la base sur laquelle cette grandeur s'élevait.

La société contemporaine souffre sans doute, elle aussi, de nombreux maux, et nous ne nous sommes pas fait faute d'en montrer quelques-uns. On ne peut pas faire disparaître en un siècle des états de choses dont la plupart tiennent à la nature humaine elle-même et à une tradition tant de fois millénaire. Mais ce qui fait la gloire de notre civilisation et ce qui la distingue de celles qui l'ont précédée, c'est que le bien-être économique, intellectuel et moral des faibles et des déshérités occupe la première place dans ses préoccupations, et que, malgré des explosions de violence inévitables, elle s'efforce sans cesse de faire disparaître les restes de l'antique barbarie.

Ces efforts sont loin d'être toujours couronnés de succès. Mais si l'idéal de la civilisation intégrale semble encore si éloigné pour la plupart des peuples, il y en a heureusement d'autres dont l'exemple est fait pour nous donner du courage. Parmi eux, nous mettons en première ligne les peuples scandinaves.

Vivant sous un climat si rude, sur un sol assez ingrat, couvert en grande partie de forêts, de lacs, de fondrières ou de sables, ayant à lutter contre des hivers longs et rigoureux et contre les distances, ces peuples ont su transformer leur pays en un véritable jardin, qui pourvoit largement, non seulement

à tous leurs besoins, mais encore à ceux de leurs voisins. Leurs paysans s'entendent à tirer le maximum de rendement des lopins de terre sabloneux ou marécageux ; ils se sont entendus à créer la plus admirable organisation de coopération qui existe ; leurs produits alimentent l'Angleterre et d'autres pays. Ce sont peut-être les seuls états où le paupérisme est preque inconnu et qui ont su trouver et appliquer des moyens sûrs et efficaces pour mettre un frein à l'alcoolisme. Aussi n'en existe-t-il pas d'autres où le bien-être matériel soit aussi complet et aussi général.

C'est encore là que l'instruction populaire est la plus solide et la plus répandue, de sorte que ces pays sont les seuls où les gens illettrés ont complètement disparu. Et quant au côté moral, tous ceux qui visitent ces contrées sont saisis d'admiration pour les qualités de profonde honnêteté, de calme et d'aménité de la population.

Ces pays présentent donc l'exemple de l'expansion la plus complète et la plus intense dans les trois directions économique, intellectuelle et morale, non pas partielle, mais atteignant la population entière, jusque dans ses couches les plus profondes. Ce sont bien là les caractères de ce que nous avons nommé la civilisation intégrale, et ce sont ces petits pays qui les réalisent le mieux et le plus complètement.

Si cette conclusion peut surprendre jusqu'à un certain point ceux qui sont habitués à juger de la valeur d'une civilisation seulement d'après ses côtés brillants, nous pensons que l'exemple même de ces pays, du calme et du bonheur qu'il assurent à leurs habitants démontre la justesse de notre point de vue.

D'ailleurs des événements récents ont prouvé à quel point la civilisation ainsi comprise est supérieure. La Suède et la Norvège ont traversé dans ces dernières années deux grandes crises : la grève générale et la séparation politique des deux états. Le monde entier a suivi avec étonnement et admiration la manière dont se sont déroulés ces événements, qui partout ailleurs auraient certainement donné lieu à des excès et à des conflits sanglants. Ce fut un spectacle admirable que celui de la conviction et de l'énergie avec laquelle chaque parti défendit ce qu'il croyait être sont droit, mais en même temps du calme, de la sagesse et de la domination de ses passions dont tout le mon-

de fit preuve en ces occurences dangereuses. Ce fut la preuve éclatante que la transformation de l'âme humaine, dans le sens de faire disparaître d'une manière permanente le penchant naturel à la violence, que nous avons posé comme but suprême de la civilisation, n'est pas un vain mot. Ce fait seul suffrait pour assurer à ces pays la place d'honneur parmi les nations civilisées.

Du reste, les peuples scandinaves ne manquent pas non plus de ces hautes manifestations de l'esprit humain qui, d'après les idées généralement admises, sont indispensables dans toute civilisation avancée. Les nations qui s'honorent d'un génie universel comme Svedenborg,[144] de penseurs, de savants, d'artistes et d'explorateurs comme Ibsen,[145] Bjornson,[146] Linné,[147] Abel,[148] Thorwaldsen,[149] Grieg,[150] Nordenskiold,[151] Nansen,[152] Sven Hedin,[153] occupent certainement une belle place dans le mouvement intellectuel du monde.

C'est snr cette page réconfortante que nous achevons ce travail.

(Publicat în volum : *Mécanique Sociale*. Paris-Bucarest 1910)

13.

Despre mecanica socială

1911

DESPRE MECANICA SOCIALĂ

Comunicare în ședința Academiei Române dela 11 Mai 1911

Fenomenele sociale se prezentă sub o aparență așa de complicată, încât mai nimeni nu crede că ar fi cu putință ca studierea lor să se poată face după oarecari norme sigure și precise. Cu toate acestea tot sunt unii cari s'au încercat să găsească asemenea norme, mai mult sau mai puțin generale, cel puțin pentru unele din fenomenele sociale.

In lucrarea mea *Mécanique Sociale*, imprimată în Noemvrie 1910, am căutat să văd dacă n'ar fi cu putință ca să se stabilească pentru fenomenele acestea oarecari norme și clasificări, cari să permită o simplificare a studierii lor și degajarea cu mai multă ușurință a oarecăror legi generale. Pentru aceasta mi-a servit foarte mult, ca termeu de comparațiune, o altă știință, care acum trei sute de ani se prezenta sub o aparență tot așa de nesigură ca și știința socială, dar care azi este o știință perfect constituită. Aceasta este Mecanica Rațională.

Inainte de Galileu, nimeni nu spera că se va putea vreodată distinge vreo lege, după care să se poată înțelege rostul mișcărilor corpurilor materiale; și cu toate acestea s'a ajuns astăzi că perfecțiunea acestei științe este așa de mare, încât se poate zice că ea este cea mai perfectă dintre științele fizice.

Fără îndoială că, chiar dacă se va lua calea cea mai bună, mult va fi de făcut în știința socială până când să ajungă și ea la gradul de perfecțiune al Mecanicei Raționale; pentrucă nici o știință până astăzi nu a avut norocul pe care l-a avut Mecanica Rațională, ca să pună mâna, încă dela începutul ei, pe o clasă de fenomene, cum sunt acelea ale mișcărilor corpurilor cerești, în cari o singură lege generală domină totul, așa încât a putut să se descurce cu o ușurință relativ mare niște

fenomene de o aparență așa de complicată încât, fără firul acesta conducător al Mecanicei Raționate, nu s'ar fi putut da niciodată de rostul lor.

Părerea mea este că, în știința fenomenelor sociale, greutatea cea mai mare este că nu se deosebesc cu destulă băgare de seamă diferitele elemente ale problemei. In studiile chestiilor sociale găsim amestecate la un loc elemente cu totul disparate, fără ca să se caute să se aleagă rostul fiecăruia, partea sa de însemnătate, și fără să se distingă în mod destul de riguros partea de consecințe care revine fiecăreia din diferitele cauze cari determină un fenomen social.

Să dau un exemplu. Este cert că puține științe prezentă mai numeroase exemple de discontinuitate decât știința istorică. Nenumărate sunt exemplele când calea urmată de o grupare omenească este de odată întreruptă la un moment dat, și gruparea apucă pe o nouă cale cu totul diferită de cea precedentă : dovadă cum că fenomenele istorice sunt în genere discontinui. Și cu toate acestea, când stă cineva să se gândească cât de puțin, înțelege că este foarte greu de admis că ar fi posibil ca o grupare socială oarecare să treacă dela o anumită stare la o altă anumită stare fără să treacă prin toate stadiurile intermediare. O societate are la un moment oarecare cutare grad de civilizațiune, iar peste o sută de ani alt grad de civilizațiune. Nu este admisibil că în intervalul acesta societatea să fi făcut sărituri ; ea a trebuit să treacă, mai mult sau mai puțin repede, prin toate fazele intermediare, ca să ajungă la starea a doua. Dar atunci cum se potrivește adevărul acesta, pe care îl impune rațiunea, cu faptul concret că istoria dă nenumărate exemple de discontinuitate? Nepotrivirea aceasta dispare dacă observăm că în toate cazurile de discontinuitate avem a face în realitate cu două fenomene distincte, despărțite unul de altul prin momentul în care se produce discontinuitatea, și diferind unul de altul prin cauzele cari au dat loc acelei discontinuități ; dar fiecare din ele în parte este continuu. Nu se va găsi nici un exemplu de discontinuitate în fenomenele sociale, fără să se găsească o cauză externă care a intervenit pentru a schimba condițiile anterioare ale fenomenului. Dacă Europa urmează până la un moment curentul civilizator al Greciei și al Romei, și dacă deodată curentul acesta se oprește și mai târziu apucă altă cale, avem un exemplu de

discontinuitate evidentă ; dar discontinuitatea aceasta este datorită unor cauze exterioare nouă, invaziunii barbarilor şi introducerii creştinismului, cari au schimbat condiţiile anterioare ale fenomenului, aşa că partea lui care a urmat după intervenţiunea acestor nouă cauze constitue un fenomen distinct de acela care le-a precedat.

Cu asemenea precauţiuni, poate cineva să enunţe legea continuităţii în sociologie ; pe câtă vreme fără dânsele, asemenea enunţare ar fi un non-sens şi o dovadă evidentă de uşurinţă.

Condus de aceste consideraţiuni, a trebuit ca înainte de toate să precizez bine sensul şi definiţia tuturor elementelor cari vreau să intre în cadrul chestiei ce aveam să cercetez.

Cuvântul de „Mecanică" pe care l-am pus în titlu arată că în scrierea mea eu caut să studiez prefacerile societăţii omeneşti comparându-le cu schimbările de poziţiune ale corpurilor materiale. Când la un moment dat găsim o societate omenească într'o anumită stare, caracterizată prin anumite elemente, despre cari am să vorbesc îndată, pe când la alt moment o găsim în altă stare, în intervalul dela primul până la al doilea moment s'a produs în starea acestei societăţi o schimbare de situaţiune, întocmai precum în mişcarea unui corp material care se mişcă se produce o schimbare de poziţiune. Dar schimbarea de poziţiune a corpurilor materiale este uşor de determinat, prin comparaţie cu unele figuri fixe în spaţiu ; spre exemplu, prin distanţa punctelor lor dela trei plane fixe perpendiculare între ele. Dacă cunosc aceste trei distanţe pentru fiecare punct al corpului mobil şi la fiecare moment, toate poziţiile succesive ale punctelor corpului sunt determinate, şi prin urmare mişcarea lui este determinată asemenea. In sociologie însă lucrul merge mai greu. Aci determinarea stării sociale a unui individ depinde nu numai de trei elemente, ci de foarte multe, cari toate sunt foarte rău cunoscute. Aşa, în primul loc, nu se ştie încă dacă printre aceste elemente sunt unele de a căror variaţie depinde variaţia tuturor celorlalte ; iar dacă asemenea elemente există, nu ştim cari sunt acelea.

Este însă probabil că şi în Sociologie, ca şi în Mecanică, trebue să fie unele elemente a căror variaţiune determină variaţiunea tuturor celorlalte ; dar încă nu ştim cari sunt aceste elemente. Aşa, spre exemplu, este evident că inteligenţa este un

factor covârşitor în determinarea stării sociale a unui individ; dar pe de o parte nu este ea singurul factor determinant; iar pe de alta nu se ştie dacă inteligenţa însăşi nu este determinată de alţi factori, şi cari sunt aceia. De aceea suntem siliţi, ori să admitem în mod general că situaţiunea socială a unui individ depinde de un foarte mare număr de elemente, dintre cari nu ştim cari sunt cele independente, sau să le reducem la principalele elemente variabile de cari să facem să depindă celelalte. In acest al doilea caz însă, noi facem în realitate o aproximaţie.

Să admitem că variabilele nedependente de cari depinde situaţiunea socială a unui individ sunt trei: elementele de natură intelectuală, cele de natură economică şi cele de natură morală. Clasificarea aceasta se pare destul de naturală; însă nimic nu dovedeşte cum că unul din aceste elemente nu depinde de celelalte două, sau poate şi de altele cari ne scapă din vedere. Ba este chiar cert că starea economică a unui individ, spre exemplu, depinde de starea lui intelectuală, căci un om mai deştept mai lesne îşi îmbunătăţeşte starea lui economică decât un altul mai puţin inteligent. Cu toate acestea şi în matematica cea mai riguroasă este admisă metoda că atunci când o problemă se prezentă sub o formă prea de tot complicată, să se simplifice prin separarea dificultăţilor, considerând adică mai întâi partea ei principală, şi pe urmă rând pe rând dificultăţile de ordin mai inferior. Aşa, dacă eu voiu admite deocamdată că starea economică a individului este independentă de starea sa intelectuală, evident comit o eroare; dar eroarea aceasta o rezerv ca să ţin seamă de dânsa în a doua aproximaţie. Deocamdată studiez starea socială a individului, raţionând ca şi când starea lui intelectuală ar fi independentă de cea morală şi economică; şi după ce voiu determina în mod aproximativ starea lui socială raţionând în felul acesta, voiu relua problema, ţinând seamă şi de influenţa pe care elementul intelectual îl are asupra celui economic, lucru de care nu am ţinut seama în prima aproximaţie, şi atunci voiu găsi un nou rezultat mai exact decât cel dintâi.

Această metodă este cunoscută sub numele de *metoda aproximaţiilor succesive*, şi este foarte mult întrebuinţată în ştiinţele exacte, cum, spre exemplu, în Mecanica Cerească.

Vom face dar să depindă situaţiunea individului numai de cele trei elemente alese mai sus, şi atunci ajungem la o asemă-

nare deplină cu ceeace se face în Mecanica Raţională, unde tot de trei elemente depinde determinarea poziţiunii geometrice a unui punct mobil. Cele trei distanţe dela trei planuri fixe corespund cu cele trei elemente: moral, intelectual şi economic, pe cari le introducem în studiul nostru. Cu modul acesta, stabilim ceeace se chiamă în matematică un *sistem de coordonate*. Sub acest nume, se înţelege în matematică un sistem de figuri, în număr suficient, cari servă ca termine de comparaţie pentru determinarea poziţiei oricărei alte figuri. Aşa, cele trei plane perpendiculare între ele menţionate mai sus formează un sistem de coordonate, pentrucă poziţia unui punct este cunoscută când se cunosc distanţele acestui punct dela fiecare din acele trei plane.

Să considerăm dar starea socială a unui individ caracterizată prin cele trei elemente: economic, intelectual şi moral, şi să presupunem că am avea mijlocul de a evalua în mod numeric fiecare din aceste elemente. Este drept că evaluarea aceasta va putea da loc la dificultăţi de natură practică. Vedem că cutare individ este mai inteligent decât altul; dar de câte ori? Este greu astăzi, cu mijloacele de cari dispunem, să răspundem la întrebarea aceasta.

Se poate lesne spune de câte ori un corp este mai greu decât altul, pentrucă avem kilogramul ca greutate de comparaţie şi balanţa ca instrument de măsură; pe când nu este tot aşa când este vorba de a se compara două inteligenţe.

Mai întâi, nu este încă stabilită o unitate de măsură pentru inteligenţă: nu ştim care este individul a cărui inteligenţă să o luăm ca termen de comparaţie şi să o reprezentăm prin numărul 1; şi pe urmă nu dispunem de mijlocul de a compara inteligenţa acestui individ cu a altui individ. Şi aceeaşi observaţie se poate face şi pentru elementul moral, şi chiar pentru cel economic.

Dar dificultatea aceasta se întâmpină chiar şi în Mecanica Raţională, căci şi acolo se întâlnesc unele forţe a căror măsură nu este uşoară, şi cari multă vreme nici nu s'au putut măsura în mod efectiv; aceasta însă nu a împiedecat stabilirea teoriei, în aşteptarea zilei când dificultatea practică să se înlăture. De aceea, deoarece mărimile cu cari avem a face în Sociologie sunt de sigur comparabile între dânsele, deşi deocamdată ne lipseşte mijlocul practic de a le reprezenta prin numere, vom stabili

proprietăţile teoretice ale fenomenelor, fără a ne preocupa de această dificultate trecătoare.

Vom reprezenta dar starea socială a unui individ prin cele trei *coordonate sociologice* ale lui : cea de ordine intelectuală, cea de ordine morală şi cea de ordine economică şi cu modul acesta, stabilim analogia între modul de reprezentare în Sociologie cu acel urmat în Mecanica Raţională. Vom lua şi în Sociologie trei axe coordonate perpendiculare între ele, câte unul pentru fiecare din cele trei coordonate sociologice. Şi atunci, precum cele trei axe geometrice întrebuinţate în Mecanica Raţională determină spaţiul geometric cu trei dimensiuni, lungime, lăţime şi înălţime, pe care toţi îl cunoaştem şi în care ne mişcăm, vom zice că şi în chestiunile sociale cele trei axe de coorodonate sociale determină un spaţiu social, ale cărui dimensiuni sunt elementele intelectual, moral şi economic.

Punctul acesta fiind stabilit, putem zice că am făcut un pas foarte însemnat şi destul de greu în studiul nostru, căci am stabilit un mijloc de reprezentaţie care permite să stabilim o apropiere mare între studiul fenomenelor sociale şi acela al fenomenelor Mecanicei Raţionale.

Repet însă încă odată că, cu acest mijloc de reprezentare, se face abstracţie, în prima aproximaţie, de unele acţiuni, de cari dacă vrem să ţinem seamă, trebue să recurgem la metoda aproximaţiilor succesive. Acesta nu este un inconvenient fundamental, de vreme ce metoda aproximaţiilor succesive se utilizează cu succes în ştiinţele cele mai perfecte prin gradul cel înalt de preciziune la care au ajuns, cum este, spre exemplu, Mecanica Cerească.

S'ar putea însă urma şi altă cale, care ar fi mai grea, dar ar permite a se trata problema deodată cu toate elementele ei. Pentru aceasta, am considera fenomenele sociale ca fiind dependente nu numai de trei variabile, ca mai sus, ci de un număr mai mare, număr care depinde, se înţelege, de acela al elementelor foarte numeroase cari intră în genere în determinarea acestor fenomene sociale.

In cazul acesta însă va fi nevoie ca proprietăţile şi formulele pe cari ni le dă Mecanica Raţională şi cari sunt stabilite în ipoteza că sunt numai trei variabile, să le generalizăm pentru un număr oarecare de variabile. Operaţiunea aceasta se va putea

face, pentrucă însesi formulele de cari se serveşte Mecanica Raţională sunt tot rezultatul unei generalizări; căci ele se stabilesc mai întâi pentru o singură variabilă, pe urmă se generalizează pentru două, şi în fine pentru trei. Chestia ar fi ca generalizarea aceasta să fie dusă şi mai departe.

Odată acestea stabilite, rezultă imediat consecinţa însemnată că avem posibilitatea de a reprezenta elementele unui fenomen social în acelaşi fel ca şi în Geometrie şi în Mecanica Raţională.

Deja am reprezentat situaţiunea socială a unui individ servindu-ne de cele trei elemente cari determină această poziţiune socială : elementul economic, cel intelectual şi cel moral.

Dacă cunoaştem aceste trei elemente pentru un individ la momentul t, putem să construim poziţia individului în spaţiul social la acest moment. Să construim de asemenea poziţia socială a aceluiaş individ la un alt moment, t'.

Aceste două poziţii în genere vor diferi una de alta, căci dela momentul t până la t' poziţia socială a individului în genere va varia; în intervalul acesta, el poate să se mai îmbogăţească sau să sărăcească, să mai capete instrucţiune, sau să piardă din facultăţile lui. Aceasta va să zică că între momentul t şi t' s'a produs o schimbare de poziţiune a punctului M, care reprezentă poziţia socială a individului considerat. Această schimbare de poziţie o vom numi *mişcarea socială* a individului, şi vom numi *Mecanică Socială* ştiinţa care va studia legile mişcărilor sociale astfel definite.

Dacă acum admitem că nimic pe lume nu se produce fără o cauză, trebue să admitem că şi schimbarea aceasta de situaţiune socială a individului nu a putut să se producă decât din oarecari cauze. Vom numi *forţă socială* orice cauză care este în stare să producă o schimbare de situaţiune socială a individului. O asemenea forţă socială va fi perfect cunoscută când vom cunoaşte mărimea ei, direcţia şi sensul în care lucrează şi individul asupra căruia lucrează, şi care se va chema punctul ei de aplicaţie.

Toate acestea stabilesc o asemănare deplină între elementele cu cari avem a face în Mecanica Socială şi acele cari intervin în Mecanica Raţională. Şi precum în Mecanica Raţională se poate reprezenta orice forţă în mod geometric prin o linie de

poziţiune, de lungime şi de direcţiune dată, tot asemenea se va putea reprezenta şi în Sociologie o forţă socială.

Vom numi *echilibru social* al unui individ starea în care se găseşte el atunci când forţele sociale cari îi sunt aplicate sunt astfel că, dacă le suprimăm, starea individului nu se schimbă.

Aşa, dacă un punct material este tras spre dreapta cu o forţă de un kilogram şi spre stânga tot cu atâta, el stă pe loc, şi starea lui este aceeaşi ca şi când forţele acestea nici n'ar exista ; căci ori le voiu lăsa să lucreze, ori le voiu suprima, punctul tot nemişcat rămâne. Tot asemenea şi în Sociologie, se poate ca un sistem de forţe sociale cari lucrează în mod simultaneu asupra unui individ să nu determine asupra lui nici o schimbare socială, să se neutralizeze unele pe altele ; aceste forţe vom zice că-şi fac echilibru.

Asupra forţelor sociale astfel definite şi reprezentate se pot repeta întocmai raţionamentele şi demonstraţiile cari se fac în Mecanica Raţionată, cu privire la compunerea şi descompunerea forţelor şi la echilibrul lor, şi cu modul acesta se constitue prima parte a Mecanicei Sociale, pe care, prin analogie, o vom numi *Statică Socială*, şi al cărei obiect va fi studiul echilibrului social.

Ca aplicaţie a consideraţiilor precedente, să examinăm o chestiune de care s'a ocupat ilustrul filozof Herbert Spencer. In cartea sa „Les Premiers Principes", el tratează chestiunea pe care a numit-o „La Stabilité de l'Homogène". *Omogen* numeşte el un mediu în care fiecare părticică oricât de mică este identică cu o altă părticică egală luată oriunde în masa considerată. In demonstraţiunea sa, Spencer s'a silit să arate că, dacă un asemenea mediu social este în echilibru, acest echilibru nu e stabil, ci tinde să dispară la cea mai mică atingere ; cu alte cuvinte, „stabilitatea omogenului nu există în societate". Demonstraţiunea lui Spencer este destul de lungă şi de o lectură anevoioasă.

Aceeaşi chestie a tratat-o şi un alt învăţat, Brunhes, care ajunge la o concluzie contrarie : după dânsul, stabilitatea omogenului nu numai că este posibilă, dar este o stare permanentă ; cu alte cuvinte, dacă un mediu omogen este în stare de echilibru şi dacă este depărtat din starea aceasta, el tinde să revină la dânsa.

După cum vedem, este o completă contradicție între afirmația unuia și a celuilalt.

Dacă însă tratăm chestia prin metoda expusă până aci, se poate demonstra, cu cea mai mare ușurință, că echilibrul este stabil în unele cazuri, nestabil în altele; și metoda arată totdeodată și condițiile ce trebue împlinite pentru ca stabilitatea să fie asigurată. Cauza rezultatelor neexacte la cari ajunseseră și Spencer și Brunhes, este că nici unul din ei nu avusese în vedere toate cazurile problemei, și că metoda de demonstrație urmată de ei nu era destul de generală.

* * *

Să trecem acum la a doua parte a Mecanicei, la aceea care se ocupă cu mișcarea produsă de forțe.

In Mecanica Rațională, *Statica* se ocupă cu echilibrul și *Dinamica* cu mișcarea corpurilor materiale sub influența unor anumite forțe. Tot așa, în studiul nostru vom numi *Dinamică Socială* partea de știință care va avea să se ocupe cu schimbarea de stare socială a indivizilor sau a corpurilor sociale.

In Mecanica Rațională, Dinamica este întemeiată pe trei axiome. In matematice, se numesc axiome unele principii cari se stabilesc prin observațiune directă și cari nu se pot demonstra direct, pentrucă ele constitue adevăruri simple cari, mai mult sau mai puțin, sunt evidente prin ele înșeși. Așa, când în Geometrie se zice că: două cantități egale cu o a treia sunt egale între ele, aceasta este o axiomă, pentrucă adevărul enunțat printr'însa se poate dovedi prin oricâte experiențe voim voi să facem, dar nu se poate demonstra prin reducerea la alte adevăruri mai simple, pentrucă nu există în Geometrie adevăruri mai simple decât acesta. Și întreaga știință a Geometriei este întemeiată pe câteva axiome ca aceasta.

Tot așa și în Mecanica Rațională, întreaga Dinamică este întemeiată numai pe trei axiome: axioma inerției, a mișcărilor relative și a egalității acțiunii cu reacțiunea.

Nu putem, în limitele acestei lucrări, să ne oprim mult asupra acestor axiome; ne vom ocupa un moment numai de una din ele, ca să ne dăm seama de modul cum se introduc ele în știință.

Axioma inerţiei constă în aceea că, dacă repezim un punct material pe o linie dreaptă şi-l lăsăm să se mişte liber şi nesupus la nicio forţă exterioară, el se va mişca până la infinit, pe aceeaşi linie dreaptă, dacă nici o cauză exterioară nu-l sileşte să se oprească.

Se înţelege că nu avem posibilitatea de a verifica direct enunţul acesta, pentrucă nu avem niciodată posibilitatea de a face să se mişte un corp fără să întâmpine piedici de nici un fel, deoarece nu se pot evita frecările, rezistenţa aerului şi altele. Şi mai este o altă cauză : este că nu dispunem de eternitate ca să putem urmări corpul şi să vedem dacă se va mişca etern. Cu toate acestea principiul inerţiei este admis în Mecanică. Cauza este că, deşi nu avem posibilitatea de a-l verifica direct prin experienţă, avem posibilitatea de a-l verifica indirect, prin consecinţele sale.

In adevăr, dacă admitem în mod provizoriu cele trei axiome ca bune, şi dacă raţionăm pe baza lor, deducem din ele oarecari consecinţe. Dacă cumva una singură din aceste consecinţe nu se va verifica în practică, aceasta va fi dovadă că punctul nostru de plecare a fost fals, şi că prin urmare axiomele noastre nu au fost bune. Dacă, din contra, toate consecinţele ce vom deduce din aceste axiome se vor verifica ori de câte ori vom avea posibilitatea de a face această verificare, atunci vom avea o probabilitate din ce în ce mai mare cum că axiomele dela cari am plecat sunt adevărate. In Mecanica Raţională, verificarea aceasta o avem : este Mecanica Cerească, care nu este decât un capitol al Mecanicei Raţionale, şi care prin urmare este întemeiată tot pe cele trei axiome ale acesteia. Mecanica Cerească dă posibilitatea de a se calcula cu o siguranţă şi o preciziune extremă mişcarea corpurilor cereşti ; şi dacă comparăm rezultatele date de calcul cu acele pe cari ni le dau măsurările directe făcute asupra corpurilor cereşti, găsim totdeauna cel mai perfect acord între unele şi altele. Acordul acesta, care nu se desminte niciodată, ne dă dreptul de a zice că cele trei axiome cari au fost punctul de plecare al constituirii Mecanicei Cereşti sunt perfect exacte.

Dacă trecem acum la fenomenele sociale, se poate arăta că toate cele trei axiome enunţate în Mecanica Raţională se pot enunţa aproape cu aceleaşi cuvinte şi în Mecanica Socială.

Discuţia aceasta este făcută în volumul *Mécanique Sociale*, dar nu se poate reproduce aci, din lipsa de spaţiu. Se înţelege însă că, precum în Dinamica Raţională ziceam că axiomele nu au fost admise ca adevărate decât cu condiţia ca să fie confirmate prin verificarea consecinţelor lor, tot asemenea vom face şi în Dinamica Socială. Aici însă se prezentă dificultatea că cele trei axiome n'au posibilitatea să fie verificate prin experienţă cu aceeaşi uşurinţă ca în Dinamica Raţională, căci aci nu dispunem de o aşa de admirabilă verificare ca aceea a mişcării corpurilor cereşti. Verificarea însă se va face treptat cu timpul, şi va consta în aceea că cu încetul se vor aduna observaţii de fapte sociale cari vor fi în acord cu teoria ; şi dacă pe de altă parte nu se va constata nici un fapt care să fie în desacord cu dânsa, şi deoarece stabilirea dela început a axiomelor o facem fără să facem nici o ipoteză care să fie în mod evident contrară raţiunii şi faptelor deja observate, vom fi în drept a conchide, cu o probabilitate din ce în ce mai mare, că cele trei axiome sunt juste şi că ne putem întemeiă pe dânsele.

Odată acest punct stabilit şi cele trei axiome admise cu rezervele pe cari le-am expus, se va putea face şi în Dinamică cecace s'a făcut mai sus în Statică : întregul reţionament al Dinamicei Raţionale se va aplica şi Dinamicei Sociale. Vom putea şi aci să stabilim ecuaţiunile mişcărilor sociale, să facem combinaţiuni între aceste ecuaţiuni, din cari să se deducă proprietăţi nouă cari vor fi aplicabile mişcării sociale, tot aşa precum ecuaţiunile Dinamicei Raţionale sunt aplicabile la mişcarea corpurilor materiale, cu rezerva, se înţelege, de a se da fiecărui cuvânt semnificarea sa ; aşa, când voiu vorbi de spaţiu, se va înţelege spaţiul social ; vorbind de forţă, voiu înţelege forţa socială, şi aşa mai departe.

Printre proprietăţile cari se vor putea stabili în modul acesta, sunt unele cari vor avea mare însemnătate în studiul chestiunilor de economie socială. Vom menţiona câteva din ele.

In Dinamica Raţională se stabileşte *ecuaţiunea cantităţii de mişcare*, în virtutea căreia este egalitate între o cantitate care depinde de masă şi de iuţeală cu o altă cantitate care depinde de forţă şi de timp. Această ecuaţie se poate demonstra întocmai şi în Dinamica Socială, aşa încât vom avea în Sociologie o relaţie exactă şi precisă între mase, iuţeală, forţă şi timp

de aşa fel că cunoscând pe trei din ele vom putea calcula exact pe a patra. Ne dăm imediat seama de marea însemnătate pe care o asemenea proprietate o va avea în Sociologie, unde azi nu se dispune de nicio lege precisă, care să permită aflarea exactă a valorii vreuneia din variabilele sociale, când se cunoaşte valoarea altora.

E adevărat că proprietatea cantităţilor de mişcare se prezentă în mod natural minţii; căci e natural să admitem, spre exemplu, că, pentru a realiza o anumită mişcare socială, trebue să întrebuinţezi o forţă socială cu atât mai mare cu cât dispui de timp mai puţin, şi viceversa. Tot aceasta spune şi ecuaţia cantităţilor de mişcare. Insă ea dă şi mijlocul de a se calcula anume timpul necesar pentru o lucrare dată şi cu o forţă dată, ceeace simpla intuiţie nu ne poate da.

Acest exemplu ne arată de ce utilitate poate fi studiul chestiilor sociale făcut în felul pe care-l propun.

O altă proprietate e aceea cunoscută sub numele de *teorema forţelor vii*, care stabileşte o egalitate între o cantitate care depinde de masă şi de iuţeală şi altă cantitate care depinde de timp şi de spaţiul străbătut, în aşa fel că, dacă cunoaştem trei din aceste cantităţi, putem afla pe a patra.

Din această proprietate a forţelor vii derivă o altă proprietate, foarte însemnată, care e cunoscută sub numele de *principiul conservării energiei*.

In Mecanica Raţională se demonstrează că cantitatea de energie a unui sistem material rămâne neschimbată în tot timpul fenomenului pe care îl studiem. Principiul acesta, în timpul din urmă, a fost cam pus la îndoială, de când cu descoperirea radiului şi a materiei radiante în genere, pentrucă aceste materii sunt izvoare de energie pe cari nu o împrumută la nici un alt izvor; radiul dă căldură şi lumină numai prin el însuş, fără să fie nici încălzit, nici luminat din afară. Dacă însă privim lucrul în mod mai larg, nu se mai pare că principiul conservării energiei merită criticile acestea. Trebue admis că radiul cuprinde în el o rezervă de energie adunată în el din acele timpuri când materia se constituia, în ce fel nu ştim. Această energie nu se manifestează, prin lumină şi căldură, decât acum când devine liberă, tot aşa precum aburul grămădit în căldarea închisă nu produce efect vizibil decât atunci când este lăsat să treacă în cilindru. Nu este

dar vorba aci de o producere, de o fabricare de energie, ci de punerea în libertate a unei cantităţi de energie preexistentă, şi care poate fi enormă. S'a calculat, spre exemplu, că energia cuprinsă într'un gram de aramă, dacă ar deveni liberă prin radiare, ar fi destul de mare pentru ca să pună în mişcare un tren şi să-l facă să ocolească pământul întreg de zece ori.

Tot aşa se petrec lucrurile şi în societăţile omeneşti. O societate pune în mişcare o anumită cantitate de energie care se conservă neschimbată tot timpul cât nu i se comunică din exterior vreo nouă cantitate de energie, şi cât nu pierde în exterior vreo parte din energia ei dela început. Să considerăm, spre exemplu, o societate redusă la un singur individ. Dacă omul acesta şi-ar întrebuinţa forţele lovind numai cu ciocanul în pământ, energia desvoltată de dânsul ar rămânea pierdută pentru societatea pe care o formează el, căci el nu trage nici un folos dintr'însa. Dar dacă ţinem seama pe lângă el şi de pământ, vedem că pământul a primit energia cheltuită de dânsul. Această energie dar nu s'a pierdut, ci a trecut doar dela individ la pământ, ieşind din cercul societăţii formate de dânsul. Dacă privim lucrurile în felul acesta, se poate formula principiul conservării energiei pentru societăţile omeneşti, tot aşa cum se formulează şi în Mecanica Raţională.

O altă proprietate însemnată este acea numită în Mecanică *Principiul minimei acţiuni* (*de la moindre action*). Iată în ce constă ea: dacă avem un sistem material oarecare, supus la anumite forţe şi la anumite condiţii, care execută o anumită mişcare într'un anumit timp, se demonstrează că sistemul, ca să treacă dela o poziţie la alta, urmează anume acel drum care dă loc la cea mai mică cheltuială de energie.

Principiul acesta, aplicat la societăţile omeneşti, însemnează că trecerea unei societăţi dela o stare socială la alta se face totdeauna urmând numai acea cale care dă loc la cea mai mică cheltuială de energie socială, ţinând seamă de împrejurările în cari se află societatea dată şi de condiţiile ce trebue să împlinească mişcarea dată.

Iată o proprietate de o însemnătate filozofică foarte mare, şi care poate să zguduie ideile în genere admise asupra liberei determinări a acţiunilor omului. Cu toate acestea, cine nu ştie că calculul probabilităţilor dovedeşte că tocmai unele din acţiu-

nile oamenilor cari se par mai puțin supuse unor legi matematice, tocmai acelea nu scapă de sub puterea lor? Să punem pe cineva să tragă la întâmplare o bilă dintr'o pungă în care sunt 50 bile roșii și 50 negre. Se va vedea că, cu cât va repeta operația de mai multe ori, cu atât numărul bilelor roșii scoase din pungă va tinde să devină egal cu numărul bilelor negre. Și rezultatul acesta e demonstrat de mai nainte de calculul probabilităților.

Principiul acțiunii minime nu trebue de altfel să ne surprindă; căci fiecare individ are năzuința de a cheltui cea mai mică cantitate de energie posibilă în acțiunile sale; prin urmare nu era greu de bănuit că și societatea întreagă, care este compusă din indivizi, va face cea mai mică cheltuială de energie. Dar ceeace este important în demonstrația matematică, este că, deși diveresele energii individuale pot să fie de sensuri contrare, rezultanta lor este tot un minimum.

Iată încă o proprietate a cărei însemnătate teoretică este mare.

In Mecanica Rațională, ecuațiunile mișcării sunt de o formă numită *diferențială*. Asemenea ecuațiuni se caută a se *integra*, pentru a se pune sub formă finită. Operația aceasta introduce niște cantități constante, al căror număr depinde de numărul ecuațiilor integrate și de ordinul lor, iar valoarea lor se determină după starea sistemului material la un moment dat.

De vreme ce ecuațiunile mișcării sociale sunt de aceeași formă cu ecuațiunile din Dinamica Rațională, integrarea lor va introduce de asemenea acele constante; și chiar dacă nu am reuși a efectua operația integrării ecuațiilor, existența acelor constante în mișcarea socială este sigură. Aceasta dovedește că în orice mișcare socială, oricât de complicată ar fi, există oarecari cantități cari rămân constante în tot timpul mișcării considerate. Fără îndoială, în genere va fi greu a se găsi chiar valoarea numerică a acestor constante; dar când teoria se va perfecționa îndestul pentru ca să se ajungă la degajarea acestor constante, este evident că cunoașterea lor va fi de cel mai mare ajutor. Oricum, este o constatare de o însemnătate teoretică considerabilă aceea că în mișcările sociale, oricât de complicate, date fiind forțele și condițiile impuse mișcării, există unele mărimi cari rămân neschimbate, în mijlocul nestabilității generale a acestor fenomene.

In Mecanica Rațională se demonstrează că mișcarea

infinit de mică a unui corp solid la un moment oarecare se poate considera ca formată din o rotaţie infinit de mică împrejurul unei linii drepte, însoţită de o translaţie infinit de mică a solidului întreg. Proprietatea aceasta, transportată în Sociologie, va fi de un mare preţ, pentrucă ne va putea indica în fiecare moment încontro tinde să se mişte un corp social supus la forţe şi la condiţii determinate, şi oricine îşi dă seama de ce mare însemnătate va fi acest rezultat.

Nu este locul ca, într'un memoriu a cărui întindere mi-am impus să o limitez la proporţii modeste, să intru în o expunere amănunţită, care m'ar fi obligat să intru în consideraţiuni de o natură prea specială. Dar se pune întrebarea dacă teoria propusă nu ar prezenta dificultăţi mai mari decât însăşi dificultăţile pe cari ne propunem a le înlătura în studiul chestiunii sociale? Sociologia este o ştiinţă foarte grea, şi dacă caută cineva să găsească pentru dânsa căi nouă, este numai cu scopul de a-i înlesni calea, de a face studiul ei mai uşor, mai repede şi mai puţin complicat.

Fără îndoială că dificultăţile nu vor fi cu totul înlăturate. Dar mai întâi dificultăţile acestea vor fi de natură pur teoretică, cari cu stăruinţă şi cu pătrundere vor putea fi treptat elucidate. Insă orice rezultat dobândit pe calea aceasta va rămânea bine dobândit, şi va putea servi ca punct de plecare pentru stabilirea şi a altora. Dificultăţi se întâmpină în toate ştiinţele, dar aceasta nu a fost niciodată un motiv pentru ca aceste ştiinţe să fie părăsite. Insuşi exemplul Mecanicei Raţionale este foarte instructiv în această privinţă.

Acum 300 ani nici nu se bănuia existenţa vreunei relaţiuni între mişcarea unui corp şi forţele cari determină această mişcare, şi când Galileu pentru prima oară a reuşit să stabilească legile căderii corpurilor, aceasta a fost o adevărată revelaţiune. Dar de atunci s'a mers repede, şi astăzi se găseşte constituită teoria completă a mişcării, bazată pe ecuaţiuni între mase, coordonate, timp şi forţe.

Când este însă vorba să se aplice aceste ecuaţii la anumite probleme, atunci încep dificultăţile; dar aceste dificultăţi sunt de natură curat matematică. De exemplu, dacă este vorba de mişcarea unui proectil aruncat de un tun în vid, putem deduce din ecuaţiile mişcării tot ce trebue pentru ca mişcarea proiectilului să fie urmărită şi perfect determinată în orice moment.

Dacă ecuațiunile acestea vrem să le aplicăm la mișcarea corpurilor cerești, problema este mai complicată, și întrebuințarea ecuațiunilor e mult mai grea, dar tot e posibilă; dovadă este că prin ele se calculează cu cea mai mare exactitate mișcările corpurilor cerești pentru mii de ani înainte și în urmă.

Dacă în fine aceleași ecuațiuni le aplicăm la mișcarea unui torent ale cărui ape sar peste obstacole de tot felul, problema devine așa de complicată, încât este cu desăvârșire inextricabilă. Pentru o asemenea problemă, în starea de astăzi a cunoștințelor noastre matematice, nu se poate trage mai nici un folos practic din formulele matematice; și cu toate acestea nimeni nu se gândește să contesteze că mișcarea torentului să face tot după legi matematice; dacă nu avem noi posibilitatea ca să tragem deocamdată folos practic din formulele pe cari le avem, aceasta nu însemnează că formulele nu sunt exacte; formulele sunt bune, dar nu știm noi încă să tragem folos din ele. Același lucru se va putea întâmpla și cu fenomenele sociale: se poate prea bine ca formulele cari se vor stabili, să fie așa de complicate, încât multă vreme să nu se poată cu ele calcula în numere datele de cari vom avea trebuință; dar aceasta nu va micșora valoarea teoretică a formulelor, nici nu va micșora posibilitatea ca într'o zi, mai mult sau mai puțin depărtată, ele să fie suficiente pentru a preciza, cu oarecare anticipație, o stare socială definită prin un număr suficient de condițiuni. Afară de aceasta, din cele spuse mai sus s'a văzut că, chiar fără să fie nevoie de a se face evaluări numerice, înainte de a se stabili unitățile de măsură pentru fiecare din cele trei feluri de elemente, intelectual, moral și economic, și deși ecuațiunile mișcării sociale nu știm să le integrăm, cu toate acestea nu am fost împiedecați de a stabili unele proprietăți foarte generale și foarte utile, ca acelea a cantităților de mișcare, a forțelor vii, a conservării energiei, a acțiunii minime, și celelalte.

Prin urmare metoda ce propunem, oricât de imperfectă ar fi deocamdată și la oricâte greutăți ar da acum loc, este sigur că va putea să aducă servicii mari științei sociologice, permițându-i cel puțin să stabilească oarecari principii certe cari până acum îi lipsesc cu desăvârșire.

(Extras din Analele Academiei Române. Seria II. Tomul XXXIII 1910—1911. Memoriile Secțiunii Științifice p. 381—395.

14.

Meteorul de la 29 noiembrie 1911

1911

METEORUL DELA 29 NOEMVRIE 1911

In şedinţa publică a Academiei Române dela 2 Decemvrie 1911, Haret a făcut următoarea comunicare:

Marţi 29 Noemvrie st. v., orele 4½ şi 4¾ dimineaţa, trebue să fi trecut pe deasupra Bucureştilor un meteor luminos de o însemnătate excepţională.

La această oră, deşi afară era întuneric de tot, deşi cerul era acoperit cu nori groşi şi aerul plin de o ceaţă deasă, deşi persianele camerei mele de culcare erau închise, această cameră s'a luminat deodată de o lumină extraordinar de intensă, comparabilă cu lumina zilei, aşa că cele mai mici obiecte au devenit vizibile.

Lumina era albă, cu o foarte slabă nuanţă roşcată.

Ea nici nu s'a aprins, nici nu s'a stins în mod brusc, ci treptat. Durata totală a fenomenului nu a fost mai mare de 3 secunde. Nu s'a auzit niciun sgomot şi nicio explozie.

Aceeaşi lumină a fost observată şi în strada Occidentului, la o distanţă cam de 500 m. dela casa mea, ceeace dovedeşte că nu poate fi vorba de vreo lumină întâmplătoare din oraş, ipoteză care de altfel nici nu este admisibilă, din cauza marii intensităţi a luminii observate.

Ar fi interesant să se ştie dacă aparitiunea aceasta a mai fost văzută şi de altcineva, şi pe unde anume.

(Analele Academiei Române. Seria 2-a. Tom. XXXIV. Partea administrativă şi desbateri pg. 24).

15.

Raport

Despre aeroplanul Vlaicu, prezentat Academiei pentru premiu

1912

RAPORT

DESPRE AEROPLANUL VLAICU. 1 BROȘURĂ DE 30 PAGINI. BUCUREȘTI, 1911 PREZENTATĂ LA ACADEMIE PENTRU PREMIUL LAZĂR ÎN 1912

La început, în câteva pagini, autorul expune pe scurt principiile matematice ale sborului artificial. Dar obiectul principal al broșurii sale este descrierea cunoscutului său aeroplan, cu care d-l Vlaicu[154] a reușit să facă sboruri așa de reușite în țară și în Transilvania.

Aparatul acesta realizează, față de cele similare, însemnate avantaje, pe cari d-l Vlaicu le expune în broșura sa.

1. Cel dintâiu este că permite oarecare variație de iuțeală. Aeroplanele obișnuite nu pot sbura decât cu o anumită iuțeală, care poate fi mai mare sau mai mică după forma și dimensiunile aparatului, după forța și iuțeala motorului, dar care odată realizată, se menține aceeași în tot timpul sborului, și chiar în momentul plecării și al coborîrii; și de vreme ce în general este necesar ca iuțeala sborului să fie destul de mare, pentru ca aparatul să se poată susține în aer, se întâmplă deseori accidente nenorocite, în momentul când aviatorul se repede să pornească, sau atinge pământul la întoarcere. Aparatul d-lui Vlaicu, prin o dispoziție care-i este specială, deși poate sbura în aer cu o iuțeală de 100 kilometri pe oră și mai mult, poate, în momentul plecării și scoborîrii, să facă să scadă această iuțeală numai la 60 kilometri. Acestei împrejurări se datorește poate faptul că în niciuna din numeroasele sale încercări, D-l Vlaicu nu a suferit niciunul din accidentele obișnuite în acele momente.

2. D-l Vlaicu este până acum singurul aviator, după cum afirmă d-sa, care are cârma de înălțare pusă în fața aparatului. Această dispoziție, pe lângă că este avantajoasă din punctul de

vedere al realizării unor iuţeli mai mari, dă aparatului încă un punct de sprijin în faţă, care-l împiedică *să capoteze*, adică să vie peste cap la cea mai mică mişcare greşită, care ar face ca unghiul de înclinare pe orizont să iasă din limitele permise, sau la o suflare de vânt mai violentă. Acestei *capotări* se datorează unele din cele mai teribile accidente ale aviaţiunii.

3. In sensul orizontal, aparatul d-lui Vlaicu permite a se descrie curbe cu o rază foarte mică, cari constituesc un foarte mare avantaj şi cari au fost mult admirate în sborurile pe cari le-a făcut d-sa. Efectul acesta d-sa îl obţine prin acţiunea combinată a cârmei obişnuite de direcţie laterală cu aceea a unui sistem de două plane perpendiculare între ele, puse la coada aparatului, cu scop de a menţinea direcţia rectilinie a mişcării.

4. Aripile sunt construite după un sistem propriu al d-lui Vlaicu, care, pe lângă cea mai mare uşurinţă, le dă şi o perfectă rigiditate. Ele constau dintr'un cadru de lemn de brad, curbat la etuvă, pe care este întinsă pânza impermeabilă. Ele sunt plane, fixe, şi nu au putinţa de a fi strâmbate (*gauchies*), cum se face în unele sisteme de aeroplane. Prin aceasta, mecanismul aparatului este mult simplificat, fără ca stabilitatea echilibrului transversal să piardă întru ceva; căci această stabilitate, pe care alţi constructori caută să o realizeze prin strâmbarea (*le gauchissement*) aripelor, d-l Vlaicu o are asigurată printr'un mijloc cu totul deosebit şi foarte simplu, anume prin aceea că aşează centrul de gravitate al aparatului său cât mai jos posibil.

5. O calitate prin care încă se recomandă aparatul d-lui Vlaicu este uşurinţa. Pe când celelalte aeroplane cunoscute au o greutate cuprinsă între 350 şi 500 kilograme, acela al d-lui Vlaicu atinge abia 200 kilograme. Rezultatul acesta d-sa îl obţine prin simplicitatea cea mare a aparatului său, prin suprimarea tuturor mecanismelor inutile, şi prin reducerea corpului aparatului la un simplu tub de aluminiu, lung de 10 metri, care singur poartă toate părţile aparatului, împreună cu motorul, cu luntrişoara şi cu aviatorul.

Aluminiul este cel mai uşor din metale, dar are defectul că nu rezistă destul la tracţiune: din contră, prezintă o mare rezistenţă la compresiune. De aceea d-l Vlaicu a dispus lucrurile în aşa fel, ca tubul său de aluminiu să nu sufere decât acţiuni

cari să tindă a-l scurta. Soliditatea aparatului este astfel pe deplin asigurată.

6. Elicea care pune în mişcare un aeroplan, prin mişcarea sa de rotaţie, determină un cuplu de torsiune, care tinde să răstoarne aparatul în sensul în care se învârteşte ea. Tendinţa aceasta este în general anulată, în timpul sborului, prin rezistenţa aripelor şi prin abilitatea aviatorului. Nu este însă mai puţin adevărat că ea constitue un pericol permanent. D-l Vlaicu îl înlătură, aplicând aparatului său nu o singură elice, ci două, una în faţă şi alta în coada aparatului, dar cari au mişcări de sens contrar. Cu modul acesta, cuplele de torsiune determinate de fiecare din cele două elice se anulează reciproc. D-l Vlaicu afirmă că d-sa este singurul care a realizat această dispoziţie, afirmaţie pe care eu nu sunt în stare a o verifica.

Un alt avantaj care rezultă din întrebuinţarea a două elice, este că ea permite a se evita mişcarea lor prea repede de rotaţie, care poate da loc, şi a şi dat în adevăr, la ruperea lor, din cauza forţei centrifuge.

7. Unul din cele mai însemnate avantaje ale aparatului d-lui Vlaicu este că el asigură în mod absolut şi curat automatic stabilitatea echilibrului aparatului. Orice înclinare ar lua el, la dreapta sau la stânga, în timpul sborului, el tinde totdeauna să revină la poziţia sa de echilibru. Mi s'a întâmplat să văd, într'o experienţă preliminară făcută de d-sa, un model redus al aparatului, pe care d-sa l-a repezit în aer, după ce mai întâi îl răsturnase cu totul; imediat însă aparatul s'a îndreptat el singur şi şi-a luat poziţia cea adevărată.

La rezultatul acesta ajunge d-l Vlaicu în mod foarte simplu, scoborînd cât mai jos posibil centrul de gravitate al aparatului. Alţi aviatori, dominaţi de oarecari prejudiţii nejustificate, se feresc a adopta dispoziţia aceasta; aşa se vede la ei de multe ori aviatorul şezând mai sus decât aripile, ceeace dă aparatului lor o aparenţă de uestabilitate aşa de evidentă, încât te face să tremuri pentru vieaţa îndrăsneţului care se aventurează într'însele.

8. Pentru a contribui la această deosebire a centrului de gravitate, d-l Vlaicu aşează mai jos de planul aripelor şi scaunul aviatorului şi motorul, care este pus în faţa lui, la oarecare distanţă.

Cu modul acesta, în caz de accident, aviatorul nu este

expus să fie strivit de motor, cum s'a întâmplat de atâtea ori cu alte aparate, în cari motorul era așezat mai sus decât aviatorul.

9. Tot din această dispoziție mai rezultă că aviatorul, fiind așezat dedesubtul aripelor, are vederea liberă în toate părțile și dedesubtul său, așa că poate să observe locurile peste cari sboară. Condiția aceasta este indispensabilă în aeroplanele militare, spre exemplu, dar lipsește în multe din celelalte aparate întrebuințate, în al lui Blériot[155] între altele.

10. Mecanismul prin care se imprimă aparatului schimbarea de direcție și în sensul orizontal și în cel vertical, este foarte simplu, și se reduce la o singură roată, căreia i se imprimă o rotație pentru schimbarea de direcție verticală și o înclinare la dreapta sau la stânga pentru direcția orizontală. Această simplicitate, pe lângă că permite aviatorului să aibă sub mână un punct de sprijin permanent, îl mai scutește de tensiunea de spirit ce ar fi impus un dispozitiv mai complicat, și care ar fi fost așa de obositoare și de periculoasă în timpul sborului, când aviatorul are trebuință să aibă, din contră, toată libertatea sa de spirit.

11. In fine, aeroplanul d-lui Vlaicu posedă un sistem de roți, de resorturi și de bandaje de cauciuc, dispuse în așa fel, încât în momentul coborîrii asigură o atingere cu pământul cât se poate de lipsită de comoțiuni violente.

Din toate acestea, se vede că d-l Vlaicu are meritul de a fi realizat un aparat care întrunește într'un grad înalt avantajele obținute de alți aviatori, pe lângă unele cari sunt speciale numai aparatului d-sale. Intr'o știință cu totul nouă, care încă nu a ieșit din faza încercărilor, și în care fiecare încercare implică pericol pentru viața experimentatorului, și mai ales cu lipsa de mijloace contra căreia a avut să lupte d-l Vlaicu, este un merit mare ca să fi ajuns d-sa a realiza un aparat, care și-a făcut probele în mod așa de strălucit față de alte modele, în ocazii hotărîtoare, cum a fost în timpul manevrelor noastre de anii trecuți.

De aceea, dacă până acum d-l Vlaicu nu a avut încă norocul să ocupe în țara sa un loc cel puțin egal cu acela ce se acordă inventatorilor străini, este, cred, o datorie pentru Academie ca să îndrepteze ea, măcar în parte, această nedreptate, acordând lucrărilor d-lui Vlaicu premiul Lazăr pentru 1912.

(Analele Academiei Române Seria II Tom. XXXIV 1911—1912 pg. 254—257).

16.

Pata cea mare roșie de pe planeta Jupiter

1912

PATA CEA MARE ROȘIE DE PE PLANETA JUPITER

Comunicare la Academia Română în ședința dela 18 Mai 1912

Printre obiectele cerești cari exercită mai mult curiozitatea și sagacitatea învățaților, este și pata cea mare roșie de pe planeta Jupiter, care a fost descoperită încă de acum două secole și jumătate, dar căreia nu i s'a găsit încă nicio explicație pe deplin satisfăcătoare.

Să dau mai întâiu descripția ei, după cele mai recente tratate speciale.

Pata a fost descoperită de către J. D. Cassini,[156] la 1664, pe marginea inferioară a bandei ecuatoriale australe. A urmărit-o până în 1666, pe urmă a revăzut-o în același loc în 1672 și în 1677.[157] Maraldi a observat-o din nou dela 1708 până în Ianuarie 1709. Insă la opoziția următoare a planetei, pata dispăru din nou și nu se mai văzu până în 1857. Ea s'a mai văzut pe urmă în 1870, 1871 și 1873, iar dela opoziția din 1878 a început să fie studiată în mod mai serios.

In 1878, se observă în locul unde fusese pata lui Cassini un mic nor de coloare roză, care fu urmărit cu băgare de seamă până în 1901.

Forma petei variază în timpul învârtirii planetei, din cauza înclinărilor diferite sub cari se prezintă vederii noastre. Când se proiectează în mijlocul discului planetei, ea are forma unui oval, cam de trei ori mai lung în sensul ecuatorului lui Joe decât în sensul perpendicular. Maximul dimensiilor ei a fost de 11″,6 în sensul lungimii și de 3″,9 în al lățimii. Ținând seamă de distanță, aceste dimensii însemnează 200.000 și 67.000 kilometri.

Pata este de ordinar de o coloare uniformă, roșie închisă; uneori însă ea dispare de tot pentru un timp destul de lung. Când este vizibilă, ea este înconjurată de un inel eliptic luminos, de coloare albă.

Pata este situată lângă marginea de sud a bandei ecuatoriale meridionale, care în vecinătatea ei se îndoaie și se îngustează, fără să se confunde cu dânsa. Atât forma, cât și dimensiile ei au rămas aproape invariabile în timpul celor 23 de ani consecutivi cât a fost studiată de Hough.[158] In tot timpul acesta ea a rămas vizibilă ; însă gradul de vizibilitate a fost foarte variabil, așa că uneori abia se distingea.

O particularitate foarte însemnată este că pata nu este de tot fixă pe discul planetei. In cei 23 de ani, ea s'a mișcat cu vreo 29.000 kilometri în sensul perpendicular pe ecuator. De asemenea, nici durata rotației sale în jurul axului planetei nu e constantă ; se pare că a variat cu vreo 10 secunde în 80 de ani, uneori crescând, alteori scăzând.

S'a observat că acest corp aruncă umbră pe discul planetei atunci când este luminat oblic de soare. S'a mai observat că constituția sa superficială diferă mult de a bandei luminoase lângă care se află. In adevăr, în 1880 Hough avu norocul să vadă un satelit trecând peste pata roșie. Cât timp el se află în dreptul bandei luminoase ecuatoriale, el fu invizibil. Când veni în dreptul petei roșii, el deveni vizibil, și dispăru din nou când, după ce trecuse pata, se proiectă iarăși pe banda ecuatorială.

Atâta se știe despre acest obiect ceresc.

Care să fie acum explicația lui ?

O părere ar fi că ea provine dintr'un corp solid care plutește pe o massă lichidă. Corpul acesta ar fi o insulă plutitoare, formată din tot felul de detritusuri,[159] minerale și vegetale, aglomerate între dânsele. Pe această insulă s'ar desvolta o floră mai mult sau mai puțin bogată, variind și după anotimpuri, și în afară de ele, prin alternarea a diverse feluri de vegetale. Asemenea insule plutitoare se găsesc pe pământ, pe lacul Titicaca în Bolivia ; și chiar în Delta Dunării d-l Antipa[160] a constatat existența unor formațiuni de acest fel, cari, dacă nu se pot mișca din loc, este numai pentrucă sunt în atingere cu continentul.

Ipoteza aceasta ar explica variațiile de coloraţie, și chiar dispariția temporară a petei, prin faptul că vegetația își schimbă coloarea în cursul diferitelor faze ale evoluțiunii sale. Se mai poate ca unele spețe de vegetale să dispară și să fie înlocuite cu altele, de o coloare diferită. Se poate în fine ca pata să devină invizibilă dacă coloarea vegetației diferă prea puțin de a lichidului pe care plutește insula. Chiar forma rotundă a obiectului,

care ochilor noștri se prezentă ca ovală în parte din cauza curburii suprafeței planetei, și-ar găsi explicația în tendința bine cunoscută pe care o au masele plutitoare de a lua forma circulară, prin efectul coeziunii, așa cum face o pată de untdelemn pe apă.

Rămâne a se lămuri chestia umbrei pe care o aruncă pata la unele momente pe corpul planetei. Cum poate să ia naștere umbra aceasta, pe câtă vreme masa opacă care o produce este aplicată chiar pe suprafața planetei?

Socotesc că o observație recentă, făcută de aviatori cari au sburat pe deasupra mărilor, poate servi aci.

Acești aviatori afirmă că, pentru un observator pus la oarecare distanță deasupra suprafeței mării, apa devine cu atât mai transparentă, cu cât înălțimea punctului de observație este mai mare; așa că, pentru acești aviatori, fundul mării devine vizibil în cele mai mici amănunte, până la niște adâncimi unde nu poate de loc pătrunde vederea unui observator pus chiar la suprafață.

Dacă dar un obiect de dimensii destul de mari și luminat oblic plutește pe suprafața mării, micșorarea cantității de lumină primită de massa lichidă cuprinsă în volumul de umbră proiectată de obiect ar deveni perceptibilă pentru un aviator; și această perceptibilitate ar fi cu atât mai mare, cu cât observatorul s'ar afla la o mai mare înălțime. Și dacă obiectul luminat este strălucitor, fenomenul va fi cu atât mai accentuat, din cauza contrastului.

Se poate obiecta că, chiar dacă se admite realitatea acestor fapte, ele nu ar explica cu ușurință aparențele petei lui Jupiter, deoarece la distanța acestei planete, umbra nu ar fi vizibilă pentru noi decât dacă ar avea o lărgime de cel puțin 500 kilometri, ceeace ar presupune că mările de acolo au niște adâncimi extraordinar de mari. Dar dacă am admite că marea joviană are adâncimi vecine de 100 kilometri, — ceeace nu este prea mult, dacă ținem seamă de diametrul planetei, care e de 10 ori mai mare decât al pământului, și de adâncimile de peste 8.500 metri cari se întâlnesc în mările de pe pământ, — ar fi de ajuns ca soarele să se afle la o înălțime de 11^0 deasupra orizontului petei de pe Jupiter, pentru ca lărgimea umbrei sale în masa lichidă de sub ea să atingă lărgimea de 500 kilometri.

Cred dar că ipoteza unei insule plutitoare răspunde destul de bine la aparențele petei roșii de pe Jupiter.

(Extras din Analele Academiei Române Seria II Tom. XXXIV 1911—1912 Memoriile Secțiunii științifice pag. 381—383.).

17.
Henri Poincaré

1912

HENRI POINCARÉ

Comunicare la Academia română în ședința dela 9 Noembrie 1912.

In Iulie trecut, s'a stins pe neașteptate, în deplina desvoltare a activității sale, Henri Poincaré, unul din cele mai desăvârșite genii din câte au onorat omenirea. Pierderea aceasta a fost dureros simțită nu numai de țara care-i dedese naștere, nu numai de întreaga lume științifică care-l privea ca pe cel mai strălucit reprezentant al ei, dar și de toți oamenii culți, până la cari pătrunsese răsunetul puternicei personalități a lui Poincaré.

Academia Română, ca și mai toate Academiile din lume, număra pe Poincaré printre membrii săi de onoare.

De aceea am socotit că se cuvine ca în sânul ei să se facă o dare de seamă asupra operei marelui învățat, care pe deplin a meritat numele de *Princeps mathematicorum*, purtat altădată de Gauss.[161]

Nu trebue însă să vă așteptați la o expunere completă, nici la o analiză critică a acestei opere. Nu în unul sau două sferturi de oră se poate înșira, nici judeca o activitate științifică care s'a tradus prin peste 1.500 de volume, memorii, studii și note de tot felul, răspândite în publicațiile științifice de pe toată fața pământului. Ar mai trebui pentru aceasta o competență vastă și variată, pe care eu sunt departe de a o avea. Și de altfel opera lui Poincaré a coprins ramuri de știință așa de multe și așa de variate, iar unele din lucrările sale sunt așa de speciale și atât de profunde, încât un ilustru matematician nu s'a sfiit să spună că sunt unele pentru cari nu se găsesc în toată lumea zece oameni în stare de a le înțelege; iar d-l Darwin,[162] care a prezidat anul acesta Congresul de matematică dela Cambridge,

a spus că singurul om care ar fi fost în stare să judece cu toată competența voită întreaga operă a lui Poincaré, nu ar fi fost altul decât Poincaré însuși.

De aceea, expunerea mea va fi palidă și necompletă.

* * *

Este foarte greu să se stabilească o clasificare în activitatea unui om care a atins cu o egală superioritate orice ramură a științei asupra căreia și-a oprit ochiul. De cele mai multe ori, un om de știință adoptă o anumită parte cu care se ocupă în deosebi, pentru care capătă predilecție și în care dobândește mai multă competență; în alte domenii, nu se mai simte la largul lui. Cu Poincaré nu a fost așa. Erudiția lui științifică era așa de întinsă și de adâncă și puterea lui de pricepere așa de mare, încât își alegea după voie subiectele sale de cercetare, și pretutindeni imprima cu aceeași putere semnele geniului său. Îl vedem astfel, în timpul celor 32 de ani cât a aparținut învățământului superior, trecând după trebuințele serviciului și fără cea mai mică greutate, dela catedra de analiză la cea de mecanică fizică, de acolo la fizica matematică și calculul probabilităților, pe urmă la astronomia matematică și mecanica cerească; și peste tot prefăcând și reînoind metodele, făcând descoperiri capitale, schimbând fața științei. și, nemulțumit cu atâta, făcând incursii dese și fructuoase și în toate celelalte părți ale științei, și în cele din urmă în filosofia științifică, unde urmele lăsate de dânsul vor rămânea nesterse.

Cu toate acestea, se pot distinge în opera lui Poincaré patru direcții principale în cari el și-a îndreptat activitatea : analiza, mecanica cerească, fizica matematică și filosofia științifică.

Să mă încerc să enumăr, pentru fiecare din acestea, lucrările cele mai caracteristice.

* * *

Poincaré și-a inaugurat cariera sa de creator în știință prin însăși teza sa de doctorat : *Despre proprietățile funcțiilor definite prin ecuații cu derivate parțiale*, lucrare care făcu senzație la apariția sa, în 1879, și clasă îndată pe autorul ei ca matematician distins. După dânsa, descoperirile lui Poincaré se țin lanț.

Printre cele dintâiu, este o întreagă teorie creată de dânsul, aceea a funcțiilor cărora el le a dat numele de *fuchsiane* și *kleineiane*.[163] Pornind dela niște cazuri speciale studiate de Fuchs și Klein,[164] Poincaré știu să se ridice la un punct de vedere cu mult mai superior, să privească lucrurile într'un mod cu mult mai general, și să introducă astfel în știință niște entități matematice, mai generale decât funcțiile eliptice, bucurându-se de proprietăți foarte însemnate, și având numeroase aplicații, pe cari însuși autorul lor le-a indicat, la teoria numerelor, la a curbelor algebrice și la a ecuațiilor diferențiale lineare cu coeficienți raționali sau algebrici, ale căror integrale Poincaré a demonstrat că se pot exprima cu ajutorul noilor sale funcțiuni. Una din proprietățile cele mai însemnate și mai caracteristice ale noilor funcțiuni este că ele rămân invariante atunci când variabila de care depind ele este supusă la toate substituțiile lineare cari fac parte dintr'o aceeași grupă discontinuă. Grupele cari împlinesc condițiile necesare pentru aceasta, Poincaré le-a numit *grupe fuchsiane* și *grupe kleiniane*.

Această descoperire capitală, făcută la vârsta de 27 de ani, este una din acele cari pun bine în evidență una din caracteristicele geniului lui Poincaré. Cu o putere de intuițiune care nu se poate găsi decât la oameni ca dânsul, Poincaré putea dintr'un avânt să se ridice dela un simplu caz particular până la concepția adevărului general și originar din care decurge, nu numai cazul acela, dar un întreg corp de adevăruri; și iată cum din această minte privilegiată au ieșit atâtea teorii noi, constituite gata, ca și când ar fi muncit la dânsele ani întregi, legiuni de învățați. Astfel, chiar în teoria funcțiilor fuchsiane, el știu să lărgească cadrul proprietăților funcțiilor eliptice, și să stabilească proprietăți analoage pentru cele fuchsiane: să considere funcțiile theta-fuchsiane și zeta-fuchsiane, mai generale decât cele eliptice cu același nume, și să creeze astfel metode nouă și fecunde pentru studiul funcțiilor și al ecuațiilor diferențiale lineare.

Tot așa, motivat de o notă a d-lui Appell[165] asupra unui caz particular observat și publicat de d-sa, Poincaré publică numai peste câteva zile un memoriu în care creează pe deantregul teoria determinanților infiniți, al căror rol foarte însemnat în teoria ecuațiilor diferențiale lineare tot el l-a arătat.

De altfel, nu acesta este singurul caz când Poincaré arăta el însuşi folosul ce se putea trage din descoperirile sale cele mai abstracte, în alte domenii ale ştiinţei. Aritmetica şi algebra superioară, fizica matematică, mecanica cerească au fost astfel transformate în multe părţi prin descoperirile lui.

Deşi este imposibil a se analiza, şi nici chiar a se enumera toate lucrările lui Poincaré, într'o ocazie ca cea de astăzi, voiu mai cita, în domeniul analitic, încă câteva din descoperirile lui cele mai însemnate.

Teoria funcţiilor fuchsiane creată de dânsul i-a permis să perfecţioneze teoria integralelor abeliane, şi între altele în punctul care priveşte reducerea lor la altele de un gen mai mic.

Prin memoriul său din 1883, el reuşi să reducă în mod general teoria funcţiilor analitice cu determinări multiple la aceea a funcţiilor uniforme.

In aritmetica superioară, el introduce noţiunea nouă a *invarianţilor*; în teoria funcţiilor întregi, el stabileşte necegalităţile sale; în teoria grupelor continue de transformări creată de Sophus Lie,[166] pe care o pune în legătură cu a numerelor complexe, în aceea a ecuaţiilor integrale ale lui Fredholm,[167] el intervine, totdeauna cu aceeaşi superioritate şi fecunditate. Ca să trateze chestia principiului lui Dirichlet[168] pe o cale nouă, el inventează metoda măturării (*balayage*). A creeat teoria sistemelor lineare compuse dintr'un număr infinit de ecuaţii cu un număr infinit de necunoscute, în legătură cu teoria determinanţilor infiniţi, creată tot de el.

De câtva timp se ştie că seriile divergente, cari altădată se considerau ca neutilizabile pentru reprezentarea valorilor funcţiilor, pot fi uneori întrebuinţate cu folos. Pe această cale, Poincaré a imaginat reprezentaţiile *asimptotice*, cărora le-a dat multe întrebuinţări în căutarea soluţiilor neregulate ale ecuaţiilor diferenţiale lineare şi în Mecanica Cerească.

In teoria generală a funcţiilor analitice de mai multe variabile independente, în legătură cu teoria residuelor, în care a adus însemnate generalizări, în aceea a formelor cuadratice, Poincaré a făcut de asemenea să se simtă puternica sa intervenţiune. In Geometria de poziţiune (*Analysis situs*), el a extins la spaţiul cu un număr oarecare de dimensiuni proprietăţile până atunci cunoscute şi relative numai la spaţiul cu două sau

trei dimensiuni. Cu aceeaşi ocazie, a extins o teoremă cunoscută a lui Euler relativă la poliedre, şi la poliedrele de un număr oarecare de dimensiuni.

Din această enumerare, foarte incompletă, abia se poate judeca întru câtva influenţa covârşitoare pe care a avut-o Poincaré asupra progreselor analizei matematice superioare în cei din urmă treizeci de ani.

* * *

In Mecanica Cerească, lucrările lui Poincaré au o însemnătate tot aşa de mare ca şi acele de analiză pură.

In prima linie, marea sa scriere *Les méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste* transformă ştiinţa cu totul. La începutul secolului XIX, Laplace constituise un corp de doctrină care, în lineamentele lui generale, rămăsese aproape neschimbat. Lucrările lui Delaunay, Newcomb,[169] Gyldén,[170] Lindstedt[171] introduseseră metode nouă şi mai perfecte în câteva părţi ale ştiinţei; dar aceste lucrări, nearmonizate între ele şi nu destul de răspândite, lăsaseră aproape neatinsă opera lui Laplace.

Trecând la catedra de Mecanică Cerească dela Sorbona, Poincaré făcu îndată să se simtă şi aci puterea geniului său. Chiar dela început, învăţământul său imprimă ştiinţei o notă personală, şi nu după multă vreme întregul ei corp se găsi prefăcut. Nu numai metodele deja imaginate după Laplace îşi găsiră locul lor natural în ştiinţa complet refăcută, dar metode nouă, numeroase, originale şi fecunde, datorite personal lui Poincaré, veniră să se adaoge şi să ducă la rezultate nouă. Opera *Les Méthodes nouvelles* va face epocă în istoria ştiinţei, tot aşa cum a făcut şi a lui Laplace. „E probabil, zice d-l Darwin, că în viitoarea jumătate de secol cartea aceasta va fi mina din care lucrătorii mai modeşti îşi vor scoate materialul lor. Această mină este aşa de vastă şi numărul ideilor este aşa de mare, încât mă găsesc în faţa unei dificultăţi considerabile ca să vorbesc despre această lucrare aşa cum s'ar cuveni."

Dar şi aci, ca şi în analiză, Poincaré nu se mărgineşte numai la teoria pură, ci o aplică la probleme concrete de cea mai mare importanţă, din punctul de vedere al constituirii universului.

In chestia fluxului mării, el ţine seamă pe rând de toate

greutăţile, mari şi numeroase, ale problemei; între altele de influenţa continentelor, precum şi de atracţia mării asupra sa însăşi.

In memoriul său asupra figurii de echilibru a unui lichid în rotaţie, Poincaré ajunge, prin o formă de raţionament nouă şi de o nespusă eleganţă, la rezultate nouă şi cu totul neaşteptate.

Chestia aceasta fusese deja studiată înainte de Poincaré, şi între alţii de Laplace şi de Jacobi. Cel dintâiu găsise, ca formă de echilibru, sferoidul de revoluţie turtit la poli; cel de al doilea descoperise, lucru mai surprinzător, că mai sunt alte două forme de echilibru, elipsoide cu axe inegale. Dar demonstraţiile lor, făcute prin calcul, erau nespus de lungi şi grele.

Poincaré atacă şi el problema, şi, după obiceiul lui, o priveşte deodată în toată întregimea şi generalitatea ei. Demonstraţia lui, adevărată minune de eleganţă, concizie şi simplicitate, se reduce la patru sau cinci pagine de text şi câteva figuri, fără cea mai mică formulă, fără cel mai mic calcul; şi cu toate acestea, în acele câteva rânduri, Poincaré, nu numai regăseşte formele deja aflate de Laplace şi de Jacobi, dar stabileşte că mai sunt şi o infinitate de alte forme de echilibru, cari depind de valoarea iuţelii de rotaţie a masei. El mai demonstrează şi posibilitatea ca masa mobilă să se despartă în două, din cauza rotaţiei.

Aceste rezultate sunt de natură de a arunca o lumină vie asupra chestiilor celor mai delicate relative la forma corpurilor cereşti şi la constituirea universului.

In aceeaşi ordine de idei, plecând dela o ipoteză a d-lui Trouvelot,[172] el demonstră că inelele lui Saturn nu sunt formate din o massă continuă, solidă, lichidă sau gazoasă, ci sunt constituite din o infinitate de corpuri solide foarte mici cari formează o adevărată pulbere de materie şi cari circulă în jurul planetei, fiecare după legile atracţiei universale. Hirn[173] demonstrare deja pe altă cale că inelele nu pot fi nişte masse solide continue.

Trecând în fine peste nenumărate alte memorii, toate inspirate de aceeaşi puternică originalitate, trebue să amintesc celebrul lui memoriu din 1889 asupra stabilităţii sistemului solar, pentru care a dobândit medalia cea mare de aur la concursul internaţional de matematice instituit la Stockholm de regele

Oscar II. Chestia era veche, căci încă dela 1773 Laplace anunţase că, dacă ne mărginim numai la întâia putere a masselor, axele cele mari ale orbitelor planetare nu suferă variaţii seculare. S'au mai ocupat de chestie şi Lagrange, Poisson şi Liouville; însă ea prezentă aşa de mari greutăţi, încât proprietatea invariabilităţii axelor nu putu fi demonstrată decât ţinându-se seama numai de pătratele maselor. Se credea totuşi prin analogie că această proprietate este cu totul generală, presupunere care s'a dovedit neîntemeiată atunci când eu am reuşit să demonstrez că invariabilitatea axelor, şi prin urmare stabilitatea seculară a sistemelor planetare, nu mai subsistă dacă se ţine seamă şi de cuburile maselor. Plecând de aci, Poincaré scrise minunatul său memoriu, în care generalizează rezultatul astfel dobândit, şi demonstrează prin urmare pentru toate cazurile existenţa perturbaţiilor seculare ale axelor; iar ca consecinţă nestabilitatea formei şi dimensiunilor generale ale sistemului solar, deşi variaţia lor se face foarte încet.

Fără îndoială că omul care stăpânea ştiinţa în mod aşa de desăvârşit şi care avea concepţia aşa de largă încât putea să domine dintr'o ochire întregul ei domeniu, era indicat ca să urce şi ultima treaptă şi să privească în faţă imensa problemă a constituirii universului. Şi a făcut şi pasul acesta. Pentru întâia oară, pe cât ştiu, Poincaré a inaugurat un curs asupra ipotezelor cosmogonice, în care, cu necomparabila sa siguranţă, cercetează pe rând toate principalele sisteme propuse, începând dela Kant, Laplace şi Faye,[174] până la Darwin, Lockyer[175] şi Arrhenius,[176] supunându-le celei mai severe analize matematice. El are astfel meritul de a fi curăţit terenul de toate părerile cari erau în opoziţie formală cu principiile matematice, între cari în prima linie trebue pusă chiar sistema lui Kant, de a fi stabilit un mare număr de fapte certe cari vor putea în viitor servi ca puncte de plecare sigure, şi de a fi deschis orizonturi nouă şi largi.

* * *

Fizica Matematică a avut norocul ca Poincaré să trăiască tocmai în timpul când faţa ştiinţei se schimba, pe de o parte prin câteva descoperiri capitale, pe de alta prin ivirea câtorva învăţaţi cari formulară ipoteze noue şi îndrăsneţe asupra celor mai ascunse proprietăţi ale constituţiei materiei.

Principiul lui Carnot,[177] teoria electro-magnetică a lui Maxwell, teoria lui Helmholtz,[178] teoria lui Lorentz,[179] descoperirea undulațiilor electrice de Hertz, a fenomenului lui Zeeman,[180] a razelor catodice și a razelor Röntgen,[181] a radiului și celorlalte materii radiante, teoria ionilor și a ionizațiunii; toate aceste evenimente schimbau cu totul vechiul aspect al științei din vremea lui Fresnel,[182] Ampère,[183] Lamé[184] și Fourier.[185] Dar aceasta reclama și reconstituirea pe aceste baze nouă a teoriilor matematice cari leagă între dânsele fenomenele, le explică și le prezentă ca consecințe logice și naturale ale unui mic număr de legi. Opera aceasta o făcuse altădată Fresnel pentru optică, Lamé pentru elasticitate, Fourier pentru căldură. De rândul acesta, Poincaré singur își luă sarcina de a reface întreaga doctrină a Fizicei Matematice, și și-a împlinit această sarcină tot cu acea superioritate care caracterizează toată opera lui.

Partea aceasta a operei lui Poincaré, produs în mare parte al cursului său dela Sorbona, se găsește și ea răspândită într'un foarte mare număr de memorii, risipite prin publicațiile matematice din lumea întreagă. Ea însă a fost reunită și sintetizată în vreo 15 volume, redigiate de elevii lui Poincaré după cursul său dela Facultate, și cari cuprind ideile, metodele și demonstrațiile lui asupra acestei părți a activității lui.

Ca și în celelalte studii ale lui, Fizica Matematică a fost pentru Poincaré o nouă ocazie, pe de o parte de a aplica vasta sa erudiție matematică la studiul legilor și fenomenelor naturale, iar pe de alta, acolo unde matematica nu-i punea la dispoziție mijloace suficiente, de a crea pe dea'ntregul metodele nouă de cari avea nevoie. Astfel, trebuința de a reuni într'un studiu comun o serie întreagă de probleme a căror teorie prezentă oarecari puncte de asemănare, inspiră lui Poincaré ingenioasa sa metodă a *măturării* (balayage). Studiile lui asupra vibrației membranelor, cari i-au permis a demonstra existența armonicelor superioare, pe când înaintea lui nu se cunoștea decât prima armonică, îi dau ocaziunea de a găsi soluția riguroasă pentru un mare număr de cazuri a integrării ecuației fundamentale cu derivate parțiale de ordinul al doilea.

Tot lucrări de Fizică Matematică au inspirat lui Poincaré memoriul său *Asupra metodei lui Neumann și problemei lui Dirichlet*, prin care dă un nou mijloc de a se rezolva această problemă.

Dar este imposibil să fac nici chiar o simplă enumerare a tuturor lucrărilor lui Poincaré în această direcție.

* * *

Rămâne să mai arunc o ochire asupra operei lui filosofice.

Am semnalat mai sus marea lui putere de generalizare, care constitue poate caracterul cel mai prețios al acestui geniu fără pereche. In această privință, iată cum se exprimă d-l G. H. Darwin :

„Caracterul dominant al modului de a lucra al d-lui Poincaré mi se pare că consistă într'o imensă amploare a generalizațiilor, așa că marele număr al deducțiilor posibile mai că te intimidează uneori. Această putere de a prinde principiile abstracte este marca intelectului adevăratului matematician ; dar pentru cel care este deprins a se ocupa mai mult de concret, este uneori mare greutate de a se face stăpân pe raționament. Pentru acest de al doilea fel de spirite, procedura cea mai ușoară este de a examina vreun caz simplu și concret, pentru a se ridica pe urmă la privirea mai generală a problemei. Imi închipuesc că d-l Poincaré nu urmează în lucrarea sa drumul acesta, și că i se pare mai lesne să considere mai întâi ieșirile cele mai largi, pentru a se scoborî pe urmă către cazurile mai speciale. Este rar ca cineva se posede facultatea aceasta într'un grad înalt, și nu trebue să ne mirăm dacă cel care o posedă a putut să reunească o așa de nobilă moștenire pentru oamenii de știință din generațiile viitoare".

Este natural că un spirit astfel constituit să se fi simțit atras către speculațiile filosofice, cărora la dânsul serveа ca temelie nemărginita sa erudiție și rara sa putere de intuițiune. De aceea vedem încă de timpuriu apărând articole și memorii de-ale lui cu caracter filosofic, asupra principiilor științei și asupra raționamentului științific.

Dar în această direcție, lucrările lui cele mai cunoscute, cari l-au făcut popular și în afară de cercul restrâns al oamenilor consacrați științei celei mai înalte, au fost cele trei volume, publicate dela 1902 încoace : *La Science et l'Hypothèse*, *La Valeur de la Science* și *Science et Méthode*.

Nu este locul de a analiza aci aceste lucrări. O asemenea întreprindere ar cere un timp de care nu dispun. Dar se știe că

în lumea filosofanţilor ele au produs mare sgomot, şi au dat loc la nenumărate discuţii, răspunsuri, interpretări şi protestări; căci se pare că nu este prea comună virtutea acelui ilustru matematician care recunoştea că poate nu sunt zece inşi pe lume cari să fie în stare să înţeleagă unele opere matematice ale lui Poincaré. Ca să înţeleagă, să judece şi să critice opera lui filosofică s'au găsit nu zece, ci sute şi mii de inşi, cari în două-trei fraze se simţeau în stare să decreteze că o admit sau nu o admit. Cum au înţeles-o, se cunoaşte după aceea că s'au găsit unii cari, din ce scrisese Poincaré, au înţeles că el susţine imobilitatea pământului, şi să deducă de aci că avusese dreptate Inchiziţia contra lui Galileu.

E lesne de înţeles ce efect trebue să fi produs acest fel de manifestare a spiritului filosofic al timpului asupra unui om deprins a nu da cuvintelor decât înţelesul lor propriu, neştiutor în arta răstălmăcirii, şi obişnut exclusiv cu modul de discuţie ştiinţific, onest şi conştiincios. De aceea îl vedem odată, — o singură dată în viaţa lui, — dând un semn de impacienţă, sub forma unui articol, intitulat: „Se învârteşte Pământul?", în care zice: „Incep a fi cam enervat de tot sgomotul pe care-l face o parte din presă în jurul câtorva fraze luate din o carte a mea, şi a opiniilor ridicole ce-mi atribue".

Aceasta este poate singura imputare pe care a meritat-o în viaţa lui blândul filosof, că s'a lăsat să fie preocupat, fie şi un singur moment, de zisele celor a căror meserie este specula de cuvinte. Dela înălţimea la care era ajuns, îi era permis lui ca, mai mândru decât poetul, să treacă fără a se uita.

De altfel, dacă pe de o parte merită critică aceia cari se amestecă să judece lucruri pe cari nu le înţeleg, pe de alta ei merită şi oarecare indulgenţă, căci nu oricui îi este dat să urmeze pe Poincaré până unde se ridică el.

S'a zis de mai multe ori că una din principalele calităţi cari se cer unui bun geometru este imaginaţia; şi în adevăr, e o întrebare cine a avut mai multă trebuinţă de această facultate, autorul unui poem, sau Riemann[186] când a creeat geometria sa?

In orice caz, nici această strălucită calitate nu a lipsit lui Poincaré, pentru ca să fie matematician desăvârşit. Fără să o urmăresc în întreaga sa operă, în care se regăseşte la fiecare pas, mi-e destul să amintesc aci modul în adevăr neaşteptat

cum învederează el putința existenței unui spațiu alcătuit altfel decât acesta în care trăim, și în care, din această cauză legile geometriei ar fi cu totul schimbate. Dar pentru a-l urmări în asemenea speculațiuni, simte oarecare greutate chiar un matematician, deprins cu considerația ultraspațiului și a geometriei ne-euclidiane: ce mirare să fie dar dacă alții, nepregătiți, nu l-au înțeles de loc?

* * *

„Poincaré și-a dobândit un așa de mare renume, încât i se făurește o mitologie încă fiind el în viață", a zis d-l Sageret. In adevăr, lumea nu se poate deprinde cu ideea că oamenii excepționali, în afară de geniul lor, sunt oameni la fel cu ceilalți.

Poincaré nu a scăpat de regula comună, și a văzut formându-se o întreagă legendă împrejurul copilăriei sale, a primelor sale încercări în știință, a celebrelor sale distracții, din cari cea mai mare parte erau produsul imaginației pretinșilor săi biografi. Și cu toate acestea, câtă simplicitate, ce lipsă absolută de fanfaronadă și de reclamă, câtă modestie adevărată la acest om care frământa universul întreg în creierul său, și care, după o vorbă care iarăși s'a spus despre dânsul, „făcea să i se ierte genialitatea prin modestia sa!" Surâdea cu indiferență de câte ori mai auzea de o nouă legendă creată împrejurul lui, și continua să străbată viața, în aparență absorbit exclusiv de ecuațiile și teoriile sale și inaccesibil la toate patimile omenești. Și cu toate astea nu era așa: omul acesta care într'o viață atât de scurtă a edificat o operă colosală, nu consacra decât patru ore pe zi studiilor sale de predilecție. Ar putea crede cineva că aceasta era o imposibilitate, dacă Poincaré însuș nu ne-ar fi explicat, așa de frumos și lămurit, existența muncii intelectuale subconștiente, care la dânsul era așa de intensă, se continua fără întrerupere și-l ducea de multe ori la descoperiri mari, uneori în van urmărite multă vreme prin muncă conștientă.

De aceea, cu toată prodigioasa sa activitate științifică, îl vedem că are încă vreme pentru o mulțime de lucruri. Supravegbia și dirigia publicarea numeroaselor volume cari cuprindeau cursul său dela Sorbona și celelalte lucrări ale lui; în toate ocaziile când era chemat să reprezinte Academia, Universitatea sau țara sa, scria și vorbea într'o limbă elegantă, concisă, și cu

toate astea plină de imagini și de viață, pe care se mirau să găsească la dânsul cei cari-și făceau altă idee despre ce este un matematician; iar când reputația lui deveni universală și când lumea învățată de peste tot îl solicită să meargă și pe aiurea să deverse binefacerea luminilor sale, el se grăbi să o facă, și-l vedem astfel purtând gloria sa și a țării sale pe la Viena, Berlin, Gottingen, Londra, în Statele-Unite din America, înconjurat pretutindeni de respectul și admirația tuturor, onorat de colegii săi din alte țări cu numele de „*die erste Autorität von dieser Zeit*".[187]

Și pe lângă toate acestea, om de raporturi sociale plăcute, plin de bunăvoință pentru toți, mai ales pentru cei modești și timizi ca și dânsul, iubindu-și și îngrijindu-și familia și pasionat pentru muzică.

Când ai sub ochi un așa fel de om, oare nu ești tentat să crezi că vezi realizată aproape perfecțiunea visată de unii? Și nu te simți mândru că faci parte din specia care poate să producă asemenea exemplare?

Mândria aceasta a simțit-o nu numai Franța, patria lui, dar toată lumea cultă, care și-a dat seama că se onora pe sine însăși onorând pe Poincaré. De aceea omul acesta, modest și liniștit, a avut rarul noroc de a vedea recunoscându-i-se meritul încă fiind el în viață. Toate Academiile din lume l-au proclamat membru al lor, toate recompensele științifice cele mai rare și mai căutate i-au fost conferite. Dar toate acestea nu pot să facă să se uite că știința pierde pe cel mai strălucit din reprezentanții ei, după o viață prea scurtă, tocmai în momentul când un șir de descoperiri capitale o transformă cu totul, și când geniul lui Poincaré era singurul în stare de a sintetiza mulțimea faptelor în teorii fecunde.

(Extras din Analele Academiei Române, Seria II. Tomul XXXV 1912—1913. Memoriile Secțiunii Științifice p. 41—51).

Anexă

Mecanica socială*

* Traducere de Lucian Pricop.

PREFAȚĂ

Au trecut aproape 70 de ani de când Auguste Comte a utilizat denumirile de statică socială *și* dinamică socială*. Având un astfel de precedent, titlul lucrării de față se justifică și se explică, cu toate că problema pe care ne-o propunem este mult diferită de cea dezbătută de ilustrul filozof.*

Prin natura lor, chestiunile tratate aici atrag implicarea matematicienilor, în aceeași măsură ca pe aceea a sociologilor. În aceste condiții, expunerea subiectului devine destul de dificilă. De asemenea, am fost obligați uneori să sacrificăm într-o oarecare măsură rigoarea expresiei în favoarea a ceea ce am crezut că poate fi clar pentru cititorii puțin familiarizați cu formulările și spiritul matematic. Sperăm că acest mic inconvenient nu va fi condamnată de matematicienii care ne vor face onoarea să ne citească.

București,
27 noiembrie 1910

INTRODUCERE

Studiul de față este o încercare de aplicare a metodei științifice în cercetarea problemelor sociale. Se poate considera drept o alegere neinspirată momentul pentru a supune legilor științei fenomene ce păreau definitiv eliberate de sub acțiunea lor, moment în care spirite insurgente proclamă fie falimentul, fie anarhia științei.

Dată fiind libertatea de alegere ca unii să aibă astfel de îndoieli asupra valorii științei, este cu atât mai natural ca admiratorii ei să-și făurească speranțe ca urmare a marilor descoperiri care deschid căi atât de noi și de fecunde pentru a explora și mai în profunzime în cunoașterea lucrurilor.

Dintotdeauna, fenomenele sociale au reprezentat obiect pentru studii numeroase și profunde, fapt explicabil prin interesul special pe care-l suscită problemele bunăstării și progresului societăților umane. Cu toate acestea, studiile au condus arareori la rezultate generale.

În continuare, ne propunem să prezentăm o metodă capabilă să asigure, în opinia noastră, introducerea, în studiul problemelor sociale, a rigorii raționamentului care poate oferi, în ceea ce numim „științe exacte", rezultate strălucite.

Metoda noastră are drept fundament faptul că anumite principii care guvernează mecanica rațională pot fi instituite, într-un anumit fel, și pentru fenomenele sociale. Rezultă astfel că fenomenele sociale sunt dirijate de legi analoage cu cele ce dirijează echilibrul și mișcarea materială; ipoteza odată formulată, ar trebui să rezulte că proprietățile demonstrate în mecanica rațională s-ar putea aplica imediat fenomenelor sociale.

Din nefericire, nu este chiar așa. În primul rând, cauzele care guvernează echilibrul și mișcarea sunt mai numeroase în sociologie decât în mecanică, iar apoi studiul modului de acțiune a acestor cauze este mult diminuat în sociologie, în raport cu mecanica. Dar, în pofida acestor dificultăți, metoda va permite obținerea unor rezultate importante.

Sperăm că lucrarea de față va contribui într-o anumită măsură la progresul științei sociale, prin mijlocul de investigație pe care i-l pune la dispoziție și care va permite să se aducă mai multă ordine și un sistem mai bine definit în cercetările viitoare și să se extragă mai ușor legile generale. Fiind o primă încercare, fără îndoială, va avea și imperfecțiuni; vor fi, în toate cazurile, părți

susceptibile de o mai mare dezvoltare şi concluzii care nu vor fi duse până la capăt. Dacă primii noştri paşi sunt bine asiguraţi, sperăm că lacunele începutului vor fi treptat înlăturate.

Lucrarea va avea de suferit, de asemenea, şi de pe urma împrejurărilor în care a fost scrisă, autorul său neputând avea nici răgazul, nici întreaga libertate de spirit necesară, datorită preocupărilor şi grijilor pe care i le impuneau funcţiunile dificile pe care le îndeplinea în ţara sa; dar împrejurări deosebite l-au obligat să se grăbească mai mult decât şi-ar fi dorit. De altminteri, lucrarea întocmită în aceste condiţii va avea cel puţin avantajul de a fi fost făurită în însuşi mediul în care a fost concepută şi care a contribuit puternic la această concepţie. Într-adevăr, ideea de bază a metodei pe care o expunem s-a inspirat din apropierile făcute de nenumărate ori de către autor între dezvoltarea unor fenomene sociale şi anumite legi şi metode ştiinţifice; el a fost uneori chiar în măsură să verifice aceste apropieri ale căror consecinţe puteau deveni atât de fecunde pentru rezultate utile. Ne grăbim să adăugăm că n-au lipsit nici nereuşitele, căci va trebui să treacă încă mult timp până când, dacă nu toate fenomenele sociale, cel puţin o bună parte dintre ele să poată fi studiate după o metodă pur ştiinţifică; dar putem de pe acum să dăm asigurări că, dacă din cauza lipsei unei cunoaşteri exacte şi complete a datelor problemei, n-am putut decât rareori să tratăm o chestiune după principiile ştiinţifice, a trebuit totdeauna să deplângem faptul că, atunci când, putând-o face, n-am făcut-o. Dacă ideile noastre îşi obţin consacrarea din partea savanţilor şi dacă alte lucrări vin să o completeze pe a noastră, se poate spera că într-o zi se vor putea substitui metode sigure în rezolvarea multor probleme care astăzi sunt prea des la bunul plac al inspiraţiei de moment, al întâmplării sau al pasiunilor.

De altfel, nu trebuie să se creadă că principiile pe care le expunem şi rezultatele la care ajungem sunt totdeauna lucruri noi. Adesea, spiritul uman a ştiut să ajungă pe alte căi, dacă nu să demonstreze riguros, cel puţin să întrevadă şi câteodată chiar să formuleze destul de exact principii a căror demonstraţie ştiinţifică nu este uşoară; bunăoară, *principiul minimei acţiuni*. Şi legislaţia naţiunilor civilizate cuprinde deseori principii de care matematicianul cel mai exigent ar putea fi satisfăcut. Tot astfel, la baza demonstraţiilor noastre se vor găsi numai adevăruri general admise şi totdeauna uşor de pus în evidenţă, dacă se îndepărtează aparatul matematic simplu pe care uneori l-am întrebuinţat din necesităţi de demonstraţie sau de expunere.

* * *

Pentru a face o expunere completă asupra obiectului nostru, am fost uneori obligaţi să amintim lucruri bine cunoscute. Cititorii, cărora aceste noţiuni le sunt familiare, nu vor fi stânjeniţi; dar ele erau necesare pentru a permite expunerea chestiunilor în mod complet.

În ceea privește terminologia pe care am adoptat-o, ea este afectată desigur de metoda însăși. Dar am crezut că facem bine, menținând aproape peste tot termenii analogi din mecanica rațională, pentru a marca mai bine apropierea și pentru a facilita comparația.

* * *

Sperăm că această lucrare, rod nu numai al raționamentului pur, dar și al observației și al unei experiențe destul de îndelungate, va răspunde într-o anumită măsură unei necesități de care își dau perfect seama aceia care, mai mult sau mai puțin implicați, sunt chemați să se ocupe de treburile publice. Nu există niciun singur om de stat, demn de acest nume, care să nu fie izbit de insuficiența mijloacelor de care dispunem pentru a rezolva dificultățile ivite la fiece pas în viața popoarelor. Dificultățile provin în primul rând din însuși caracterul complicat al problemelor puse, din numărul mare de elemente ce le constituie și din ignoranța aproape completă în care ne aflăm în privința legilor ce guvernează fenomenele sociale, precum în cazul tuturor celorlalte fenomene naturale. Tocmai această ignoranță este cauza pentru care, deseori, chiar oamenii de stat cei mai iluștri sunt siliți să conteze mai mult pe noroc și pe neprevăzut decât pe propria lor știință. Tot datorită ei apare o multitudine de oameni plini de încredere care au totdeauna soluții pregătite pentru problemele cele mai spinoase. Și tot ea vine în avantajul celor ce, din ignoranță, interes sau rea-credință, împovărează viața publică cu multe contraadevăruri, întunecând încă, cel mai adesea intenționat, chestiuni destul de obscure prin ele însele. În mijlocul acestor dificultăți, împiedicat să studieze liniștit problemele pe care este chemat să le rezolve, hărțuit din toate părțile, în lupta continuă cu eroarea și minciuna, omul de stat este obligat să-și îndeplinească datoria atât de plină de responsabilități dificile. Și astfel, ceea ce se cheamă politică nu este de multe ori decât o textură de expediente, de meschine subtilități, de mici intrigi, de josnicii mărunte – care, de altfel, nu sunt totdeauna chiar atât de mărunte –, în loc să fie ceea ce ar trebui să fie, o știință foarte dificilă, clădită însă pe baze solide.

Va veni oare vreodată ziua în care această știință va fi deplin constituită? O sperăm, iar scopul prezentei lucrări este de a arăta posibilitatea de a atinge acest rezultat, posibilitate pe care spiritele cele mai distinse o iau în considerare de pe acum cu încredere. E de ajuns să citățm următoarele rânduri prin care dl Emile Picard exprimă o asemenea speranță[1]:

„Pentru un viitor mai îndepărtat se pot prevedea probleme mai complexe. Mecanica, după cum am amintit, a postulat vreme îndelungată explicit sau imprecis un

1. Émile Picard, *La mathématique dans ses rapports avec la Physique* (în actele celui de al IV-lea Congres internațional al matematicienilor, ținut la Roma în 1908).

principiu de non-ereditate. Ne mai adaptăm încă acestui principiu, cel puțin în primă aproximație, în științele despre natura nevie, deși numeroase fenomene arată că starea actuală păstrează urmele stărilor trecute; de exemplu, corpurile, cum este sulful, care au viteze diferite de transformare dintr-o formă în alta, corespunzător istoriei lor anterioare. Dar ereditatea are un rol capital, în special în științele naturii vii, și nu știm dacă vom putea vreodată întrebuința instrumentul matematic pentru studiul mecanismului intim al fenomenelor biologice și dacă nu va trebui să ne mulțumim pentru totdeauna cu mijloace rudimentare și curbe de frecvențe. Cu toate acestea, nu trebuie să reducem dinainte concepția noastră matematică despre lume și putem spera la ecuații funcționale mai complicate decât cele precedente, pentru că vor include în plus și integrale luate pe intervalul cuprins între un timp trecut foarte îndepărtat și un timp actual, integrale care vor reprezenta partea eredității. Aceste ecuații funcționale vor reuni, în condiții infinit de complexe, caracterele celor două tipuri simple studiate cu mult succes în ultimii ani, pentru care limitele integralelor sunt constante pentru unul și variabile pentru celălalt. Aceste speranțe sunt, poate, himerice. Pe terenul mișcător al vieții, unde figurează un număr enorm de variabile, s-ar putea să fie imposibil de stabilit ecuații funcționale relative la anumite stări medii, jucând același rol ca ecuațiile diferențiale ale fizicii matematice actuale. Dar, dacă filozoful poate avea rezerve, pentru matematician nu există niciun pericol să crediteze aceste păreri îndrăznețe, care îl fac să lucreze într-o direcție cu certitudine fecundă. Și, încă o dată, lumea exterioară ne va fi dirijat în căutările noastre analitice, orientându-ne către căile ce pot fi parcurse cu folos“.

Capitolul I

Recapitularea unor noțiuni de matematică[1]

1. Variabile și funcții

Călătorul care escaladează un munte remarcă imediat că, cu cât înălțimea la care urcă e mai mare, cu atât înălțimea coloanei de mercur din barometru devine mai mică.

În această observație sunt două cantități care variază în timpul ascensiunii: înălțimea urcușului și lungimea coloanei de mercur. Aceste cantități se numesc *variabile,* tocmai pentru că valoarea lor nu este constantă pe întreaga durată a fenomenului observat.

Să luăm un alt exemplu. Avem o sursă de lumină, de exemplu, o lampă. Este ușor de observat că, cu cât ne îndepărtăm de lampă, cu atât scade lumina. Aici avem din nou două variabile: distanța și cantitatea de lumină.

În aceste exemple, care se pot înmulți la infinit, realizăm imediat că variabilele prezente nu se schimbă în mod arbitrar, ci într-o relație intimă ce leagă variațiile uneia cu ale celeilalte. Astfel, este ușor de demonstrat experimental că, dacă distanța devine de două ori mai mare, cantitatea de lumină trimisă de lampă pe aceeași suprafață plană devine de patru ori mai mică. Această relație e generală și se exprimă prin *legea* următoare: „Cantitatea de lumină emisă de o sursă luminoasă asupra unei suprafețe plane oarecare este invers proporțională cu pătratul distanței."

La fel se petrec lucrurile și cu primul fenomen pomenit. Oricine știe că există o relație între înălțimea ascensiunii și nivelul barometrului, astfel încât un turist cunoaște destul de exact înălțimea la care a ajuns, numai prin citirea barometrului.

Această relație între variabile se exprimă spunând că una dintre ele *este funcție* de cealaltă. Astfel se enunță: cantitatea de lumină este funcție de distanță; lungimea coloanei de mercur este funcție de înălțimea punctului de observație. Distanța și înălțimea se numesc *variabile independente,* pentru că modificările lor sunt acelea care determină variațiile funcțiilor corespunzătoare.

---

1. Acest capitol are drept unic scop facilitarea lecturii capitolelor următoare pentru persoanele puțin familiarizate cu formulările matematice.

În afară de aceasta, în niciunul dintre fenomenele citate nimic nu impune alegerea uneia sau alteia dintre variabile ca variabilă independentă. De asemenea, am fi putut considera cantitatea de lumină ca variabilă independentă şi să calculăm distanţa după această cantitate. Alegerea variabilei independente va fi făcută în fiecare caz particular, corespunzător ipotezelor problemei.

* * *

Exemplele citate sunt relativ simple, căci, în fiecare din ele, au intervenit numai două variabile. Dar există fenomene unde numărul variabilelor poate fi mai mare. Astfel, în primul dintre exemplele noastre am presupus că temperatura este aceeaşi pe tot drumul parcurs de călător. Dar, dacă temperatura variază, lungimea coloanei de mercur variază nu numai cu înălţimea, ci şi cu temperatura, în acest caz, lungimea coloanei *este funcţie de două variabile independente.* Şi nimic nu ne împiedică să admitem existenţa unor fenomene şi mai complicate, unde numărul variabilelor independente să fie şi mai mare.

* * *

Atunci când legea unui fenomen este cunoscută aşa încât să poată fi calculată valoarea funcţiei după cea a variabilei independente, această lege se poate exprima printr-o *formulă* sau o *ecuaţie.* Astfel, legea propagării luminii se exprimă simplu prin ecuaţia:

$$y = C/x^2,$$

în care am înfăţişat prin x distanţa, iar prin y cantitatea de lumină. C este o constantă.

În general, scriem:

$$y = f(x),$$

pentru a exprima că y este funcţie de x; şi

$$y = f(x, x', x'', x'''...)$$

pentru a spune că y este funcţie de diverse variabile, x, x', x''

2. Determinarea funcţiilor

Dacă, printr-un mijloc oarecare, fie observaţie, experiment sau raţionament pur, se ajunge la cunoaşterea legii unui fenomen, prin aceasta se cunoaşte însăşi forma funcţiei *f*. Astfel, în exemplul de mai sus, forma

$$C/x^2$$

nu este decât traducerea legii după care cantitatea de lumină este invers proporțională cu pătratul distanței.

Să luăm cazul cel mai simplu, acela în care fenomenul nu depinde decât de două variabile şi să ne propunem să-i găsim legea. Metoda care se impune în modul cel mai firesc spiritului este aceea de a măsura valorile corespunzătoare variabilelor x şi y prin cât mai multe experiențe, realizate în condiții cât se poate de variate, şi de a încerca, apoi, să găsim o formulă care să fie împlinită de toate aceste cupluri de valori.

Dacă, de exemplu, vrem să regăsim legea propagării luminii, vom măsura cantitatea de lumină primită de aceeaşi suprafață plană la diferite distanțe şi dacă aflăm că

la distanța 1, lumina primită este 1;

„ 2 „ „ „ $1/4 = 1/2^2$;
„ 3 „ „ „ $1/9 = 1/3^2$;
„ 4 „ „ „ $1/16 = 1/4^2$;

. . . . . .

putem obține formula

$$y = 1/x^2,$$

care este satisfăcută de toate cuplurile de valori pe care le-a dat experiența.

Dar, în cele mai multe cazuri, lucrurile nu sunt atât de simple; căci, chiar dacă se face abstracție de numeroase cauze secundare care pot interveni şi oculta legea fenomenului, este foarte rară situația când se poate găsi, prin simplă intuiție, formula capabilă să însumeze toate rezultatele experienței.

Iată un mijloc destul de general la care se poate recurge.

Fie

$$y = f(x)$$

legea care trebuie formulată, f fiind funcția necunoscută a cărei formă trebuie găsită.

Se demonstrează prin calculul infinitezimal că, în aceste cazuri foarte frecvente, funcția f poate fi dezvoltată într-o serie infinită de termeni ordonați după puterile crescătoare ale lui x:

$$y = a + a_1 \quad x + a_2 \quad x^2 + a_3 \quad x^3 + \ldots$$

Dacă această serie e convergentă, y va fi reprezentat cu o aproximație cu atât mai mare cu cât în al doilea membru se va lua un număr mai mare de termeni. Să presupunem că ne mulțumim, de exemplu, cu patru. Atunci vom avea:

$$y = a + a_1 \quad x + a_2 \quad x^2 + a_3 \quad x^3.$$

Pentru ca y să fie în întregime definit în funcție de x, este suficient să se cunoască valorile coeficienților: a, a_1, a_2, a_3. Pentru aceasta va fi suficient să se

facă patru experienţe, spre a găsi patru cupluri de valori ale lui *y* şi *x*. Aceste valori, fiind substituite succesiv în ecuaţie, ne vor da patru ecuaţii care vor conţine ca necunoscute numai pe a, a_1, a_2, a_3 şi vor servi pentru a le determina.

În acest mod, se pot calcula toţi coeficienţii doriţi şi, în consecinţă, se determină *y* cu aproximaţia dorită.

Dacă seria astfel constituită se dovedeşte a fi de aceeaşi formă cu o serie care reprezintă o funcţie cunoscută, *y* va fi această funcţie.

Acest caz se va produce foarte rar şi metoda este destul de dificilă; dar posedă avantajul că în multe cazuri, în care suntem obligaţi să ne mulţumim cu o aproximaţie, putem duce această aproximaţie până la gradul dorit.

Această metodă ar putea fi folosită şi în cazul în care *y* ar depinde de două sau mai mult variabile; dar devine atunci mult mai complicată.

3. Reprezentarea variaţiei funcţiilor prin curbe şi suprafeţe

Când o funcţie *y* nu depinde decât de o singură variabilă, se poate reprezenta variaţia ei printr-o curbă. Fie *y* o funcţie dată prin ecuaţia:

$$y = f(x)$$

Să dăm lui *x* diverse valori şi să calculăm valorile corespunzătoare ale lui *y*. Fie $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$... perechile de valori astfel obţinute.

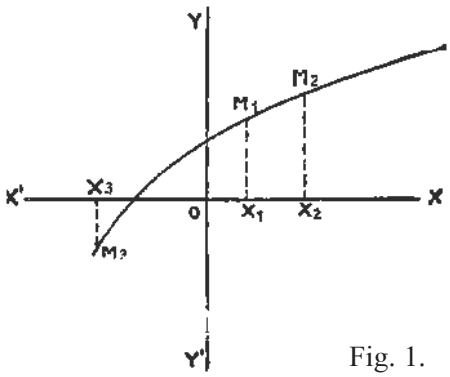


Fig. 1.

Luăm două drepte perpendiculare XX′ şi Y′ care se intersectează în punctul O. Vom numi aceste două drepte *axe de coordonate* şi punctul O, *origine a coordonatelor.* Vom conveni să considerăm lungimile pozitive de la O către X şi către Y şi lungimile negative de la O către X' şi Y'.

Acestea fiind date, să luăm pe XX', pornind de la *O,* lungimile x_1, x_2, x_3 cu semnele lor; şi prin punctele x_1, x_2, x_3 astfel obţinute pe XX' să ducem x_1M_1, x_2M_2, x_3M_3 paralele la YY′, egale şi de acelaşi semn, respectiv cu y_1, y_2, y_3. Se obţin astfel punctele M_1, M_2, M_3.

Este evident că aceste puncte vor fi cu atât mai apropiate unele de altele cu cât valorile date lui *x* vor fi şi ele mai apropiate.

Dacă se reunesc printr-o linie continuă punctele M_1, M_2, M_3, se obţine o curbă care, prin forma sa, reprezintă modul cum variază concomitent *x* şi *y.*

Ecuaţia

$$y = f(x)$$

se numeşte *ecuaţia curbei* şi există un raport direct între forma şi proprietăţile curbei, pe de o parte, şi proprietăţile ecuaţiei, pe de alta.

Atunci când forma funcţiei nu este cunoscută, se poate încerca găsirea ei prin analize geometrice, dacă se cunosc anumite valori ale lui *y* care corespund unor valori date ale lui x.

Fie, de exemplu,

$$\begin{cases} x = a, & x = a', & x = a'', & x = a''', \\ y = b, & y = b', & y = b'', & y = b''', \end{cases}$$

un anumit număr de perechi de valori. Cu aceste valori luate drept coordonate, construim punctele A, B, C, D pe care le reunim printr-o curbă continuă. Dacă, prin forma sa, ea se apropie de o curbă cunoscută, vom putea lua această curbă ca o reprezentare aproximativă a funcţiei necunoscute.

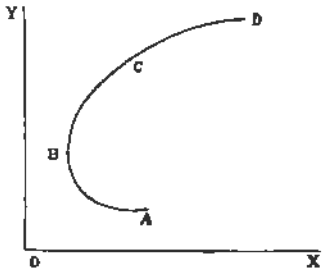


Fig. 2.

Această metodă nu diferă în fond de cea care a fost expusă în paragraful precedent.

* * *

În mod analog, se poate reprezenta printr-o suprafaţă o funcţie *z,* care depinde de două variabile independente, *x* şi *y.*

$$z = f(x, y).$$

Pentru aceasta, se iau trei drepte OX, OY şi OZ care se intersectează în O, astfel încât fiecare este perpendiculară pe planul celorlalte două. Se dau valori lui *x* şi *y* şi se calculează, prin ecuaţia precedentă, valorile corespunzătoare ale lui *z*. Cu valorile lui *x* şi *y* luate drept coordonate se construieşte punctul P în planul XOY; apoi, se duce din P o paralelă la OZ, de o lungime egală cu valoarea corespunzătoare lui z, şi se găseşte astfel punctul M. Dacă se repetă această operaţie de un număr mare de ori, vom avea un număr mare de puncte M, care vor forma o suprafaţă continuă SS'. Această suprafaţă va reprezenta ecuaţia dată şi reciproc.

Convenim şi aici să considerăm ca pozitive lungimile luate pe OX, OY şi OZ într-un anumit sens, plecând din O, şi ca negative lungimile luate, plecând din O, în sens opus pe prelungirea lui OX, OY şi OZ.

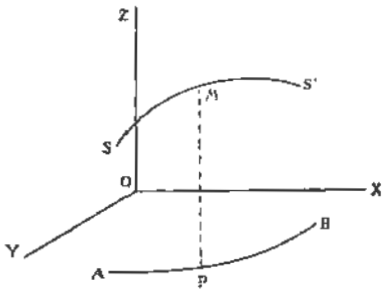


Fig. 3.

4. Interpolare şi extrapolare

Dacă un fenomen depinde numai de două variabile şi dacă i se cunoaşte legea

$$y = f(x),$$

atunci, întotdeauna se poate găsi valoarea exactă a unei variabile care corespunde unei valori date a celeilalte variabile. Dacă legea nu este însă cunoscută, suntem constrânşi să apelăm la mijloace empirice.

Mijlocul cel mai des folosit constă în alcătuirea – graţie experienţei sau observării directe – unor tabele de valori ale lui *y* care corespund unor valori cunoscute ale lui *x.* Acestea sunt tabelele care dau tensiunile vaporilor de apă, pentru fiecare grad de temperatură, mortalitatea probabilă pentru fiecare vârstă şi multe altele.

Dar acest sistem prezintă inconvenientul de a da numai perechile de valori care figurează în tabele şi în consecinţă lasă necunoscute între ele. Pentru valorile ce nu se găsesc, suntem forţaţi să facem o *interpolare* sau o *extrapolare,* adică să stabilim aproximativ valoarea de care avem nevoie, pornind de la valori dinainte cunoscute.

Există mai multe mijloace de a face o interpolare sau extrapolare. O vom reaminti numai pe cea mai simplă, care este de altfel şi cea mai cunoscută.

Fie:

$$x = a \quad y = b''$$
$$\text{şi}$$
$$y = b \quad x = a''$$

două cupluri de valori cunoscute ale variabilelor noastre; şi fie $x = a'$, o valoare a lui x cuprinsă între a şi a'', pentru care se cere valoarea corespunzătoare b' a lui y.

Se presupune că în intervalul dintre a şi a'' şi dintre b şi b'' valorile lui x sunt proporţionale cu cele ale lui y; se poate scrie în consecinţă:

$$\frac{a''-a}{b''-b} = \frac{a''-a}{b''-b},$$

ecuaţie care permite să calculăm pe b'. L-am interpolat, deci, pe b' între b şi b''.

Dacă ecuaţia

$$y = f(x)$$

era cunoscută şi dacă construim curba sa CC′, valorile $x = a$, $y = b$ şi x = a'', $y = b''$ vor determina punctele M′ şi M″ pe curbă. Dacă avem x a'OP′ şi dacă ni se cere valoarea corespunzătoare a lui y această valoare este ordonata P'M' a punctului M' al curbei. Or, metoda interpolării expusă mai sus înseamnă că între M şi M", curba MM'M" este înlocuită prin dreapta MM'_1M'' şi valoarea b' pe care am găsit-o nu este ordonata P'M' a punctului M′ de pe curbă, ci P'M', a punctului M', al dreptei. Am obţinut deci o valoare aproximativă şi este evident că această valoare va fi cu atât mai exactă, cu cât punctele M şi M", între care s-a făcut interpolarea, sunt mai apropiate.

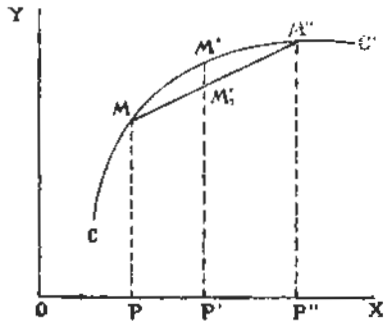


Fig. 4.

Să presupunem acum că valoarea căutată a a lui x nu este cuprinsă între a şi a'' şi, pentru a clarifica lucrurile, să admitem că este mai mare decât a''. Dacă se admite, în plus, proporţionalitatea variaţiilor lui x şi y, vom scrie:

$$\frac{a'-a''}{b'-b''} = \frac{a''-a}{b''-b}$$

de unde se obține b'. Această operație se numește *extrapolare.* În acest caz, se vede că, cu cât OP' va diferi mai mult de OP", cu atât punctul M', pe care-l obținem prin calcul, va fi mai depărtat de M', care este punctul fix. Extrapolarea nu poate deci oferi rezultate acceptabile decât cu condiția de a fi limitată la un spațiu pe cât posibil mai restrâns apropiat de valorile cunoscute ale variabilelor.

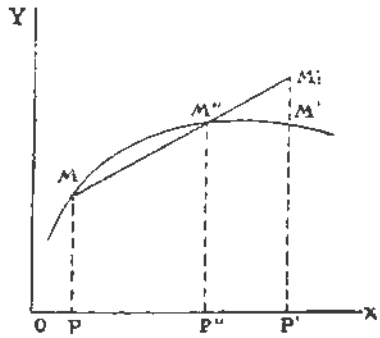


Fig. 5.

5. Cerc osculatoriu

În general, studiul formei şi al proprietăților unei curbe este un lucru destul de dificil. Printre mijloacele folosite pentru a-l simplifica este și acela al *curbei osculatorii.* Se numește astfel o curbă care, într-un punct dat, are contactul de cel mai ridicat ordin față de curba dată, adică acela care în vecinătatea imediată a acestui punct se abate cel mai puțin de la curba dată. Se poate înlocui atunci, cu un grad de aproximare destul de ridicat, pe o mică porțiune, curba dată prin curba osculatorie. Cum avem posibilitatea de a alege această curbă, nu trebuie decât să luăm o curbă foarte simplă, ale cărei proprietăți să fie bine cunoscute. Se alege în general drept curbă osculatorie cercul, curba cea mai bine cunoscută; astfel încât pe o mică distanță la dreapta sau la stânga punctului M putem substitui o mică porțiune a acestui cerc în locul porțiunii corespunzătoare din curba CC', ceea ce ne permite să ne explicăm mult mai uşor modul în care se petrece în acest punct fenomenul reprezentat prin curba CC'.

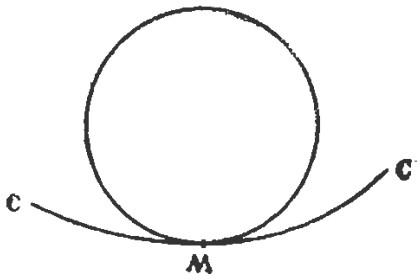


Fig. 6.

6. Asimptote; soluții asimptotice

Curbele se împart în două categorii: curbe finite şi curbe cu ramuri infinite.

Ca exemple de curbe finite se pot aminti circumferința și elipsa; în timp ce parabola, hiperbola și chiar linia dreaptă sunt exemple de linii care se îndreaptă spre infinit.

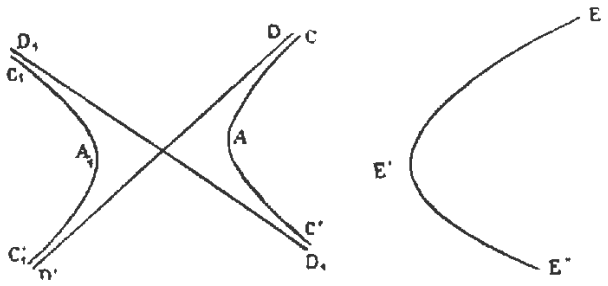


Fig. 7.

Curbele infinite sunt şi ele de două feluri.

În primul rând, sunt acelea care, îndreptându-se către infinit, se apropie din ce în ce mai mult de o anumită dreaptă cu care ele tind să se confunde, fără a reuşi vreodată; astfel încât distanța între dreaptă şi punctele curbei tinde către zero când ne apropiem de infinit, pe curbă. Dreapta care are această proprietate se numeşte *asimptota* curbei. Hiperbola e un exemplu de curbă cu asimptote, unde: CAC' şi $C_1A_1C'_1$, sunt cele două ramuri ale curbei, iar DD' şi $D_1D'_1$ sunt asimptotele sale.

Alteori, nu există nicio dreaptă astfel încât ramura infinită a curbei să se apropie indefinit de ea: aceste curbe nu au asimptote. Astfel este parabola EE'E".

Când legea unui fenomen este reprezentată printr-o curbă cu asimptotă, la un moment dat curba se poate înlocui, cu o aproximație suficientă, prin asimptota

sa, de care este foarte apropiată. Aceasta înseamnă că se înlocuieşte legea fenomenului printr-una care nu este decât aproximativă, dar mult mai simplă; căci, fiind reprezentată printr-o linie dreaptă, este o simplă lege de proporţionalitate.

7. Aproximări succesive

În studiul fenomenelor naturale, precum şi în matematicile pure, se recurge adesea la *metoda aproximărilor succesive*, pentru a găsi soluția anumitor probleme. Iată în ce constă ea:

Să presupunem că, printr-un mijloc oarecare, s-a găsit o lege aproximativă, chiar superficială, a fenomenului. Ne servim de această lege pentru a deduce anumite consecințe pe care le verificăm prin experiență. Evident, vom găsi un anumit dezacord, întrucât legea care ne-a servit drept punct de plecare nu era exactă. Dar valoarea însăşi a acestei diferențe poate da valoarea corecției ce trebuie adusă legii primitive. Legea astfel corectată va servi ca punct de plecare pentru o a doua operație asemănătoare celei precedente. Astfel, prin aproximări succesive, ne putem apropia, în măsura dorită, de legea exactă. Vom ajunge la un rezultat corect atunci când nu va mai exista nicio diferență sau când va fi numai o diferență neglijabilă între rezultatul experienței şi acela care va fi dat prin legea corectată în modul arătat.

Capitolul II

Întrebuințarea metodei matematice în studiul unor fenomene și probleme sociale

1. Fenomene sociale. Un exemplu studiat cu metoda matematică

În fiecare fenomen social se poate distinge un anumit număr de elemente variabile, astfel încât variația unuia depinde de variația tuturor celorlalte.

Să luăm drept exemplu mortalitatea. Remarcăm imediat că, în acest fenomen, *rata mortalității*, adică numărul anual al deceselor raportat la numărul populației, variază în funcție de numeroase circumstanțe. Acestea sunt:

1. Vârsta, căci mortalitatea este mai mare pentru anumite vârste decât pentru altele;
2. Vigoarea rasei;
3. Condițiile climaterice;
4. Condițiile de igienă;
5. Bogăția sau sărăcia solului, care asigură mijloacele de existență a populației.
6. Cauzele accidentale, cum sunt epidemiile, războaiele etc.;

Iar această enumerare este evident incompletă.

Problema este cu mult mai complexă dacă se ia în considerare faptul că variația elementelor deja precizate mai sus poate depinde de variația altor elemente. Astfel, e evident că condițiile igienice ale unei populații depind de gradul ei de instrucție; căci, cu cât este mai instruită, cu atât mai bine înțelege avantajele igienei și știe să-și îngrijească sănătatea.

Independent de complexitatea lor, elementele pe care le-am amintit, ca și altele pe care poate le-am omis, sunt legate între ele astfel încât se poate imagina posibilitatea de a afla valoarea unuia dintre ele dacă se cunoaște valoarea tuturor celorlalte. Rezultă că, dacă s-ar reprezenta prin literele *x, y, z, t...* valorile diverselor elemente, aceste valori ar fi legate între ele printr-o ecuație de tipul:

$$F(x, y, z, t, u...) = 0,$$

pe care o vom numi *ecuația fenomenului.*

Această ecuație ar fi suficientă pentru a da valoarea oricărui element *u*, dacă se cunoaște valoarea tuturor celorlalte; căci, dacă o stabilim în raport cu *u,* avem:

$$u = f(x, y, z, t...).$$

Punând în relație cele de mai sus și cele expuse în capitolul precedent, observăm că studiul fenomenului este redus la o chestiune de analiză matematică, în care *u* este o funcție de diverse variabile *x, y, z, t...*; și, pentru a obține legea fenomenului pe care îl studiem, trebuie găsită forma funcției *f*.

Am arătat care este acțiunea necesară pentru a obține această formă cu ajutorul rezultatelor generate de experiență și de observație. Dar această determinare devine extrem de dificilă atunci când, așa cum se întâmplă în exemplul de față, numărul variabilelor este destul de mare. În acest caz, suntem obligați să recurgem la simplificările și la metodele de aproximare pe care le presupune problema.

În chestiunea care ne preocupă, putem aplica metoda aproximărilor succesive. Într-adevăr, între toate cauzele ce determină rata mortalității și pe care le-am enumerat, se poate admite că vârsta exercită influența cea mai importantă. În ceea ce privește acțiunea celorlalte, ea este mai puțin însemnată decât cea a vârstei, sau este pur și simplu accidentală. De aceea, o vom considera ca o *perturbare* a acțiunii principale.

Să admitem, deci, pentru moment, că vârsta este singura variabilă de care depinde rata mortalității și să reprezentăm prin *x* și *y* cele două variabile. Va trebui să găsim forma ecuației:

$$y = f(x) \qquad (1)$$

Odată găsită, această ecuație va reprezenta, evident, numai în mod aproximativ, legea mortalității, fiindcă noi am neglijat atâtea condiții ale fenomenului. Dar putem să comparăm rezultatele obținute prin acest calcul cu cele ale observației, făcând să varieze, succesiv, condițiile de climă, condițiile de igienă etc. și să aducem ecuației (1) toate ajustările necesare ca să reprezinte în totalitate fenomenul cu toate circumstanțele sale.

* * *

Pentru a găsi expresia analitică a legii mortalității, redusă la început la o relație simplă între vârsta *x* și rata mortalității *y*, ne vom folosi de unul din numeroasele *tabele de mortalitate,* stabilite după statistica deceselor la diferite vârste. Să-l luăm pe cel al lui Déparcieux, în care vom găsi următoarele date:

Vârsta	Rata mortalității
1	4,86
14	0,64
36	1,09
58	2,69
70	5,50

Fie:

$$y = a + a_1x + a_2 \qquad x^2 + a_3 \qquad x^3 + a^4x^4. \qquad (2)$$

Dacă în această ecuație introducem succesiv valorile

$$x = 1 \text{ și } y = 4{,}86,$$
$$x = 14 \text{ și } y = 0{,}64$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

vom crea cinci ecuații care vor da valoarea a cinci coeficienți a, a_1, a_2, a_3 și a_4. În consecință, forma ecuației va fi determinată.

De asemenea, putem stabili punctele ale căror coordonate sunt numerele cuprinse în tabelul lui Déparcieux și le reunim printr-o linie continuă. Curba astfel formată va reprezenta grafic legea mortalității.

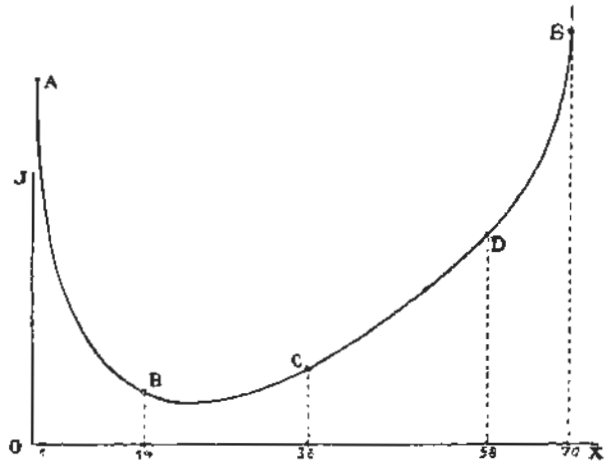


Fig. 8.

* * *

Statistica are ca obiect studierea, pe baza observațiilor, a legii fenomenelor sociale. Ea creează tabele ale valorilor corespunzătoare variabilelor ce caracterizează fiecare fenomen. Cu ajutorul acestor valori se încearcă apoi găsirea, fie a ecuației care leagă variabilele între ele, fie, ceea ce-i același lucru, a curbei ale cărei puncte au drept coordonate perechile de valori date de tabelele statistice. Sunt adevărate probleme de matematică, care – odată rezolvate – ne vor da legile fenomenelor studiate.

2. Legea continuității fenomenelor sociale

Exemplul prezentat în paragraful precedent poate fi ușor generalizat, astfel încât putem admite că la orice fenomen social trebuie avute în vedere una sau mai multe relații între diferite cantități variabile. Aceste relații odată știute, legea fenomenului este cunoscută prin însuși acest fapt. Studiul unui fenomen social este redus la un studiu analitic, în care observația și experiența – în cazurile foarte rare în care ar fi posibilă – intervin pentru a furniza datele numerice ale problemei și mijloacele de determinare a formei funcțiilor.

Rezultă că anumite considerații și anumite proprietăți generale ale funcțiilor analitice se pot aplica și fenomenelor sociale. Acesta este *principiul continuității.*

Fie *u* o funcție de diverse variabile *x, y z, t...:*

$$u = f(x, y, z, t...)$$

Se ia *u* ca *funcție continuă* de *x, y, z, t...*, atunci când, fiecare dintre cantitățile din urmă variind extrem de puțin, *u* variază, de asemenea, extrem de puțin. De asemenea, este posibil ca *x, y, z, t* variind foarte puțin, *u* să varieze cu cantități foarte mari sau să existe întreruperi în seria valorilor reale ale lui *u,* corespunzătoare valorilor reale și continue ale variabilelor. În aceste cazuri din urmă, se spune că *u* este *o funcție discontinuă.* Iată câteva exemple. Fie funcția

$$y = 1 + 2x^2.$$

Se pot da lui *x* toate valorile reale posibile de la minus infinit la plus infinit și pentru fiecare valoare a lui *x* se va găsi o valoare reală a lui *y*; și dacă două valori consecutive ale lui *x* diferă extrem de puțin, variațiile corespunzătoare ale lui *y* vor diferi de asemenea foarte puțin; *y* este deci o funcție continuă de *x.*

Fie și

$$y = 1/x.$$

Și aici, *x* variind imperceptibil de la minus infinit la plus infinit, *y* variază de asemenea în grade imperceptibile, la început de la zero până la minus infinit,

apoi de la plus infinit la zero; căci *y* ia valoarea -∞ când *x* devine nul venind dinspre valorile negative; şi el devine egal cu +∞ în momentul în care *x* devine nul de partea valorilor pozitive. Spunem deci *că y* este o funcţie discontinuă, căci ea devine infinită, trecând în acelaşi timp brusc de la -∞ la +∞, în momentul când *x* trece prin valoarea zero.

Fie, în final:

$$y = \sqrt{x^2 - 1}.$$

În acest exemplu, dacă *x* variază insesizabil de la -∞ la -1 şi de la +1 la +∞, *y* variază şi el insesizabil de la +∞ până la zero; dar dacă *x* are o valoare cuprinsă între -1 şi +1, *y* nu mai are nicio valoare reală corespunzătoare: ea devine *imaginară.* Şi aici este discontinuitate, pentru că valorile continue ale lui *y* suferă o întrerupere între cele care corespund lui $x = -1$ şi $x = +1$.

Figura următoare arată cum se petrec lucrurile în fiecare dintre aceste cazuri.

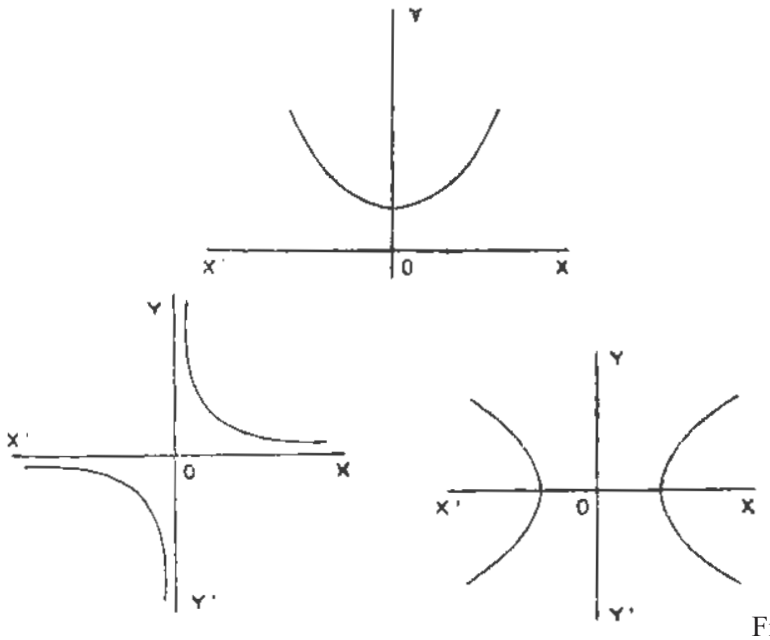


Fig. 9.

Un fenomen oarecare, fiind reprezentat printr-o relaţie între o funcţie şi anume variabile de care ea depinde, va fi numit *continuu* atât timp cât funcţia va fi continuă. El va fi continuu şi atunci când funcţia fiind discontinuă fenomenul este reprezentat numai printr-o parte continuă a funcţiei. Astfel, în ultimele două exemple, fenomenul se va numi continuu dacă este reprezentat doar printr-o parte a ramurii din dreapta curbei.

În toate celelalte cazuri, fenomenul va fi *discontinuu.*

Cunoscând acestea, putem enunța legea următoare:

Toate fenomenele sociale sunt continue.

Această lege foarte generală se stabilește prin observație.

Într-adevăr este un fapt al observației că nicio funcție socială nu ia vreodată o valoare infinită între limite observabile; această cauză a discontinuității nu apare deci în sociologie. Bineînțeles, asta nu înseamnă că unele dintre variabilele care figurează în ecuația ce reprezintă fenomenul nu sunt susceptibile de a lua în ecuație valori infinite; dar valorile nu sunt niciodată realizate în viața socială.

Pe de altă parte, este un fapt observat că, fiind date condițiile unui fenomen social, schimbările de stare ale corpului social se fac prin grade imperceptibile, încât nu se poate trece de la o stare la alta fără a parcurge toate stările intermediare. Asta înseamnă că, dacă legea fenomenului este reprezentată printr-o curbă sau o parte de curbă cuprinsă între punctele A și B, toate punctele curbei cuprinse între cele două puncte vor corespunde unor faze succesive ale fenomenului și nu vor avea loc niciodată întreruperi.

Astfel, câtă vreme nu se schimbă condițiile sale, la niciun fenomen social nu se observă o oprire bruscă.

În consecință, fenomenele sociale sunt continue, atâta timp cât condițiile în care se produc nu se schimbă.

Să considerăm cazul în care condițiile fenomenului se schimbă. Această schimbare se poate produce în două feluri: fie în mod continuu și prin grade insesizabile, fie în mod brusc.

În primul caz, este evident că nici fenomenul nu va putea varia decât continuu și prin grade insesizabile; căci unei schimbări infinit de mici a cauzei nu-i poate corespunde decât o schimbare infinit de mică a efectului. Așadar, se poate spune că legea continuității există și în acest caz.

Rămâne să luăm în calcul cazul în care condițiile fenomenului se schimbă brusc. În acest caz, nu se mai poate afirma că mersul fenomenului nu suferă și el o schimbare bruscă și că în consecință nu intervine discontinuitatea. Dar trebuie remarcat că, în acest caz, avem de-a face în realitate cu două fenomene distincte: acela care precede modificarea survenită în condițiile fenomenului și acela care urmează acestei modificări, fiind distinct de primul, întrucât corespunde unor condiții diferite.

De altfel, se va vedea în capitolul V, 14 că, și în cazul modificării bruște a condițiilor unui fenomen social, schimbarea fenomenului însuși nu are loc în general în mod brusc, ci aproape totdeauna există continuitate.

* * *

Exemplele care confirmă legea continuității sunt foarte numeroase.

Să luăm ca exemplu instituția sclaviei. Originea acestei instituții se pierde în negura istoriei; dar este sigur că ea nu ființa din prima zi a apariției societăților

umane. A fost necesară prezența unui prim om, care, prin forța sa fizică sau prin inteligența sa, să reușească să subordoneze voinței sale voința unui alt om. Acest prim exemplu s-a propagat treptat, astfel încât, în decursul timpului, sclavia să se constituie ca instituție socială; dar a fost necesar un lung șir de secole pentru a ajunge, gradual și fără dizolvarea continuității, la dezvoltarea pe care a luat-o în societățile antice, orientală, greacă și romană.

Condițiile în care a luat naștere și s-a dezvoltat această instituție sunt variate. Este în primul rând respectul față de dreptul celui mai puternic, fundament al oricărei societăți primitive, pe care timpul a transformat-o și a atenuat-o fără a o face să dispară în întregime. A fost apoi și religia, care n-a făcut decât să ofere consacrarea divină pentru ceea ce dreptul celui mai puternic realizase deja. A mai fost și condiția economică a societăților, care le-a obligat să recurgă la munca sclavilor, în lipsă de muncitori liberi, care în societățile moderne dau viață industriei.

Atâta timp cât s-au menținut aceste condiții, precum și altele proprii timpurilor îndepărtate pe care le avem în vedere, sclavia a evoluat lent și permanent, luând forme diverse, după epoci, temperamentul mai pașnic sau mai violent al popoarelor, frecvența crescută sau scăzută a războaielor. Sclavia a fost un fenomen continuu.

Dar au intervenit noi factori care au schimbat condițiile anterioare. Creștinismul a atacat fundamentele teoriei dreptului celui mai puternic și a subminat bazele religiilor care aveau între manifestări sclavia. Creștinismul a schimbat deci două din condițiile relevate mai sus și era natural ca instituția sclaviei, dependentă de ele, să fie și ea afectată. Dar introducerea creștinismului s-a produs în mod gradual: căci, cu tot decretul lui Constantin, procesul, care începuse deja de aproape trei secole, a necesitat încă mult timp pentru a dezrădăcina vechile credințe religioase și condițiile sociale pe care le creaseră. Avem deci aici un exemplu pentru a doua parte a demonstrației noastre, aceea în care condițiile fenomenului se modifică treptat; și istoria ne spune cât de încet a descrescut până aproape de dispariție sclavia, căci ea a supraviețuit până în zilele noastre și urmele sale nu s-au șters complet.

S-ar putea cita astfel numeroase exemple care demonstrează continuitatea fenomenelor sociale, în cazul când condițiile nu se schimbă sau se schimbă numai în mod continuu. Se poate spune că legea evoluției nu este decât un caz particular al acestei continuități, în sensul că fenomenele sociale, care implică prima din aceste legi, sunt în mod necesar continue.

Exemplele de discontinuitate sunt cu mult mai rare. Un astfel de caz este cel al unei populații de agricultori ce locuiește într-o regiune scăldată de apele unui fluviu care, din cauza faptului că-și schimbă cursul, aduce după sine părăsirea și sărăcirea regiunii. Viața populației va fi profund alterată; va trebui să migreze sau să-și schimbe complet felul de viață. Se va produce deci o discontinuitate în viața acelei populații, în momentul schimbării cursului fluviului; dar

a existat o continuitate înainte de acest moment şi va exista şi după el. Sunt două fenomene distincte, căci condiţiile lor sunt diferite; primul se petrecea într-o regiune fertilă, al doilea într-un deşert; dar fiecare în parte este continuu.

Continuitatea este deci o lege foarte generală şi ea se manifestă pentru oricine urmăreşte cu atenţie mişcarea evenimentelor istorice şi sociale. Oamenii de stat care au exercitat o acţiune durabilă asupra mersului umanităţii au fost convinşi de acest adevăr, chiar dacă legea nu era conceptualizată într-o manieră prea precisă. Dimpotrivă, ea este de cele mai multe ori necunoscută, ceea ce nu reprezintă nici pe departe cea mai mică dintre cauzele ce întârzie sau împiedică dezvoltarea normală a societăţilor.

* * *

Să presupunem că un fenomen social este reprezentat printr-o ecuaţie între două variabile sau prin două ecuaţii între trei variabile. Aceste ecuaţii pot fi reprezentate printr-o curbă plană, în primul caz, şi în general printr-o curbă strângă, în al doilea.

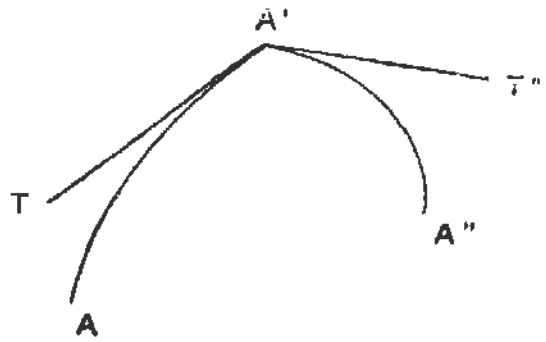


Fig. 10.

Legea continuităţii spune că această curbă sau partea curbei care reprezintă fenomenul şi pe care o vom numi *partea utilă* a curbei este continuă, în sensul că ea nu este formată din două sau mai multe ramuri separate unele de altele şi nu prezintă nici puncte izolate, nici puncte de oprire, nici puncte angulare, adică niciun punct în care două ramuri ale aceleiaşi curbe să se întâlnească cu tangente distincte, ca în figura alăturată.

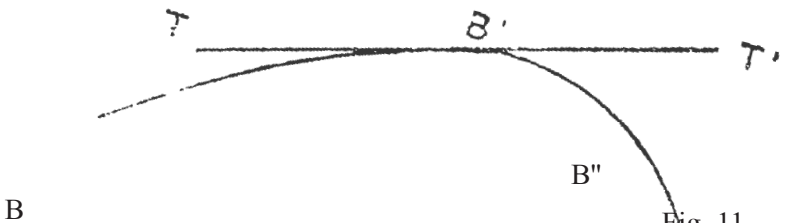


Fig. 11.

Dacă la un anumit moment condițiile fenomenului se schimbă, dar în mod continuu, fenomenul este reprezentat în cele două părți ale sale prin două curbe distincte; dar trecerea de la o curbă la alta trebuie să aibă loc în mod continuu, ceea ce din punct de vedere geometric înseamnă că cele două curbe au aceeași tangentă în punctul lor de contact sau că ele *se racordează.* Astfel sunt curbele BB' și B'B", care, în punctul de contact B', au aceeași tangentă TB'T'.

Dacă condițiile fenomenului se schimbă brusc, cele două părți ale fenomenului, cea anterioară și cea ulterioară schimbării, sunt reprezentate prin două curbe, DC și DE, care nu se racordează între ele. În acest caz, dacă avem posibilitatea să dirijăm desfășurarea evenimentului, tranziția poate fi ușurată introducând condiții noi, astfel încât, între punctele D' și E', fenomenul, în loc să urmeze linia frântă D'CE', să urmeze curba D'E' care se racordează în D' cu DC și în E' cu EC. În acest fel se poate realiza dispariția discontinuității, care avea loc în C, iar fenomenul devine continuu.

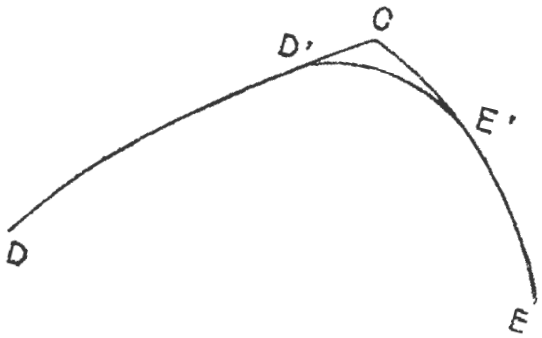


Fig. 12.

Capitolul III

Modul de reprezentare a fenomenelor sociale

1. Modul de reprezentare în mecanica rațională

Corpurile materiale sunt considerate în mecanica rațională ca fiind formate din puncte materiale, adică din particule materiale infinit de mici.

Un punct material este în repaus atâta timp cât distanțele sale față de trei puncte fixe sunt invariabile. Dacă aceste distanțe se modifică de la un moment la altul, spunem că punctul material dat este în mișcare.

La fel ne putem da seama de starea de repaus sau de mișcare a unui punct material, raportându-l la un sistem de axe coordinate fixe în spațiu. Dacă punctul M este în repaus, coordonatele sale *x, y, z* sunt constante; dacă este în mișcare, coordonatele sale variază.

Se numește *forță* orice cauză care pune în mișcare un punct sau care modifică mișcarea pe care o posedă deja acest punct.

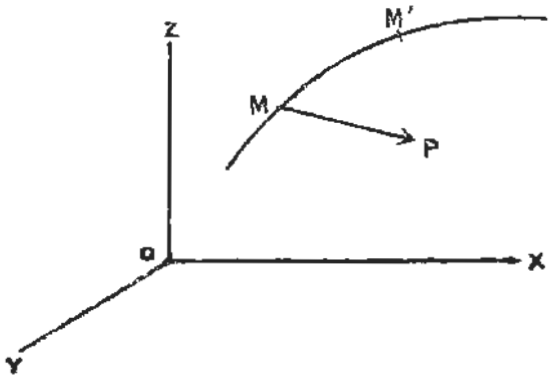


Fig. 13.

Pentru ca o forță să fie definită, trebuie cunoscute: 1° *punctul ei de aplicație*, adică punctul material căruia îi determină mișcarea; 2° *direcția sa*, adică linia dreaptă de-a lungul căreia face să se deplaseze punctul ei de aplicare, dacă ar acționa numai ea asupra lui; 3° *sensul său*, căci se consideră că o forță poate

să facă să înainteze punctul său de aplicație, de exemplu, de la dreapta la stânga, sau de la stânga spre dreapta; 4° *intensitatea sa*.

Dacă toate aceste elemente sunt date, forța este perfect determinată și poate fi reprezentată printr-o dreaptă MP, care trece prin punctul de aplicație M, având direcția forței și fiind dirijată în sensul acțiunii sale indicată printr-o săgeată, a cărei lungime este proporțională cu intensitatea acestei forțe. O dreaptă de tipul MP, care este determinată prin direcție, sens și lungime, se numește *vector*. Orice forță poate fi reprezentată, prin urmare, printr-un vector. Două forțe au intensități egale când, fiind aplicate succesiv aceluiași punct material, în condiții identice și acționând în intervale de timp egale, imprimă acestui punct mișcări identice.

Dacă două forțe de intensități egale sunt aplicate aceluiași punct în același timp, pe aceeași linie dreaptă și în același sens, se consideră că aceste forțe pot fi înlocuite printr-o forță unică, care, acționând pe această linie și în același sens, produce același efect ca al celor două forțe acționând împreună; această ultimă forță este de două ori mai mare decât fiecare dintre forțele primare. Se poate defini, în același mod, o forță de trei, patru... ori mai mare decât alta; și, prin generalizare, se pot defini două forțe care se află într-un raport oarecare, comensurabil sau nu.

* * *

Se numește *sistem material* o reuniune de puncte materiale în număr finit sau infinit, care exercită unele asupra celorlalte anumite acțiuni.

Aceste acțiuni pot fi forțe simple ; ca în cazul corpurilor cerești care alcătuiesc *sistemul solar* și care nu sunt supuse decât forței de atracție universală ce se exercită între ele.

Alteori aceste acțiuni se pot exprima prin anumite condiții pe care punctele materiale trebuie să le satisfacă. Astfel, două sfere legate între ele printr-o bară rigidă și inextensibilă formează un sistem material. *Legătura*, realizată material în acest exemplu prin introducerea barei rigide, poate fi înlocuită printr-o ecuație ce exprimă faptul că distanța dintre centrele celor două sfere este constantă. În ambele cazuri, ar putea fi înlocuite, fie bara rigidă, fie ecuația care exprimă invariabilitatea distanței printr-o forță astfel aleasă încât să anuleze în fiecare moment tendința de apropiere sau de îndepărtare manifestată de cele două sfere. Această forță va fi numită *forță de legătură*, căci ea înlocuiește o legătură.

Dacă legăturile impuse unui sistem material sunt de asemenea natură încât toate distanțele reciproce între punctele materiale componente sistemului rămân invariabile, sistemul material se numește *solid* sau *invariabil*.

2. Modul de reprezentare în sociologie

În studiul problemelor sociale se poate utiliza un sistem de reprezentare asemănător celui expus mai înainte. Vom numi *societate* sau *corp social* o reuniune de indivizi supuși, pe de o parte acțiunilor lor reciproce, pe de alta unor acțiuni exterioare. Individul este *elementul* constitutiv al corpului social, căci este indivizibil. El joacă pentru corpul social același rol pe care-l joacă atomul pentru un corp material. O societate este în mod fundamental variabilă, nu numai pentru că elementele sale se schimbă continuu, ci și fiindcă situația respectivă, precum și raportul acestor elemente se schimbă între ele, în acord cu repercusiunile pe care societatea le suferă de pe urma unor cauze exterioare. Ne-am putea face o idee despre aceste variații, dacă am dispune de anumiți termenii ficși de comparație. Dar, pentru a găsi astfel de termeni, trebuie să distingem mai întâi variabilele de care depinde, într-un moment oarecare, starea unei societăți.

Aceste variabile sunt în număr foarte mare. Este suficient să ne gândim la nenumăratele cauze care contribuie la formarea și la dezvoltarea unei societăți, pentru a vedea complexitatea problemei. Cu toate acestea, dacă se examinează aceste cauze, se observă că ele pot fi împărțite în trei grupe, și anume: cauzele de natură *economică*, cele de natură *intelectuală*, cele de natură *morală*. Fără pretenția de a face o enumerare exhaustivă, care ar fi imposibilă și, pentru moment, inutilă, se pot da câteva exemple pentru fiecare dintre cele trei grupe.

Gradul de fertilitate a solului, condițiile de climă, ușurința comunicațiilor, bogățiile naturale ale țării, aptitudinile populației pentru comerț sau pentru industrie, vigoarea ei fizică, securitatea relațiilor sale, anumite norme religioase cum sunt cele ce reglează regimul alimentar și zilele libere, condițiile mai mult sau mai puțin normale ale dezvoltării capitalului, natura relațiilor existente între factorii care reglementează munca, repartiția avuției la un anumit moment , războaiele, epidemiile, alcoolismul, noile invenții, toate cauzele care influențează creșterea populației sunt, printre atâtea altele, tot atâtea influențe care concură la determinarea stării economice a unei societăți.

Printre cauzele de natură intelectuală, avem: gradul de inteligență și natura aptitudinilor intelectuale ale populației, gradul ei de instruire, numărul și valoarea instituțiilor sale de cultură, dezvoltarea științelor și a artelor, frecvența apariției oamenilor de geniu sau de talent.

Cauzele morale cuprind: prescripțiile de natură morală ale religiei, principiile legislației civile, instituția familiei și modul ei de alcătuire, gradul de blândețe sau de violență naturală a temperamentului națiunii, moravurile sale mai stricte sau mai ușoare.

* * *

O primă observație, sugerată de enumerarea acestor exemple, este aceea că, pentru a scurta expunerea, am fost obligați de mai multe ori să recurgem la o exprimare improprie. Astfel, când spunem că instituția familiei și modul ei de alcătuire este una din cauzele ce determină starea unui corp social, n-am putut exprima gândul nostru în întregime; căci, dacă structura actuală a familiei este una din cauzele imediate, pentru a studia problema în toată amploarea ei, ar trebui să ne întoarcem până la cauzele originare care au condus, de-a lungul secolelor, la alcătuirea actuală a familiei. În limbaj matematic, vom spune că starea socială este funcție de starea familiei, care, la rândul ei, este funcție de cauzele care au determinat-o; astfel spus, starea socială este determinată de aceste din urmă cauze.

În același timp, nu legislația imprimă caracterul specific al unei societăți, ci ansamblul cauzelor care au produs, treptat, legislația; căci aceasta nu este decât rezumatul și reprezentarea lor actuală.

Cu toate acestea, pentru scopul urmărit de noi, va fi adesea posibil să ne mulțumim cu luarea în considerație numai a celor mai apropiate cauze; și pentru a justifica imediat acest mod de a pune problema, vom spune că nici în științe nu se procedează altfel. Astfel, când în mecanica cerească se tratează mișcarea stelelor, se consideră forța de atracție universală fără a lua în considerare cauzele cărora se datorează această forță. Este însă evident că acest studiu nu va fi complet decât atunci când vom putea pătrunde până la acestea din urmă. De altfel, progresul continuu al științelor tinde să reducă fără încetare numărul cauzelor considerate a fi primordiale. Astfel, după ce mișcarea corpurilor cerești fusese pusă pe seama voinței divine, apoi pe cea a vârtejurilor, azi ea este explicată prin atracția universală, în așteptarea descoperirii cauzei însăși a acestei atracții. Este sigur că în ziua în care existența eterului va fi certificată și i se vor cunoaște proprietățile, numeroase cauze, considerate azi cauze primare, își vor găsi explicația și vor înceta să mai fie privite ca atare.

În sociologie, suntem cu atât mai mult autorizați să procedăm la fel ca în celelalte științe de observație cu cât, eludând complexitatea unui studiu care ar merge până la cauzele îndepărtate, suntem forțați să ne mulțumim, încă pentru mult timp, cu o aproximație mult mai mare decât în științele exacte. Legile pe care se sprijină teoriile științelor sunt în general legi precise ce pot fi ușor exprimate prin formule simple; astfel este legea atracției universale; în timp ce, în sociologie, vor mai trebui încă mulți ani de studii și observații înainte de a ajunge la desprinderea anumitor legi generale. În așteptarea acestei schimbări, vom fi obligați să ne mulțumim cu introducerea în studiile noastre și în ecuațiile pe care vom reuși să le stabilim numai a legilor empirice, care, prin statut, vor fi în mod obligatoriu numai legi aproximative. Va fi vorba numai de a împinge această aproximație cât mai departe posibil.

* * *

Trebuie observat, în al doilea rând, că clasificarea stabilită mai sus nu este absolută, în sensul că anumite cauze cuprinse în una din cele trei clase pot fi influențate de cauze ce fac parte din celelalte. Astfel, noile invenții sunt într-adevăr una dintre cele mai puternice cauze ale evoluției economice a societății, dar este evident că ele sunt în relație directă cu starea de dezvoltare intelectuală a corpului social.

Rezultă că cele două variabile nu sunt independente una de cealaltă. Pentru a ne da seama de felul cum sunt legate între ele, ar trebui să ajungem la variabila de care depind amândouă, adică de inteligență, și să stabilim modul în care ea se produce și acționează. Din nefericire, suntem încă departe de a poseda o asemenea cunoaștere, și abia dacă putem cunoaște, adeseori incomplet, manifestările acestei inteligențe. Astfel stând lucrurile, ne vom mulțumi, pentru prima aproximație, cu maniera în care am făcut-o și în observația precedentă, să considerăm cele trei grupe care acționează asupra corpului social ca fiind independente una de cealaltă.

* * *

Pentru a sesiza mai bine sensul și importanța acestor considerații, credem că este util să se pună în legătură cu cele spuse un exemplu luat dintr-o știință recunoscută prin precizia rezultatelor sale. Să considerăm Soarele S și două planete A și B. Atracția newtoniană se exercită între S și A, între S și B. Dar ea se exercită, de asemenea, între A și B. Numai că, întrucât masa planetelor este cu mult mai mică decât aceea a Soarelui, atracția pe care fiecare din planetele A și B o suferă din partea Soarelui este cu mult mai mare decât aceea a unei planete din partea celeilalte. Dacă planeta A ar fi fost supusă numai atracției Soarelui S, ea ar fi descris o elipsă, după anumite legi, cunoscute sub numele de *legile lui Kepler*. Dar atracția lui B perturbă această mișcare și produce ceea ce numim *perturbații*, adică A, în loc să descrie o elipsă exactă în jurul lui S, descrie o curbă care doar se apropie de o elipsă. Același lucru și pentru B. Pentru a calcula aceste perturbații pentru A, se divide această dificultate: se presupune mai întâi că B își continuă mișcarea eliptică ca și cum A n-ar exista și, în această ipoteză, se calculează perturbația produsă de B; este *perturbația de ordinul întâi*. Dar această ipoteză nu este exactă, din moment ce B, perturbat de A, nu urmează exact o elipsă. Atunci, se corectează primul rezultat, făcând un al doilea calcul în care se ține seama și de faptul că B, în loc să parcurgă o elipsă precisă, urmează o curbă determinată prin acțiunea perturbatoare a lui A. Este *perturbația de ordinul al doilea*. Demn de remarcat e faptul că, în sistemul solar, din cauza mărimii masei Soarelui, diversele perturbații de care am vorbit suferă o descreștere foarte rapidă. Astfel, perturbația de ordinul întâi este cu mult mai neînsemnată decât acțiunea pe care Soarele o exercită direct asupra planetei; și perturbația de ordinul doi este, de asemenea,

foarte mică în raport cu cea de ordinul întâi. Se vede, deci, că metoda urmată de noi în cele ce am spus mai sus revine la cea utilizată de mecanica cerească; la început ținem cont de acțiunea exercitată asupra unui corp social de diversele cauze care acționează asupra lui, neglijând mai întâi acțiunile pe care aceste cauze le exercită unele asupra celorlalte; este prima aproximație; şi rezervăm pentru un studiu ulterior pe aceea în care se va ține seama şi de acțiunile pe care aceste cauze le exercită unele asupra celorlalte; aceasta va fi a doua aproximație. Al doilea studiu va urma probabil mult mai târziu, având în vedere marea dificultate pe care o va ridica primul.

* * *

Aşa stând lucrurile, să considerăm separat grupul cauzelor de natură economică şi să presupunem că aceste cauze acționează simultan asupra unui individ dat. Ele vor produce asupra acestui individ o anumită schimbare de stare socială semnificativă sau mai puțin relevantă; astfel, se pot compara între ele efectele pe care cauze diferite le-ar produce asupra aceluiaşi individ, în intervale de timp egale. Ar fi deci posibilă măsurarea intensității uneia din aceste cauze, căutând raportul dintre efectul produs de ea şi cel produs de o cauză oarecare, luată ca termen de comparație. În mod similar, dacă am considera cauzele de natură intelectuală şi cele de natură morală, în mod separat. Este adevărat că realizarea acestei măsurători este mult mai uşor de conceput decât de efectuat, căci este foarte dificilă stabilirea criteriilor după care ar putea fi făcute asemenea măsurători. Starea intelectuală a unui individ nu poate fi judecată numai după gradul lui de instruire; sunt încă multe altele de care trebuie să se țină seama. Nu este mai puțin adevărat faptul că reprezentarea intensității acestor acțiuni, sub forma unor mărimi determinate, se prezintă spiritului nostru drept ceva perfect rațional, cu toate dificultățile pe care le-ar putea genera realizarea sa. Pe de altă parte, analizând doi indivizi oarecare, este evident că putem stabili o comparație între stările lor economice, chiar dacă prin acest cuvânt se înțelege nu numai starea lor de bogăție sau de sărăcie, ci ansamblul condițiilor care determină bunăstarea fizică şi materială a fiecăruia dintre ei. Deci, se poate considera ca o mărime determinată ceea ce am putea numi *avuția economică* a unui individ. Acelaşi raționament, şi în cazul stării sale intelectuale şi morale.

Vom numi *stare socială* sau *situație socială* a unui individ starea definită prin ansamblul celor trei mărimi care vor reprezenta avuția sa economică, avuția sa intelectuală şi avuția sa morală.

În acest fel, convenim, pentru totdeauna, să reprezentăm prin *x, y* şi *z* mărimile corespunzătoare avuției economice, intelectuale şi morale a unui individ.

Să luăm trei axe rectangulare OX, OY şi OZ şi să construim punctul M ale cărui coordonate sunt valorile *x, y* şi *z* referitoare la un anumit individ şi la un

moment dat, așa cum au fost definite mai sus. Dacă poziția acestui punct în raport cu axele OX, OY, OZ este cunoscută, vom afla, grație acestei invenții, situația socială a individului, căci vom cunoaște valorile *x, y, z* care caracterizează această situație.

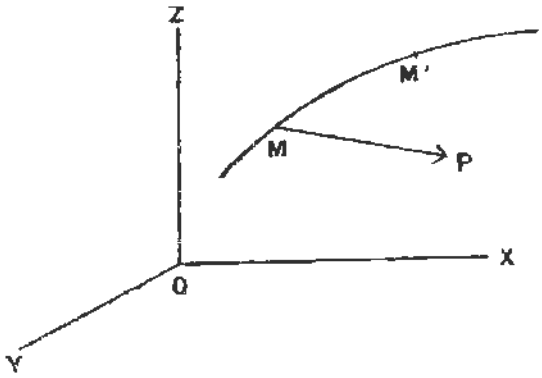


Fig. 14.

Cele trei axe OX, OY, OZ definesc un spațiu pe care-l vom numi spațiu social. Dacă se dau coordonatele *x, y, z* ale unui individ, prin aceasta se definește poziția sa în spațiul social.

Pentru a evita confuziile, este important ca situația și axele de coordonare să fie perfect definite. Vom conveni să luăm ca sens pozitiv al axelor OX, OY și OZ acela în care avuția economică intelectuală și morală a individului este în creștere. Vom lua ca origine a axelor de coordonate punctul în care avuția economică, intelectuală și morală ar fi nule.

* * *

Starea socială a unui individ este în general variabilă, ca urmare a variației împrejurărilor care pot influența această stare. În consecință, punctul, care exprimă starea, variază și el, iar variația este continuă pentru că fenomenele sociale sunt continue. Deci suita pozițiilor pe care acest punct le va ocupa în spațiul social va forma o curbă continuă. O vom numi *traiectoria* sau *curba socială* a individului. Dacă această curbă este cunoscută între două puncte, vom avea reprezentarea vieții sociale a individului între aceste două puncte, și reciproc.

Un individ va fi în *repaus social* atâta timp cât coordonatele care reprezintă starea sa socială nu se schimbă; el este în mișcare socială, dacă aceste coordonate se schimbă.

Numim *forță socială* orice cauză care poate produce o mișcare socială sau poate modifica o mișcare deja existentă. Orice forță socială poate fi reprezentată printr-un vector MP în spațiul social; căci e ușor de observat că ea grupează

toate elementele necesare pentru definirea unui vector. Într-adevăr, acest vector va avea ca punct de aplicație punctul M, ce reprezintă starea socială actuală a individului căruia îi este aplicată forța socială; ca direcție și ca sens va avea direcția și sensul în care forța va tinde să-și deplaseze punctul său de aplicație, dacă acest punct ar fi în repaus și protejat de orice alte cauze ale mișcării.

Este evident că această direcție va fi paralelă cu axa OX, dacă forța considerată nu tinde să modifice decât starea economică a individului; ea va fi paralelă la OY sau la OZ dacă face să varieze numai starea intelectuală sau numai cea morală a individului; și va fi mai mult sau mai puțin înclinată spre fiecare dintre aceste axe, în cazul în care va face să varieze în același timp două sau trei dintre aceste stări.

În sfârșit, ca mărime, vectorul va fi reprezentat printr-o lungime proporțională cu intensitatea cu care forța socială acționează asupra individului.

3. Observație asupra considerațiilor anterioare

Modul de reprezentare a mișcării sociale și introducerea noțiunii de spațiu social au o importanță specială care ne obligă să ne oprim încă o dată asupra chestiunii.

Reprezentarea pe care o propunem poate fi utilă și numai pentru faptul că face vizibile anumite fenomene al căror studiu se dovedește a fi și mai dificil datorită vagului în care plutesc.

Nu trebuie însă pierdut din vedere faptul că întrebuințarea celor trei coordonate pe care le-am ales nu reprezintă decât o primă etapă. După cum am mai spus-o, ar trebui să fie alese drept coordonate variabilele independente de care depind fenomenele sociale. Acest lucru nu va putea fi făcut înainte ca studiul forțelor sociale să fi avansat suficient pentru a permite distingerea variabilelor sociale integral independente. Odată cunoscute, valorile variabilelor vor fi reprezentate prin lungimi trasate pe tot atâtea axe de coordonate.

Aceste variabile vor putea fi în număr de una, două sau trei; dar numărul lor va putea fi și mai mare de trei. În acest caz, spațiul social va fi un spațiu cu mai mult de trei dimensiuni, un *hiperspațiu*. O reprezentare geometrică a acestui spațiu nu va mai fi posibilă și proprietățile, la fel ca și formulele echilibrului și mișcării sociale, pe care le vom stabili în continuare, vor trebui generalizate și pentru acest spațiu cu mai mult de trei dimensiuni.

Până atunci, formulele noastre și proprietățile corespunzătoare nu vor fi adevărate decât la nivelul aproximației primare, aceea în care neglijăm variația fenomenelor sociale provenite din acțiunea reciprocă a forțelor aparținând fiecăruia dintre grupurile economic, intelectual și moral.

* * *

În continuare, vom fi constrânși să căutăm câteva exemple luate din viața societăților, fie pentru a verifica un rezultat stabilit prin simplu raționament, fie pentru a susține raționamentul cu faptele observate. Alegerea exemplelor va fi destul de anevoioasă. Dacă sunt luate din societățile cele mai civilizate – care sunt și cel mai bine cunoscute –, viața acestor societăți fiind extrem de complicată, distingerea între efecte produse adeseori de cauze foarte diverse poate fi dificilă. Dacă, pe de altă parte, ne referim la societățile primitive, a căror viață este atât de simplă și în care relația dintre cauze și efecte este relativ ușor de descoperit, aceste societăți prezintă în general inconvenientul de a fi destul de puțin cunoscute. În toate cazurile, vom evita, pe cât posibil, să recurgem la exemple contemporane; la ele există marele risc de a deveni mai puțin obiectivi; și, de altfel, suntem încă prea aproape în timp pentru a le judeca cu anvergura impusă de subiect.

Capitolul IV

Statica socială

1. Echilibrul, compunerea şi rezultanta forţelor sociale

Să considerăm un anumit număr de forţe sociale P, aplicate unui individ sau unei societăţi compuse dintr-un anumit număr de indivizi. Se spune că aceste forţe sunt *în echilibru* când, prin suprimarea lor, nu se schimbă nimic în starea de repaus sau de mişcare socială pe care individul sau societatea o aveau înaintea acestei suprimări.

Din această definiţie se poate vedea că starea de echilibru a unui sistem de forţe sociale nu implică starea de repaus social a individului sau a societăţii în care se manifestă.

Se poate întâmpla însă ca, într-un sistem oarecare de forţe sociale P, să fie posibilă găsirea unei forţe unice R', care, adăugată forţelor date, să le echilibreze. Dacă se consideră o forţă R, egală şi direct opusă lui R′, această forţă R este capabilă să echilibreze şi pe R'. În consecinţă, acţiunea forţei R este echivalentă cu cea a sistemului de forţe P, întrucât fiecare este în aceeaşi măsură capabilă să echilibreze forţa R'. Se spune atunci că forţa R este *rezultanta* forţelor P, iar acestea din urmă, *componentele* lui R.

Se vede din definiţie că, atunci când mai multe forţe se echilibrează, oricare dintre ele este egală şi direct opusă rezultantei tuturor celorlalte.

* * *

În mecanica raţională se pot demonstra următoarele propoziţii:

1. Când un anumit număr de forţe acţionează asupra unui punct material urmând aceeaşi linie dreaptă – dacă convenim ca fiind pozitive forţele care lucrează într-un sens şi negative pe cele care lucrează în sens opus –, aceste forţe au totdeauna o rezultantă care acţionează după aceeaşi linie dreaptă şi a cărei valoare este egală cu suma algebrică a componentelor sale.

2. Dacă această sumă este nulă, forţele date se află în echilibru. Dacă două forţe P şi P' acţionează asupra aceluiaşi punct material M în direcţii diferite, ele

au totdeauna o rezultantă care este reprezentată în mărime și în direcție prin diagonala MR a paralelogramului construit cu forțele P și P'.

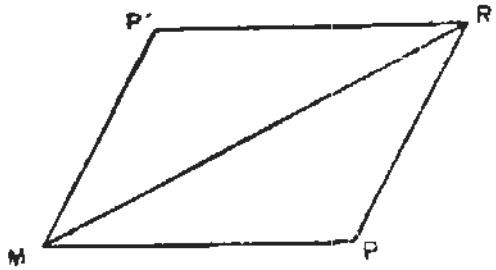


Fig. 15.

3. Dacă un sistem de mai multe forțe concurente P, P', P", P"'... acționează asupra aceluiași punct material M, aceste forțe au totdeauna o rezultantă reprezentată în mărime și direcție prin dreapta MR care închide conturul poligonal format din dreptele MP, PP_1, P_1, P_2…, egale, paralele și direcționate în același sens cu forțele P, P', P"… Atunci când sunt trei forțe, poligonul poate fi înlocuit printr-un paralelipiped. Dacă conturul poligonal se închide de la sine, astfel încât dreapta MR este egală cu zero, forțele sunt în echilibru.

4. Reciproc, o forță MR poate fi totdeauna înlocuită printr-un sistem echivalent de două sau mai multe alte forțe MP, MP', MP"..., care acționează după dreptele date. Atunci, forța MR a fost *descompusă* după direcțiile MP, MP'... Această descompunere se poate face doar într-un singur mod dacă numărul direcțiilor date MP, MP'... nu este mai mare de trei; în caz contrar, se poate face într-o infinitate de moduri.

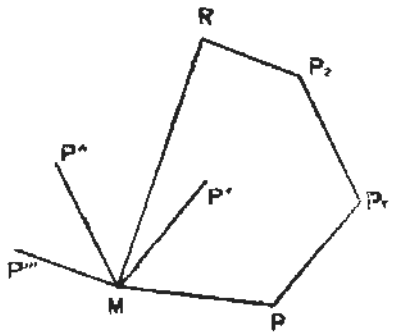


Fig. 16.

5. Când un sistem de forțe paralele este aplicat unui sistem invariabil de puncte materiale, se poate reduce, în cazul general, la o rezultantă unică și, în anumite cazuri particulare, la un sistem de două forțe egale, paralele și de sens contrar MP și M'P' care formează ceea ce se numește un *cuplu de forțe*. În cazul în care există o rezultantă unică, punctul său de aplicație poartă numele de *centru al forțelor paralele* și se demonstrează că poziția acestui punct nu se schimbă în

raport cu corpul considerat atunci când direcția forțelor se modifică, fără ca raportul între mărimile acestor forțe sau punctele lor de aplicație să varieze. În cazul greutății, acest centru poartă numele de *centru de greutate*.

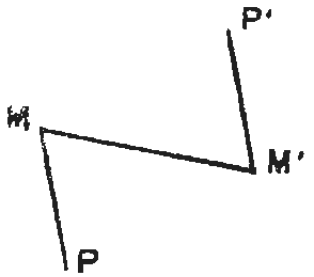


Fig. 17.

6. În cazul general, forțele aplicate unui sistem invariabil se reduc la o forță unică și la un cuplu unic. Forța tinde să imprime sistemului o mișcare de translație, cuplul, o mișcare de rotație. Numai în cazuri particulare, forțele date se pot reduce fie la o forță unică, fie la un cuplu unic. Pentru ca sistemul să fie în echilibru, este necesar și suficient ca această forță și acest cuplu unic să fie, fiecare în parte, nule.

* * *

Am demonstrat în capitolul III, 2 că forțele sociale pot fi reprezentate geometric prin vectori, la fel în cazul forțelor fizice.

Este ușor să aplicăm vectorilor exact aceleași raționamente ca și în mecanica rațională pentru a ajunge la concluzii analoage. Se poate demonstra astfel că:

1. Mai multe forțe sociale aplicate după aceeași direcție aceluiași individ pot fi înlocuite printr-o forță unică, acționând după aceeași direcție și egală cu suma lor algebrică. Astfel, două forțe pur economice și, în consecință, paralele cu axa OX, se vor adăuga una alteia dacă sunt de același sens și se vor scădea, una din cealaltă, dacă sunt de sens contrar.

2. Forțele sociale de o direcție oarecare, ce acționează asupra aceluiași individ, se compun și se descompun după regula paralelogramului și paralelipipedului și a poligonului forțelor. În consecință, putem înlocui printr-una singură toate forțele sociale care acționează asupra unui individ, ceea ce va permite simplificarea studierii lor. Problema s-ar putea și inversa și, spre a atinge un anumit scop pentru care ar fi necesară o forță socială MR, am putea înlocui această forță printr-un anumit număr de alte forțe, mai ușor de realizat și alese astfel încât rezultanta lor să fie MR. Substituția nu va fi posibilă decât într-un fel, dacă MR ar fi înlocuită doar prin două sau trei forțe a căror direcție este dată; și se va putea face într-o infinitate de feluri, dacă numărul componentelor este mai mare de trei.

3. În general, nimic nu ne dă dreptul să considerăm corpul social ca invariabil. Dimpotrivă, poziția socială a indivizilor care îl compun se modifică neîncetat și în consecință se schimbă și forma corpului social. Cum însă aceste modificări nu se pot produce decât într-un timp diferit de zero, putem considera corpul social, la un anumit moment dat, ca invariabil pentru un timp foarte scurt. Întrucât forțele exterioare aplicate acestui corp se pot reduce în acel moment la o forță unică și la un cuplu unic, corpul social are în fiecare moment o tendință de a înainta printr-o mișcare de translație și, în același timp, de a se roti în jurul unei axe a cărei poziție poate fi determinată. Dacă corpul social ar păstra o formă invariabilă, aceste duble mișcări extrem de mici ar depinde numai de forțe ce acționează asupra corpului social și succesiunea lor ar determina complet mișcarea socială; cum însă această formă, la rândul ei, se modifică, mișcarea corpului social nu depinde numai de cele două mișcări infinitezimale despre care am vorbit mai sus, ci și de schimbarea continuă a formei corpului social.

4. Modificarea infinitezimală a formei corpului social, la un moment dat, va fi determinată dacă se vor cunoaște în acel moment forțele exterioare care acționează asupra acestuia și acțiunile reciproce ale indivizilor ce-l compun.

2. Centrul de greutate al unui corp social

Orice corp de formă invariabilă are un centru de greutate a cărui poziție rămâne invariabilă în raport cu corpul, dacă și numai dacă forma corpului nu se schimbă.

Fiind variabilă, forma unui corp social nu îndeplinește această condiție, așa încât nu va fi cazul luăm în calcul centrul de greutate al unui asemenea corp. Dar cum nicio schimbare socială nu se poate produce în mod instantaneu, se poate admite că la un moment determinat și pentru un timp foarte scurt forma corpului social rămâne invariabilă și atunci putem încerca să determinăm centrul său de greutate pentru acel moment.

Mecanica rațională stabilește formule pentru calculul poziției centrului de greutate a unui corp de formă dată, când se cunoaște mărimea forțelor paralele ce acționează asupra fiecăruia dintre punctele materiale care-l compun. Aceste formule vor putea fi aplicate și unui corp social dacă se înlocuiesc forțele mecanice prin forțe sociale și punctele materiale prin indivizi.

Să considerăm, de exemplu, un interes economic oarecare ce afectează toate clasele unei societăți și, pentru a preciza, să presupunem că este vorba de a stabili drepturile de vamă asupra grâului. Importanța acestor drepturi va avea o influență asupra prețului pâinii, articol de primă necesitate pentru toți indivizii care compun societatea, fie bogați, fie săraci. Dar această necesitate nu afectează în mod egal pe toți acești indivizi: o creștere a prețului pâinii nu prezintă aceeași importanță pentru cel avut și pentru cel sărac, cel din urmă resimțind

această creştere ca o restrângere a mijloacelor de existenţă diferită decât în cazul celui dintâi. Pentru a ţine seamă de această diferenţă este necesar ca fiecărui individ să-i fie atribuit un coeficient cu atât mai mare cu cât mijloacele de existenţă sunt mai reduse şi să se multiplice prin acest coeficient forţa socială care reprezintă pentru fiecare individ sporirea preţului pâinii. Forţele astfel obţinute vor fi paralele, pentru că, fiind forţe pur economice, ele sunt toate paralele cu axa OX; deci, se va putea căuta centrul lor.

Să luăm un alt exemplu. Fie un corp social compus numai din două grupuri: grupul agrarienilor şi cel al industriaşilor B. Să presupunem că A şi B sunt coeficienţi numerici, proporţionali cu importanţa economică a fiecăruia din aceste grupuri.

Trebuie stabilite drepturile vamale. Agricultorii au interesul ca aceste drepturi să fie cât se poate de ridicate pentru cereale, spre a-şi proteja propria producţie; dimpotrivă, ei doresc ca produsele industriale să fie cât mai puţin impuse, atât pentru a le avea mai ieftin, cât şi pentru a da o compensaţie în exterior. Este opusul celor ce se întâmplă cu industriaşii, care doresc să se apere faţă de concurenţa din exterior şi să aibă pâinea ieftină. Fie α raportul între drepturile asupra cerealelor şi cele asupra produselor industriale, pe care agrarienii pretind să-l stabilească; fie β valoarea acestui raport cerut de industriaşi. Ponderea lui α este evident proporţională cu importanţa A a grupului care îl susţine, şi acelaşi lucru pentru β. Dar legiuitorul nu trebuie să considere numai interesele pur materiale ale celor două grupe prezente; el are datoria să ţină seama de toate interesele sociale care-i sunt încredinţate, şi care, la un anumit moment, face astfel încât centrul de greutate al societăţii să se apropie când de un grup, când de celălalt. Dacă, de exemplu, grupul B este foarte puţin numeros în raport cu A, ar risca să fie strivit dacă s-ar ţine cont numai de importanţa sa numerică, ceea ce nu poate fi admis, în special dacă presupunem că acest grup reprezintă partea cea mai inteligentă, cea mai activă sau cea mai solidă a populaţiei. Legislatorul este acela care, ţinând seama de toate circumstanţele, trebuie să aloce fiecărui grup un coeficient proporţional cu importanţa sa în problema respectivă. Poziţia centrului de greutate al societăţii în problema specială pe care o avem în vedere va putea fi determinată atunci prin formulele obişnuite ale staticii raţionale.

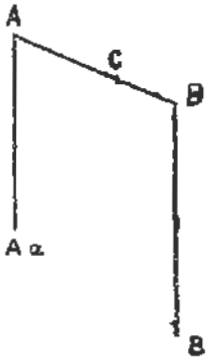


Fig. 18.

Prin urmare, ecuația cunoscută:

$$\frac{A\alpha}{B\beta} = \frac{BC}{AC}$$

dă valoarea raportului α/β, ce trebuie stabilit între pretențiile celor două grupuri rivale.

Acest procedeu este aplicat uneori; astfel, pentru a determina amplasarea unei gări, inginerul caută centrul de greutate al localităților pe care trebuie să le deservească, după ce le-a atribuit fiecăreia câte un coeficient proporțional cu importanța lor din punct de vedere al traficului.

3. Principiul vitezelor virtuale

Principiul vitezelor virtuale care se demonstrează în mecanica rațională este o proprietate foarte generală a echilibrului forțelor mecanice aplicate unui sistem material oarecare. Iată în ce constă el.

Fie un sistem material compus din punctele materiale A, A', A"... care sunt supuse unor forțe P, P', P"... precum și anumitor condiții dinainte impuse și pe care trebuie să le satisfacă. Astfel se pot impune condițiile ca punctele A și A′ să rămână la o distanță constantă unul de celălalt, ca A" să fie obligat să rămână pe o suprafață fixă, ca A"' să nu se îndepărteze de o anumită curbă etc. Aceste condiții impuse sistemului se numesc *legături*.

Să considerăm două poziții ale sistemului, infinit de apropiate una de cealaltă, astfel încât fiecare să satisfacă condițiile impuse. Fie A și *a* cele două poziții infinit de apropiate de un oarecare punct al sistemului și P forța aplicată acestui punct. Dreapta infinit de mică A*a* se numește *viteza virtuală* sau *mișcarea virtuală* a punctului A.

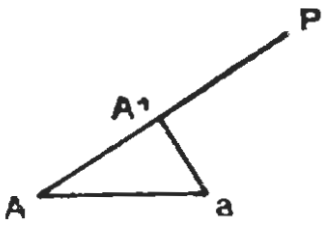


Fig. 19.

Cuvântul *virtual* indică faptul că mișcarea A*a* nu este o mișcare reală, așa cum ar putea-o produce forța P în raport cu condițiile impuse sistemului. Este o simplă deplasare pur geometrică ce ar putea fi imprimată punctului A, fără a avea în vedere forțele P, cu singura preocupare de a fi satisfăcute legăturile impuse sistemului.

În consecință, se presupune că, în general, este posibil să se imprime unui sistem dat, având anumite legături, o infinitate de mișcări virtuale. Astfel, dacă punctele A și A' trebuie să rămână la o distanță constantă unul de altul, dreapta AA' poate fi deplasată oricum în spațiu și condiția va fi îndeplinită atâta timp cât lungimea acestei drepte nu va varia. În același fel, dacă se impune lui A" condiția de a se afla neîncetat pe o suprafață fixă, deplasarea lui A" pe această suprafață în jurul poziției sale actuale va fi permisă în orice direcție.

Se numește *moment virtual* al forței P aplicate punctului A al sistemului produsul P x AA_1 între valoarea P a forței și proiecția ortogonală a vitezei virtuale A*a* pe direcția forței P.

Principiul vitezelor virtuale se enunță astfel:

Dacă un sistem material e supus unui sistem de forțe și unui anumit număr de legături și dacă aceste forțe se află în echilibru, suma algebrică a momentelor virtuale ale tuturor acestor forțe este nulă pentru toate mișcările virtuale ale sistemului, compatibile ci legăturile ce îi sunt impuse.

Această proprietate se exprimă prin ecuația:

$$\sum P \times AA_1 = 0.$$

În mecanica rațională există mai multe feluri de a demonstra principiul vitezelor virtuale. Cu ajutorul modului de reprezentare admis în capitolul III și cu rezervele pe care le-a formulat, este ușor de verificat că aceste demonstrații se aplică și forțelor sociale care acționează asupra unui corp social. Putem deci formula următorul principiu:

Dacă un corp social oarecare este supus unor anumite forțe sociale și unui anumit număr de legături și dacă aceste forțe sunt în echilibru, suma algebrică a momentelor virtuale ale tuturor acestor forțe sociale este nulă pentru toate mișcările virtuale ale corpului social, compatibile cu legăturile ce îi sunt impuse.

* * *

În mecanica rațională, legăturile impuse unui sistem material se exprimă în general prin ecuații între coordonatele punctelor materiale care îl compun; uneori ele se exprimă și prin inegalități. În acest ultim caz, enunțul principiului se modifică, în sensul că suma vitezelor virtuale trebuie să fie nulă sau negativă, pentru toate mișcările virtuale posibile într-un singur sens, considerat a fi pozitiv.

Același lucru se va petrece și în mecanica socială. Condițiile impuse unui corp social vor putea fi uneori exprimate prin ecuații. Pentru un militar sau un călugăr, disciplina severă căreia i se supun impune mișcării lor sociale asemenea limite încât nu se pot îndepărta de linia care le este trasată și cunoscută dinainte; această linie va putea fi reprezentată prin ecuații. În regimul castelor, dezvoltarea socială a individului este limitată în anumite direcții, uneori chiar în toate; el nu

poate pretinde o instrucție care să depășească o anumită limită, starea sa morală nu se poate ridica dincolo de o anumită limită, bogăția sa nu se poate mări prea mult, nu are dreptul să achiziționeze pământ. În acest regim, individul poate fi considerat ca fiind liber să se miște în interiorul unei anumite suprafețe în afara căreia nu poate trece. Aceste stări de lucruri vor fi exprimate prin inegalități și se va scrie că pentru acea direcție coordonatele individului vor fi inferioare sau cel mult egale cu cele ale punctului suprafeței care se află pe această direcție.

* * *

Principiul vitezelor virtuale pe care le-am stabilit în mecanica socială poate părea mai curând o curiozitate științifică decât o achiziție de oarecare utilitate practică pentru sociologie. Nu este sigur că situația se prezintă astfel. În istoria științelor sunt numeroase exemplele în care principii abstracte, la prima vedere complet inutilizabile, au devenit punctul de plecare al unor teorii și aplicații importante. În mecanica rațională chiar principiul vitezelor virtuale, precum și cel al lui d'Alembert au devenit pentru Lagrange baza unei științe unitare în ansamblu. Legile lui Ohm, atât de mult timp necunoscute, sunt azi cel mai solid fundament al minunatelor aplicații ale electricității etc. Nu avem motive să credem că singură sociologia va face mereu excepție.

4. Stabilitatea echilibrului social

În mecanica rațională, când un sistem de forțe oarecare aplicate unui sistem material se află în echilibru, se spune că acest echilibru este *stabil* atunci când, sistemul, fiind deplasat foarte puțin de poziția sa de echilibru, tinde să revină la starea inițială. Echilibrul este *instabil* când sistemul tinde să se îndepărteze din ce în ce mai mult de poziția sa de echilibru.

Fie, de exemplu, un sistem compus dintr-un singur punct material supus exclusiv forței greutății sale și obligat să rămână pe o curbă fixă CC.

Este evident că punctul nostru material va fi în echilibru dacă se află în A, cel mai jos dintre toate punctele curbei aflate în imediata sa apropiere. Este evident că dacă îndepărtăm foarte puțin mobilul nostru pe curbă la dreapta sau la stânga punctului A, greutatea sa îl va face să coboare de-a lungul acestei curbe și îl va apropia din nou de A, astfel încât, după câteva oscilații, va sta din nou în echilibru. Acest echilibru este deci stabil. Mobilul va fi în echilibru și în punctul B care se află mai sus decât toate punctele care îl preced sau îi urmează; dar, dacă mobilul este foarte puțin deplasat pe curba sa la dreapta sau la stânga lui B, greutatea sa îl va face să alunece pe această curbă și îl va îndepărta din ce în ce mai mult de B; acesta este un echilibru instabil.

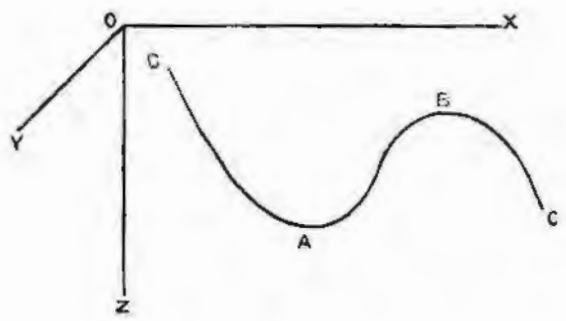


Fig. 20.

Să considerăm şi un corp solid greu care are un punct fix. Acest solid va fi în echilibru stabil dacă centrul său de greutate este situat pe aceeaşi verticală cu punctul fix şi dedesubtul lui; echilibrul va fi instabil dacă centrul de greutate se află deasupra punctului fix.

În general, nu este atât de uşor de distins dacă starea de echilibru a unui sistem este stabilă sau nu, iar formularea unei teorii matematice generale a stabilităţii echilibrului ar fi foarte dificilă.

Cu toate acestea, am reuşit să demonstrăm câteva proprietăţi utile. Principiul vitezelor virtuale fiind valabil pentru oricare sistem de forţe în echilibru, ecuaţia

$$\sum P \times AA_1 = 0$$

stabilită în paragraful anterior trebuie să aibă loc. Or, se întâmplă adesea să existe o funcţie astfel încât $\sum P \times AA_1$ să fie diferenţiala sa totală exactă. Pe de altă parte, se demonstrează că una din condiţiile pentru ca funcţia să fie maximă sau minimă este ca diferenţiala sa totală să fie nulă.

Să presupunem că datele problemei noastre sunt de aşa natură încât funcţia poate exista. Cum în starea de echilibru diferenţiala totală $\sum P \times AA_1$ a acestei funcţii este nulă, rezultă că, în această stare, funcţia trebuie să fie maximă sau minimă, dacă este îndeplinită în plus şi o altă condiţie matematică anumită. Or, se demonstrează că *dacă funcţia φ există şi dacă ea este maximă, echilibrul este totdeauna stabil*. Dacă funcţia este minimă, nu se mai poate afirma dacă echilibrul este stabil sau nu: trebuie atunci să examinăm fiecare caz particular, pentru a şti despre ce este vorba.

Funcţia φ are în mecanica raţională o semnificaţie precisă; ea se numeşte funcţie de forţe şi reprezintă totalitatea energiei consumate în mişcare şi în intervalele de timp considerate (v. capitolul V, 10).

* * *

Trecând la fenomenele sociale, vedem că li se aplică şi lor concluziile anterioare, întrucât aceste fenomene sunt ele însele supuse principiului vitezelor virtuale.

Vom spune deci că, pentru ca echilibrul unui sistem de forțe sociale aplicate unei anume societăți în condiții date să fie stabil, trebuie să fie îndeplinită o primă condiție, aceea ca funcția forțelor să existe. Dacă ea există și este maximă, echilibrul este stabil. Dar acesta poate fi stabil și în cazurile în care funcția forțelor va fi minimă, numai că aceste cazuri nu pot fi în general prevăzute, și pentru stabilirea lor trebuie studiat fiecare caz în parte.

* * *

Să încercăm să desprindem semnificația acestor rezultate.

Să remarcăm, mai întâi, faptul că mișcarea socială este în fiecare moment rezultatul forțelor sociale cărora se supune în acel moment corpul social, precum și al impulsului pe care-l posedă deja și se datorează mișcării sale anterioare. Dacă forțele sociale se echilibrează, prima din aceste două cauze ale mișcării se reduce la zero, dar cea de a doua rămâne; astfel încât nu trebuie să se creadă că existența echilibrului forțelor aplicate unui corp social implică în mod necesar starea de repaus a corpului. Această stare nu ar fi decât un caz particular, anume acela în care forțele sociale s-ar echilibra. În consecință, condițiile pe care tocmai le-am găsit pentru stabilitatea echilibrului unui sistem de forțe se aplică la fel de bine unui corp social în repaus ca și unuia care ar poseda o mișcare datorată numai impulsului anterior.

Starea de repaus a unui corp social este aceea în care fiecare individ păstrează o situație socială constantă, deci când starea sa economică, intelectuală și morală rămân invariabile. Este cazul societăților sălbatice. Ar putea fi și cazul unei societăți civilizate, unde fiecare individ ar fi pe de-a-ntregul mulțumit de soarta sa și lipsit de orice aspirație și în care celelalte forțe sociale echilibrându-se, prin ele însele nu ar putea să modifice forma corpului social.

În cazul general, chiar dacă forțele sociale se echilibrează, mișcarea socială are totdeauna loc în virtutea impulsului anterior, astfel încât poziția socială a fiecărui individ, ca și forma corpului social pot continua să varieze.

Visul echilibrului social stabil preocupă mulți gânditori animați de intenția de a vedea sfârșindu-se lupa oamenilor pentru dobândirea fericirii. Să examinăm problema.

Mai întâi să lămurim un prim punct pe care partizanii echilibrului social nu îl precizează: înțeleg ei oare prin echilibru social starea de repaus a corpului social? Sau se gândesc să conserve mișcarea socială datorată impulsului anterior?

Prima ipoteză nu este admisibilă. E limpede că o societate lipsită de orice mișcare socială, redusă la o simplă viață vegetativă, nu este posibilă decât cu mai multe condiții. Trebuie, în primul rând, ca resursele de care dispune să fie în fiecare moment identice cu nevoile sale. Îndată ce egalitatea va dispărea, se va declanșa o luptă pentru cucerirea surplusului, dacă acesta există; iar lupta va avea loc și în caz de insuficiență, căci fiecare va dori să conserve ceea ce are.

Credința că prin întrebuințarea forței s-ar putea restrânge tendința naturală este o iluzie; și chiar dacă s-ar putea ajunge în acest punct, însăși întrebuințarea forței va fi o negare a stării de echilibru. Starea de repaus social o găsim, într-adevăr, în societățile sălbatice, unde fiecare individ beneficiază în timpul întregii sale vieți de aceleași drepturi, de aceleași obligații, de aceleași mijloace de existență, de aceeași poziție socială. Dar nu putem invoca acest exemplu în sprijinul teoriei repausului. Mai întâi, pentru că nu se pot lua, ca modele, societățile sălbatice când este vorba de organizarea societăților civilizate. Apoi, pentru că împrejurările care permit sălbaticilor să-și conserve starea lor de repaus social nu le regăsim în cazul oamenilor civilizați. Un trib indian trăia în mijlocul unei savane imense, unde turme formate din mii de bizoni îi satisfăceau toate nevoile. Odată alcătuită provizia de carne și de piei pe întregul an, indianul nu mai avea alte necesități și nu exista pentru el niciun motiv care să-l facă să dorească schimbarea unei stări sociale, singura cunoscută și singura posibilă pentru el. În plus, starea de echilibru social a tribului era destul de precară, având în vedere că în fiecare moment se afla în război cu toate triburile vecine pentru a-și apăra proprietatea.

De altfel, condiția fundamentală a menținerii acestei stări de repaus era ca nicio cauză exterioară să nu intervină pentru a o tulbura. Or, importarea calului și a armelor de foc a fost una dintre cauze; ea a sporit forța de atac a indianului; fiecare trib a putut să-și lărgească cercul de acțiune, ceea ce a dus la mărirea numărului de conflicte cu triburile vecine și la creșterea numărului omorurilor. Echilibrul anterior era astfel distrus.

Diminuarea și, până la urmă, dispariția turmelor de bizoni, posibilă datorită achiziționării calului și a puștii și, în cele din urmă, datorită pătrunderii civilizației în aceste regiuni îndepărtate, au constituit o altă cauză a distrugerii stării de repaus social a triburilor indiene; dar, de data aceasta, a fost o mișcare de recul, mergând până la nimicirea totală a vieții sociale.

Dacă acesta a fost cazul triburilor sălbatice cu un ansamblu foarte redus de nevoi, cu atât mai mult este imposibilă starea de repaus social stabil pentru o societate civilizată.

Pe de o parte, pentru a se ajunge la această stare de repaus, ar trebui să se reducă gradual și, până la sfârșit, să se suprime mișcarea socială deja existentă în aceste societăți; altfel spus, ar trebui suprimat progresul. Nu credem că este necesar să demonstrăm imposibilitatea unei astfel de încercări, mai ales în momentul în care intensitatea acestei mișcări este mai mare decât oricând.

Pe de altă parte, pământul începe să devină de pe acum prea mic pentru cei care-l locuiesc și va trece încă mult timp până când fiecare va ajunge, vrând-nevrând, la locul ce i se cuvine. Să presupunem că, în acea epocă îndepărtată, când nu va mai fi nimic de câștigat, se va ajunge printr-un mijloc oarecare la realizarea repausului social. Este ușor de prevăzut că această stare nu va putea

fi stabilă căci, fără a socoti alte motive, faptul singur al creşterii naturale a populaţiei va crea noi cerinţe, suficiente pentru a repune societatea în mişcare.

În rezumat, starea de repaus social nu poate fi realizată pentru societăţile civilizate; dacă s-ar realiza, nu ar fi stabilă; mai mult, acest fapt nu este de dorit. Argumentele pe care le-am dat nu sunt singurele, dar credem că este inutil să insistăm mai mult asupra acestei chestiuni, mai ales fiindcă este greu de admis că gânditorii care urmează idealul echilibrului social l-au conceput în acest fel.

Acest caz fiind eliminat din discuţie, rămâne să-l discutăm pe acela în care, mişcarea datorată impulsului anterior conservându-se, trebuie să stabilim echilibrul forţelor sociale.

Această problemă poate fi privită din două puncte de vedere diferite.

În primul rând, ne putem propune să facem ca forţele exterioare aplicate sistemului social considerat să se echilibreze, astfel încât ele să nu exercite nicio influenţă asupra mişcării sistemului datorate impulsului anterior. Procedând aşa, invariabilitatea formei corpului social nu este încă asigurată, deoarece nimic nu arată că mişcarea sistemului s-ar face în aşa fel încât forma să rămână invariabilă. Pentru comparaţie, să luăm în discuţie sistemul solar. Atâta timp cât este supus numai forţelor interioare ce se dezvoltă între diferitele corpuri componente, mişcările acestor corpuri fac în fiecare moment să se schimbe dispoziţia lor şi, ca urmare, însăşi forma sistemului. Dacă se aplică acestui sistem anumite forţe exterioare, cum este atracţia stelelor fixe, aceste forţe vor schimba mişcările corpurilor ce compun sistemul. Dar, dacă aceste forţe s-ar echilibra între ele, nu ar modifica cu nimic mişcarea exterioară a sistemului solar care, în consecinţă, ar continua să-şi schimbe neîncetat forma.

Această problemă nu preocupă însă pe susţinătorii echilibrului social, căci ceea ce urmăresc ei este tocmai căutarea mijloacelor prin care, realizându-se o formă socială conformă dorinţelor lor, ea să fie menţinută pentru totdeauna.

Al doilea punct de vedere este acela care propune stabilirea echilibrului forţelor sociale, atât a celor exterioare, cât şi a celor interioare, cu condiţia ca forma corpului social să rămână invariabilă, ceea ce va modifica în general mişcarea pe care o avea acest corp în virtutea impulsului său anterior.

Aceasta este problema pe care şi-o pun susţinătorii echilibrului social. În teorie este totdeauna posibil, căci totdeauna se pot determina forţele ce trebuie adăugate unui sistem social, astfel încât ele să fie în echilibru în condiţiile date. Dar aceasta nu este suficient, căci, odată găsită soluţia, trebuie să ştim dacă starea de echilibru pe care o defineşte este stabilă sau nu. Or, noi am stabilit deja condiţiile în care stabilitatea este asigurată.

Trebuie în primul rând ca funcţia forţelor, pe care le-am definit mai sus, să existe. În mecanica raţională se demonstrează că pentru aceasta este necesar ca forţele să nu fie funcţii explicite de timp, ci să depindă numai de coordonatele ce compun sistemul. În mecanica socială este greu de admis că această condiţie

va fi îndeplinită în mod general; căci există forțe sociale – precum creşterea populației, rata dobânzii capitalului şi atâtea altele – care sunt în mod explicit funcții de timp. Această dificultate n-ar dispărea decât în cazul în care termenii ce-ar împiedica integrarea ar dispărea de la sine din ecuație, ceea ce este extrem de puțin probabil, sau dacă valoarea lor ar fi suficient de mică încât să poată fi neglijată. Iată un prim motiv care face ca stabilitatea echilibrului social să devină puțin probabilă.

O altă rațiune a acestei imposibilități este aceea că, deşi e asigurată stabilitatea cu forțele considerate la un anumit moment, ea va dispărea de îndată ce ar interveni noi forțe, şi cum nimic nu e stabil în natură şi cum noi forțe pot apărea în fiecare moment în jurul sau în interiorul unui corp social, stabilitatea echilibrului este una din cele mai puțin asigurate.

Dacă sunt învinse aceste dificultăți, stabilitatea echilibrului nu e încă sigură decât dacă funcția forțelor este maximă.

Se poate deci spune că stabilitatea echilibrului social e aproape totdeauna imposibilă.

* * *

Problema stabilității echilibrului a făcut obiectul a două capitole, al XIX-lea şi al XX-lea, din cartea *Primele principii* de Herbert Spencer. Sub titlul *Instabilitatea omogenului*, marele filozof se străduieşte să demonstreze imposibilitatea stabilității echilibrului unei mase omogene şi îşi extinde demonstrația şi asupra maselor sociale. Dar raționamentul lui lasă de dorit; el conține inexactități şi confuzii care îi compromit întreaga valoare. B. Brunhes (*Degradarea energiei*) ajunge la concluzia contrară, aceea că stabilitatea echilibrului unei mase omogene nu numai că este posibilă, dar distrugerea acestui echilibru este extrem de puțin probabilă.

Discuția precedentă arată că într-o anumită măsură – pentru Herbert Spencer numai în ceea ce priveşte concluziile sale – ambii pot avea dreptate, cu condiția să-şi precizeze bine toate condițiile. Dar mărginindu-se la studierea omogenului, acești autori au restrâns substanțial generalitatea problemei. În ceea ce priveşte o masă socială, raționamentul lui H. Spencer, chiar dacă ar fi fost just, ar fi fost inutil, căci omogenitatea unei mase sociale cere în primul rând egalitate perfectă între toți indivizii ce o compun, atât din punct de vedere moral şi economic, cât şi din punct de vedere intelectual, ceea ce, evident, este o imposibilitate.

Sperăm că argumentarea expusă mai sus este scutită de aceste obiecții, căci îmbrățişează problema în toată generalitatea sa şi precizează condițiile în care poate exista sau nu stabilitatea sistemului.

Putem spune totuşi că, situându-se pe terenul restrâns al omogenității, Brunhes vede foarte bine atunci când, exprimându-se conform teoriei sale despre degradarea energiei, caracterizează astfel posibilitatea stabilității echilibrului

omogenului: „Omogenul este instabil când diferențierea este însoțită de o degradare de energie; omogenul este stabil și nu se produce nicio diferențiere atunci când această diferențiere ar comporta o restaurare de energie utilizabilă“ (p. 354). Este tocmai enunțul, într-un limbaj diferit, al principiului demonstrat mai sus, și anume: „Stabilitatea echilibrului este asigurată în cazul în care funcția forțelor este maximă pentru această stare de echilibru“.

Pentru a sesiza mai bine sensul acestei propoziții să ne întoarcem la figura 20. Atâta timp cât mobilul alunecă pe porțiunea CA a curbei, de la C spre A, funcția forțelor este crescătoare, căci valoarea sa, în acest caz particular, este egală cu produsul dintre greutatea mobilului și distanța parcursă în sensul greutății; și cum această distanță se mărește cât timp mobilul cade, produsul crește și el.

Funcția forțelor măsoară cantitatea de energie dezvoltată în timpul mișcării respective; deci, se poate spune că pe porțiunea CA a curbei cantitatea de energie dezvoltată este în creștere. Odată depășit punctul A, această cantitate începe să se refacă, căci mobilul își recuperează posibilitatea de a cădea din nou, iar energia recuperată este maximă în B. Cantitatea de energie cheltuită este deci maximă în A, unde echilibrul este într-adevăr stabil; ea este minimă în B, unde acest echilibru este instabil.

* * *

În ceea ce privește concluzia, pe alocuri justă, pe care a tras-o H. Spencer în demonstrația sa pentru cazul particular avut în vedere, ea poate fi verificată prin exemplul următor, care arată că această demonstrație nu este nici exactă, nici generală.

Să considerăm o societate compusă dintr-un număr nedefinit de indivizi identici și între care se exercită o atracție invers proporțională cu o putere întreagă și pozitivă a distanței, atracția fiind aceeași pentru o distanță egală, oricare ar fi indivizii între care se exercită. Să plasăm acești indivizi la distanțe egale unii de alții, în așa fel încât fiecare dintre ei să se găsească în vârful unui tetraedru regulat, cu celelalte trei vârfuri ocupate de alți indivizi. Se va forma astfel o suită infinită de tetraedre regulate egale, lipite între ele prin una din fețe. Este evident că sistemul astfel dispus va fi în echilibru, căci fiecare individ va fi în mod egal solicitat de toți cei ce-l înconjoară și în direcții două câte două direct opuse. Dar, dacă se deplasează cât de puțin un singur A dintre acești indivizi din poziția sa de echilibru pentru a se apropia, de exemplu, de vecinii săi din dreapta, atracția pe care aceștia din urmă o exercită asupra lui va deveni mai puternică decât aceea a vecinilor, din stânga.

Individul va ceda atunci atracției celei mai puternice și se va confunda cu vecinii săi din dreapta. Astfel, va da naștere unui grup de doi sau mai mulți indivizi a căror atracție, mai puternică, se va exercita de jur împrejur și va rupe echilibrul ce exista pentru indivizii vecini. Fiecare dintre ei va ceda deci atracției

grupului care va fi cea mai puternică și va veni să i se alăture, ceea ce va crea un centru de atracție mai puternic. În acest fel, acest centru de atracție va deveni din ce în ce mai puternic și va continua să atragă spre el, din aproape în aproape, toți indivizii ce compun masa considerată. Or această masă în prima sa dispoziție era omogenă și în stare de echilibru. Ceea ce am spus mai înainte dovedește că acest echilibru era instabil.

Dar dacă în locul unei forțe de atracție am fi admis că forța ce se exercită între indivizi era o forță de repulsie invers proporțională cu o putere întreagă și pozitivă a distanței și dacă, în plus, facem ca individul A să se apropie oricât de puțin de vecinii săi din dreapta, repulsia pe care aceștia din urmă o vor exercita asupra lui va crește, în timp ce aceea a vecinilor din stânga va scădea. Rezultatul va fi ca A, cedând în fața acțiunii celei mai puternice, în loc să continue să se îndepărteze spre dreapta ca mai înainte, va reveni către stânga, tinzând să-și recapete poziția pe care o părăsise. Echilibrul va fi deci stabil.

Acest exemplu foarte simplu nu poate fi considerat o demonstrație, căci cazul de echilibru pe care îl are în vedere este unul foarte particular. Dar el este suficient pentru a face să se vadă ușor că propoziția lui H. Spencer referitoare la instabilitatea omogenului care, în unele cazuri, poate fi exactă, în altele nu se verifică.

Capitolul V

Dinamica socială

1. Axiome ale dinamicii raționale

Ca toate ramurile științelor matematice, dinamica rațională are ca punct de plecare un anumit număr de axiome din care decurg, prin simplă deducție, toate teoriile sale. Aceste axiome sunt considerate ca rezultat al observației fenomenelor mecanice. Tot astfel și geometria se bazează pe câteva principii precum: „Două cantități egale cu a treia sunt egale între ele“ și „Partea este mai mică decât întregul care o conține“, stabilite la început prin observație, dar care, în urma verificării lor prin experiență de o infinitate de ori, au devenit pentru noi aproape evidente prin ele însele.

Axiomele dinamicii sunt diferite de acestea prin faptul că verificarea lor prin experiență este cu mult mai dificilă și, în consecință, ele se prezintă spiritului nostru ca având un caracter de evidență mai scăzut decât cele ale geometriei. Cu toate acestea, întreaga mecanică cerească, precum și alte fenomene mecanice oferă mijloace de verificare foarte sigure și foarte precise care arată o concordanță perfectă între rezultatele observației și cele deduse din axiomele luate ca punct de plecare. Astfel, suntem îndreptățiți să admitem deplina exactitate a acestor axiome.

Axiomele dinamicii raționale sunt trei:

Prima e cunoscută sub numele de *principiul inerției*. Iată în ce constă el.

Să considerăm un punct material în repaus care nu e solicitat de nicio altă forță. Se admite că el va rămâne în repaus cât timp nicio forță nu va acționa asupra lui. Și, într-adevăr, dacă ar trebui să se pună în mișcare, ar trebui să o facă într-o anumită direcție, dar nu există niciun motiv pentru a se deplasa într-o direcție mai curând decât în alta, din moment ce această preferință nu ar fi determinata de nimic.

În al doilea rând, dacă un punct material are o anumită mișcare sub acțiunea unor anumite forțe și dacă la un moment oarecare aceste forțe ar dispărea dintr-o dată, mobilul va continua să se miște la infinit cu o mișcare uniformă, adică parcurgând spații egale în timpuri egale; și această mișcare se va face în linie

dreaptă pe tangenta MT, dusă la curba pe care o descrisese până atunci, în punctul M, unde acțiunea forțelor încetase brusc.

Fig. 21.

Pare evident că această mișcare trebuie să fie rectilinie și dirijată de-a lungul tangentei în M, căci această tangentă este prelungirea elementului rectiliniu infinitezimal al curbei pe care mobilul a parcurs-o la sfârșit, și nu există nicio rațiune de a admite că mobilul va trebui să se îndepărteze de la această dreaptă mai curând într-o direcție decât în alta.

Este dificil să admitem că această mișcare va trebui să se prelungească la infinit în mod uniform. Această parte a axiomei nu poate fi verificată prin observație directă, căci nu avem mijlocul de a observa nici lungimi, nici durate infinite; dar suntem îndreptățiți să admitem exactitatea acestei părți a axiomei dat fiind faptul că că consecințele ei se verifică perfect în mecanica cerească și în alte discipline.

A doua axiomă este cea a *mișcărilor relative* și se enunță astfel:

Fie un sistem de puncte materiale M, M', M"..., care se deplasează în spațiu, astfel încât drumurile parcurse de toate aceste puncte în același timp și în același moment să fie egale și paralele; este ceea ce se numește o *mișcare de translație*. Rezultă că figura formată de aceste puncte va rămâne invariabilă în timpul mișcării, căci distanțele respective dintre ele nu se vor schimba și punctele nu se vor deplasa unele în raport cu celelalte. Dacă aplicăm unui singur M dintre aceste puncte o forță P pe care nu o aplicăm celorlalte, figura sistemului va fi modificată, căci punctele M', M"..., cărora nu le este aplicată forța P, își vor continua mișcarea anterioară fără vreo modificare, în timp ce, sub acțiunea forței P, punctul M va avea o mișcare proprie în raport cu celelalte puncte ale sistemului. *Principiul mișcărilor relative spune că această mișcare a punctului M în raport cu punctele M', M"... este aceeași cu mișcarea pe care ar fi avut-o sub acțiunea forței P dacă ar fi plecat dintr-o stare de repaus.*

Să considerăm, de exemplu, un vapor în repaus și o bilă așezată pe puntea vaporului. Dacă această bilă este acoperită cu cretă și dacă îi imprimăm o mișcare pe punte, aplicându-i o lovitură de anumită forță și într-o direcție stabilită, ea va lăsa pe această punte o anumită urmă. Dacă vaporul se pune în mișcare și repetăm experiența exact în aceleași condiții, linia pe care bila o va trasa pe punte va fi aceeași ca prima dată și cele două mișcări vor avea loc după aceeași lege.

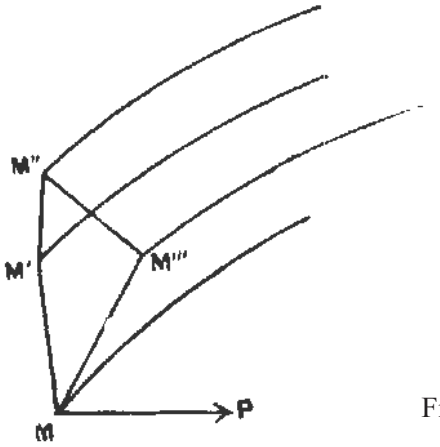


Fig. 22.

A treia şi ultima axiomă este numită *axioma acţiunii şi reacţiunii* şi se enunţă spunând că *dacă un punct material A exercită o acţiune oarecare asupra unui alt punct material B, punctul B exercită la rândul său asupra lui A o acţiune egală şi direct opusă primei*.

Dacă, de exemplu, A este un magnet şi B o bucată de fier, va avea loc o atracţie între A şi B. Dacă A este fix, B se va apropia de A cu o forţă ce poate fi măsurată prin diverse mijloace. Dacă B este fix, A este cel ce se va apropia de B şi se poate verifica faptul că forţa cu care se apropie este egală cu cea măsurată anterior.

Acestea sunt cele trei principii din care rezultă, prin deducţie, toate teoriile al căror ansamblu formează dinamica raţională. Dacă pentru unele dintre enunţurile lor reflecţia este suficientă pentru a le face clare, niciunul nu poate fi însă verificat prin experienţe directe şi cu o rigoare absolută. Pentru toate, singura verificare posibilă este aceea prin care se compară rezultatele teoriei cu cele ale experienţei. Cum în toate cazurile în care a putut fi făcută această comparaţie în condiţii îndeajuns de exacte acordul a fost întotdeauna recunoscut, avem dreptul să considerăm dinamica raţională ca o ştiinţă exactă şi stabilită pe baze sigure.

2. Axiome ale dinamicii sociale

Vom încerca să arătăm că pentru fenomenele sociale se pot enunţa principii analoage celor care guvernează fenomenele mecanice.

Principiul inerţiei. Să considerăm un individ în stare de repaus social. Aceasta înseamnă că poziţia sa socială nu se schimbă nici din punct de vedere economic, nici intelectual şi nici moral; în consecinţă, el nu este supus niciunei forţe sociale, oricât de mică ar fi ea; căci, prin definiţie, o forţă socială este o cauză ce produce o mişcare socială, şi cum această mişcare nu există prin ipoteză, nu există

nici forță. Atunci, aflându-se deja în stare de repaus și nefiind supus niciunei forțe, individul va rămâne în mod nedefinit în repaus; căci, dacă ar ieși din această stare, ar trebui în mod necesar să ia o direcție oarecare determinată; și nu există vreun motiv ca el să prefere o direcție alteia.

Concluzia pare în contradicție custarea de fapt. În dinamica rațională se poate admite acest lucru, deoarece materia este prin ea însăși inertă și nu poate ieși din repaus decât grație unei acțiuni din afară. Lucrurile nu stau la fel în ceea ce-l privește pe om. Frigul, care îl obligă să caute un adăpost și mijloace de a se acoperi, necesitatea de a trăi în societate, care îi impune o anumită morală, toate sunt forțe sociale care provin din cauze exterioare individului. Dar foamea, care îl silește să-și pună deoparte surplusul de hrană pentru momentele de penurie, și inteligența sa sunt primii factori ai progresului său economic și intelectual. În felul acesta, un individ abandonat singur pe o insulă pustie va ști să profite de resursele sale, grație energiei și inteligenței, ceea ce înseamnă că este prin el însuși capabil de a face să varieze poziția sa socială.

Această dificultate poate fi ușor înlăturată dacă se consideră inteligența drept o simplă forță socială ce acționează asupra individului exact în același mod ca oricare altă forță socială. În această concepție, individul propriu-zis nu este decât elementul inert, pus în mișcare socială prin forțe sociale, în rândul cărora trebuie inserată și propria sa inteligență și voință. În acest fel, concluzia anterioară nu mai are în ea nimic inexact; căci repausul social al individului se va menține cât timp nu va interveni nicio forță socială, deci nici inteligența și nici voința sa.

Acest mod de a concepe lucrurile nu diferă în fond de ceea ce se face în mecanica rațională. Să considerăm un magnet pus în prezența unei bucăți de fier moale. Dacă bucata de fier este fixă și magnetul liber, acesta din urmă se va deplasa pentru a se apropia de primul. Mișcarea nu este datorată decât magnetismului care rezidă în magnet și care reprezintă singura cauză a fenomenului; căci, dacă locul magnetului este luat de o a doua bucată de fier moale, mișcarea nu se va mai produce. Spunem totuși că mișcarea magnetului este produsă de atracția fierului pentru că lucrurile se petrec ca și cum această atracție ar exista în mod real. Separăm deci în gândire magnetul de proprietatea sa de a atrage fierul și atribuim unei cauze exterioare mișcarea sa, când, în realitate, cauza ei este proprietatea magnetului.

Nu procedăm altfel nici atunci când considerăm individul ca fiind distinct de forțele sociale a căror sursă socială este tocmai el.

Dificultatea fiind înlăturată, să continuăm studiul problemei care ne preocupă și să presupunem că individul, în loc să se afle în repaus social, are o mișcare sub acțiunea anumitor forțe sociale care la un moment dat dispar.

Pentru simplificare, să considerăm că forțele care determină mișcarea sunt forțe exclusiv economice și, în consecință, paralele la axa OX, și că mișcarea pe care o posedă individul este, la rândul ei, paralelă cu OY.

Vom admite că, dacă acțiunea forțelor încetează brusc, individul va continua, începând din acel moment, să aibă o mișcare socială uniformă, totdeauna paralelă cu OX.

Această propoziție pare destul de temerară și dificil de admis rațional. Vom remarca însă că lucrurile nu stau altfel nici în mecanica rațională atunci când, în legătură cu principiul inerției, cel ce se inițiază trebuie să se obișnuiască cu ideea că *Cessante causa, non cessat effectus* și că o mișcare provocată de o cauză care a încetat de mult să acționeze trebuie să se producă la infinit.

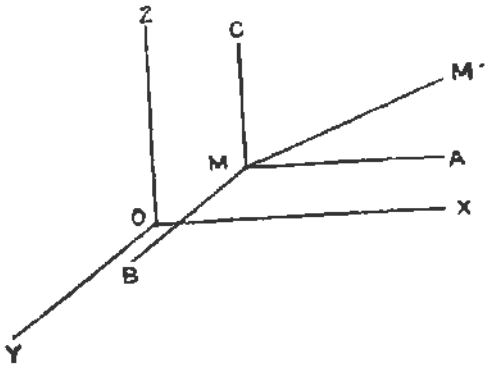


Fig. 23.

Numai după mult timp gândirea se obișnuiește cu această idee, iar îndoielile încetează sau se diminuează abia după o verificare repetată a rezultatelor la care conduce această teorie. Nu îndoiala pe care o va înlătura această propoziție va fi rațiunea suficientă pentru îndepărtarea ei. Dacă așa ar fi stat lucrurile în momentul în care un Galilei sau un Newton puneau bazele dinamicii raționale, azi această știință n-ar fi existat și spiritul uman ar fi fost privat de una din cele mai revoluționare cuceriri ale sale.

Admitem, așadar, propoziția formulată mai sus în mod provizoriu și sub rezerva ca urmările sale să fie verificate mai târziu. Nu vrem să ascundem, cu toate acestea, că verificarea va fi mai grea și va dura un timp mai îndelungat decât cea care, prin descoperirea atracției universale, a confirmat excepțional axiomele mecanicii raționale. În sociologie, cel puțin pentru moment, nu dispunem de niciun fel de fenomene care să dea posibilitate de a descoperi o lege atât de simplă și generală cum este cea a atracției newtoniene; dar nu putem prevedea ce ne rezervă viitorul.

Examinând mai îndeaproape cazul care ne preocupă, vom regăsi aceleași rațiuni care i-au condus pe fondatorii dinamicii raționale la formularea principiului inerției materiei. În primul rând, este într-adevăr evident faptul că, în momentul în care forțele încetează subit să acționeze, mișcarea socială a individului nu încetează imediat, ci se continuă încă un anumit timp, mai scurt sau mai

îndelungat; căci, în mecanica socială, ca şi în mecanica raţională, nu există efect care să se producă instantaneu.

De asemenea, este uşor de admis că această mişcare va continua un timp cu atât mai îndelungat cu cât obstacolele care se opun continuării sale sunt mai puţin numeroase şi mai slabe. Suntem înclinaţi să admitem că, dacă ar fi posibil să facem să dispară în întregime obstacolele, mişcarea ar putea continua la infinit. Facem aici aceeaşi inducţie precum cea sugerată de exemplul bilei sferice ce se rostogoleşte pe o masă orizontală cu atât mai departe cu cât masa este mai bine lustruită şi rezistenţa aerului mai mică.

În sociologie, o astfel de verificare este cu atât mai dificilă cu cât durata vieţii este limitată, căci enunţul acestui principiu presupune că, mişcarea fiind infinită, lungimea vieţii trebuie să fie şi ea infinită.

Putem admite că, dacă în momentul în care forţele au încetat să acţioneze, mişcarea individului era paralelă cu axa OX, ea va continua să se producă paralel la această axă; întrucât nu există nicio cauză care să tindă să scoată individul de pe această dreaptă într-o direcţie mai mult decât în alta, nu va exista nicio raţiune ca el să părăsească această linie dreaptă. Înseamnă că mişcarea dată, fiind pur economică, nu va putea căpăta un caracter intelectual sau moral cât timp nu va interveni nicio cauză intelectuală sau morală.

Un raţionament asemănător ne va arăta că, dacă forţele şi mişcarea ar fi fost paralele la OY sau OZ, după dispariţia acestor forţe, mişcarea ar fi continuat, cu o viteză constantă, paralel la OY sau OZ.

Să considerăm acum cazul general în care forţa are o direcţie oarecare MM'. Ea poate fi descompusă în trei componente MA, MB şi MC, respectiv paralele la axele de coordonate, şi putem aplica cele spuse mai înainte fiecăreia dintre ele. Va rezulta de aici că individul ar fi obligat, după dispariţia forţei, să posede trei mişcări uniforme şi rectilinii, paralele respectiv la OX, OY şi OZ. Aceste trei mişcări se vor compune într-una singură, uniformă şi rectilinie, după regula paralelipipedului de compunere.

În rezumat, principiul inerţiei pentru fenomenele sociologice poate fi formulat după cum urmează:

Dacă un individ se află în stare de repaus social şi nu este solicitat de nicio forţă socială, el va rămâne indefinit în repaus; dacă un individ are o anumită mişcare datorată unor anumite forţe sociale şi aceste forţe încetează dintr-odată să acţioneze, individul va continua să aibă o mişcare socială rectilinie şi uniformă, care se va continua indefinit atâta timp cât nu vor interveni noi forţe sociale şi va fi dirijată pe tangente la traiectoria urmată de individ, dusă prin punctul unde se găsea el în momentul când forţele au încetat să acţioneze.

Principiul mişcărilor relative. Fie un grup de indivizi M, M', M", M'"..., ocupând diverse poziţii sociale, care, sub acţiunea anumitor forţe sociale comune, au toţi mişcări paralele la OX în aşa fel încât toţi indivizii să posede în

fiecare moment viteze de aceeaşi mărime, direcţie şi sens. Mişcarea grupului este atunci o mişcare de translaţie, astfel încât, în forma sa, rămâne invariabilă. Această mişcare, fiind paralelă la OX, va fi pur economică.

Să presupunem acum că, în condiţiile în care indivizilor M', M", M"'... rămân aceleaşi, aplicăm numai individului M o forţă economică P, deci paralelă la OX, pe care nu o aplicăm celorlalţi indivizi ai grupului. Evident, forma grupului va fi modificată, căci individul M, solicitat de forţa P ce nu acţionează asupra celorlalţi, va căpăta un avans asupra lor; aceasta este *mişcarea relativă* faţă de ei. Ea reprezintă mişcarea survenită în schimbarea economică a lui M, în raport cu cea a lui M', M"... şi produsă de noua forţă P.

Vom admite că această mişcare *relativă este identică cu mişcarea absolută pe care ar fi căpătat-o individul M dacă, plecând din starea de repaus, ar fi fost supus unei singure forţe P*.

Acesta este tocmai enunţul *principiului mişcărilor relative* aplicat fenomenelor sociologice şi pentru cazul particular în care forţele şi mişcările sunt exclusiv economice. Dar enunţul ar fi rămas acelaşi şi dacă am fi avut de-a face cu forţe şi mişcări exclusiv intelectuale sau exclusiv morale.

Dacă luăm în considerare mişcări şi forţe oarecare, le putem înlocui prin componentele lor paralele la axele de coordonate şi concluziile vor fi aceleaşi, astfel încât enunţul precedent poate fi considerat ca fiind general.

Pentru a face mai clar acest enunţ printr-un exemplu, să presupunem că un grup de muncitori, lucrând împreună şi ducând exact aceeaşi viaţă, se ocupă cu exploatarea unei mine de aur şi toţi câştigă acelaşi salariu sau descoperă aceeaşi cantitate de aur pe lună. Dacă unul dintre ei descoperă pentru sine un filon mai bogat decât celelalte, el va deveni mai bogat decât camarazii săi; şi acest surplus de bogăţie va fi acelaşi ca şi în cazul în care nu ar fi posedat absolut nimic în momentul descoperirii filonului său.

În acest exemplu, enunţul principiului este evident exact, dar poate că această evidenţă va fi mai mică în alte exemple. Mai mult, principiul mişcărilor relative, ca şi cel al inerţiei, nu trebuie să fie considerat decât ca o axiomă a cărei exactitate rămâne de dovedit prin acordul între teorie şi observaţie.

Principiul egalităţii acţiunii şi reacţiunii. Dacă un individ A execută o acţiune oarecare asupra individului B, acesta din urmă exercită, la rându-i, asupra lui A o acţiune egală şi contrară primei acţiuni.

Pentru ca acest enunţ să aibă sens, este necesar să dăm mai întâi o definiţie.

Vom spune că doi indivizi A şi B sunt identici atunci când, fiind plasaţi în condiţii absolut identice, exercită acţiuni egale, în timpuri egale. Vom spune, de asemenea, că acţiunea individului A este de *n* ori mai mare decât cea a lui B, dacă acţiunea lui A este aceeaşi cu cea a *n* indivizi identici cu B, acţionând în acelaşi timp, pe aceeaşi dreaptă şi în acelaşi sens.

Se deduce de aici definiția raportului m/n al acțiunilor a doi indivizi.

Să considerăm acum doi indivizi identici A și B, puși unul alături de celălalt, și să presupunem că A este capabil să exercite o acțiune oarecare asupra lui B. Prin definiție, B va fi și el capabil să exercite o acțiune egală asupra lui A. Aceste două acțiuni vor fi contrare, căci, dacă acțiunea lui A tinde să-l apropie pe B de A, cea a lui B va tinde să-l apropie pe A de B, în virtutea aceleiași definiții. La fel și dacă aceste acțiuni ar tinde să-i îndepărteze pe indivizii A și B, unul de celălalt.

Deci, pentru acest caz simplu, principiul enunțat nu conține nimic care să fie contrar rațiunii.

Fie acum doi indivizi A și B ale căror acțiuni se află între ele în raportul m/n. Înseamnă că acțiunea lui A ar putea fi înlocuită prin aceea a *m* indivizi C, identici între ei, iar cea a lui B prin acțiunea a *n* dintre aceiași indivizi C. Să presupunem că, pentru chestiunea care ne preocupă, îl înlocuim pe A cu *m* indivizi C și pe B cu *n* dintre aceiași indivizi și numim *p* acțiunea ce se exercită între un individ C care aparține grupului A și un alt individ C din grupul B. Grupul B, fiind compus din *n* indivizi C, va suferi de *n* ori acțiunea *p*; și cum aceste acțiuni se exercită pe aceeași dreaptă și în același sens, ele vor putea fi înlocuite printr-una singură de valoare *np*, acționând pe aceeași dreaptă. Astfel este și acțiunea care se exercită între individul C, pe care l-am ales din grupul A și grupul B, în ansamblu. Dar grupul A conține *m* indivizi C; și cum fiecare dintre ei suferă aceeași acțiune *np* din partea grupului B, acțiunea totală exercitată de acest din urmă grup asupra lui A în ansamblul său va fi de *m* ori mai mare, deci: *mnp*.

La același rezultat am ajunge și dacă am cerceta, într-un mod similar, acțiunea grupului A asupra lui B.

Așadar, putem considera principiul ca stabilit pentru cazul general.

Istoria abundă în exemple de astfel de acțiuni și reacțiuni între indivizi și grupuri de indivizi. Se poate spune că, în cele mai multe cazuri, personalitatea fiecărui individ nu este decât rezultatul acțiunii societății din care face parte; și, la rândul său, această societate suferă efectul acțiunilor pe care indivizii le exercită asupra mediului înconjurător, fiecare în funcție de personalitatea sa. Această acțiune va fi simțită slab atunci când va veni din partea unei personalități slabe, căci ea se va repartiza într-o masă considerabilă, în care fiecare individ o va resimți prea puțin; nu același lucru se petrece cu o personalitate puternică, de felul lui Cezar, Napoleon, Guttenberg sau Stephenson.

Același fenomen se petrece și cu națiunile ce vin în contact. Poporul roman imprimă lumii antice amprenta puternicii sale civilizații; dar, la rândul său, suferă influența celor învinși în asemenea măsură încât către sfârșitul său ne putem întreba dacă numele de Imperiu Roman se mai potrivește edificiului social ridicat de romani. Același lucru este valabil și pentru chinezi și numeroșii lor cuceritori, pentru spanioli și mauri, pentru turci și nenumăratele naționalități pe care le-au subjugat puterii lor. De fiecare dată, efectul suferit de toate elementele națiunii

considerate este cu atât mai mare cu cât personalitatea acestei națiuni este mai slabă, fie din punct de vedere al numărului, fie din cel al energiei, al civilizației sau al oricărui alt factor. Efectul este mai puțin sensibil asupra elementelor națiunii celei mai puternice. Cauza acestei diferențe este că aceeași acțiune totală se repartizează, în primul caz, asupra unei mase sociale considerabil mai mari decât în cel de al doilea.

* * *

Cele trei principii pe care le-am stabilit anterior au o importanță capitală pentru suita demonstrației; de aceea, trebuie să insistăm în continuare asupra semnificației lor.

Raționamentul a intervenit în cea mai mare parte a discuției precedente; cu toate acestea, nu trebuie să ne iluzionăm și să considerăm aceste principii ca fiind demonstrate suficient numai cu ajutorul unui simplu raționament. Într-adevăr, nu o dată am făcut ipoteze pentru a căror stabilire definitivă nu a fost suficientă numai forța raționamentului; încercăm chiar anumite dificultăți în a admite unele dintre ele. Din această cauză, cele trei principii precedente nu pot fi considerate decât ca axiome pe care numai o observație prelungită și rațională le va putea scoate în afara oricărei îndoieli, întrucât în sociologie experimentul este imposibil.

Se poate observa că nimic în enunțul acestor axiome nu șochează și nu pare o imposibilitate; și dacă pentru început se încearcă o anumită neîncredere față de asemenea enunțuri, formulate într-o știință considerată în general ca fiind sustrasă oricărei legi precise, nu trebuie uitat că în secolul al XVII-lea situația dinamicii raționale era aceeași; axiomele sale erau puse atunci la îndoială, așa cum sunt puse azi cele ale mecanicii sociale; și este indubitabil că, fără revoluționara verificare a mecanicii cerești, ele s-ar afla încă în bună măsură în aceeași situație; dar ezitările câtorva savanți ai timpului și opoziția scolasticilor nu au împiedicat constituirea științei.

3. Dinamica socială a individului; definiții

Ceea ce am spus mai înainte arată că între dinamica socială și dinamica rațională există o simetrie perfectă; pentru că nu numai forțele sociale sunt reprezentate la fel ca forțele mecanice, dar și axiomele de bază din dinamica rațională se regăsesc în sociologie.

Rezultă că toată seria raționamentelor, demonstrațiilor și proprietăților care, pornind de la cele trei axiome mecanice, constituie dinamica rațională, va putea fi stabilită exact în același fel în ceea ce privește fenomenele mișcării sociale.

Vom expune în continuare proprietățile care au o anumită utilitate pentru știința socială, fără a ne opri la demonstrații care nu ar fi decât reproducerea celor făcute în mecanica rațională.

* * *

Echilibrul presupune o stare permanentă sau care trebuie să fie permanentă, dacă nicio cauză nu intervine pentru a o face să înceteze; iată de ce, timpul nu figurează în formulele echilibrului, căci, dacă ar figura, starea sistemului ar varia cu timpul și n-ar mai fi o stare permanentă.

Nu același lucru se întâmplă în dinamică, deoarece aici, pentru ca o mișcare să fie perfect cunoscută, trebuie ca poziția mobilului să fie cunoscută în fiecare moment, fapt care cere ca timpul să figureze în formulele mișcării. Aceasta este diferența esențială dintre statică și dinamică.

Mișcarea socială a unui individ se va numi uniformă, atunci când lungimea arcului descris de individ în unitatea de timp este constantă. Se numește viteză a mișcării uniforme spațiul parcurs în unitatea de timp sau, ceea ce înseamnă același lucru, raportul între spațiul parcurs și timpul folosit pentru a-l parcurge.

Fig. 24.

Dacă se măsoară spațiul parcurs pe traiectorie, plecând din punctul fix O, și dacă A era poziția mobilului în momentul în care a început măsurarea timpului, adică la originea timpului, dacă a este viteza și b = OA, valoarea inițială a lui x pentru t = O, atunci mișcarea uniformă e reprezentată prin ecuația

$$x = at + b,$$

care dă poziția mobilului pentru toate valorile lui t. Ea se numește *ecuația mișcării*.

În virtutea principiului inerției, mișcarea uniformă și rectilinie este aceea pe care ar poseda-o un individ care, după ce a suferit câtva timp acțiunea anumitor forțe sociale, ar vedea aceste forțe încetându-și subit acțiunea, astfel încât individul n-ar mai fi supus niciunei alte cauze a mișcării decât *impulsului dobândit*.

* * *

Orice mișcare care nu e uniformă se numește *mișcare variată*. Într-o astfel de mișcare, spațiul parcurs într-o unitate de timp nemaifiind constant, definiția pe care am dat-o vitezei nu ar mai avea niciun sens. Se completează în felul următor: viteza mobilului la un moment dat este limita în acest moment a raportului

dintre spațiul parcurs și timpul întrebuințat pentru a-l parcurge, atunci când acest timp tinde spre zero. Această definiție se exprimă prin formula

$$v = dx/dt$$

în care dx este derivata spațiului x în raport cu timpul dt.

Se poate integra această ecuație, adică se poate căuta funcția primitivă x a cărei derivată este v. Avem atunci:

$$x = \int v dt + b.$$

Aceasta este *ecuația finită* a mișcării.

Între diferitele tipuri de mișcare variată, trebuie să distingem mișcarea rectilinie, în care viteza variază proporțional cu timpul, adică crește sau scade cu o cantitate constantă în unitatea de timp. Dacă a este această cantitate și b valoarea inițială a lui v, ecuația

$$v = at + b$$

va da expresia generală a lui v în mișcarea considerată. Această mișcare se va numi *uniform variată*.

Cantitatea constantă a cu care variază v în unitatea de timp se numește *accelerația* mișcării uniform variate respective.

Dacă se integrează ecuația precedentă, rezultă că ecuația finită a mișcării rectilinii uniform variate este:

$$x = at^2/2 + bt + c,$$

în care c este o nouă constantă.

Se va demonstra, ca și în mecanica rațională, că dacă un individ este supus unei forțe sociale constante ca mărime și direcție și care acționează în aceeași direcție cu impulsul anterior al individului, mișcarea imprimată de această forță individului va fi uniform variată.

Pentru a da un exemplu simplu, să presupunem un individ pe care o întâmplare fericită l-a făcut dintr-o dată proprietarul unui imobil al cărui venit, după ce a acoperit toate nevoile sale, îi permite să realizeze în fiecare an o economie constantă a. Această întâmplare reprezintă impulsul inițial în virtutea căruia situația economică a individului se ameliorează constant datorită economiilor constante pe care le realizează; este pentru el o mișcare economică uniformă a cărei viteză constantă este a.

Să presupunem acum că în loc să-și strângă simplu economiile a în fiecare an, le plasează cu dobândă simplă. Se va crea astfel o nouă sursă de îmbogățire care, în loc să acționeze o singură dată pentru totdeauna, așa cum este evenimentul inițial, va acționa constant și întotdeauna în același sens. Consecința: dacă în primul an economiile proprietarului nostru se compun doar din venitul a adus de proprietatea sa, în cel de-al doilea an, creșterea bogăției va cuprinde partea a

datorată proprietății și venitul r din economiile primului an; în al treilea an, ea se va compune din a și din dobânzile $2r$ ale veniturilor $2a$ din primii doi ani ș.a.m.d. Expresia generală a creșterii averii sale pentru al t-lea an va fi

$$v = a + (t - 1)\, r = a - r + rt.$$

Cum această expresie a vitezei v crește proporțional cu timpul t, mișcarea economică produsă de cauza constantă considerată este uniform variată.

* * *

Definiția accelerației, așa cum a fost dată mai sus, nu mai are niciun sens pentru o mișcare variată oarecare, dacă variația vitezei în unitatea de timp nu ar mai fi constantă. Se generalizează această definiție, spunând că accelerația într-un moment dat al unei mișcări variate oarecare este limita raportului dintre creșterea vitezei și a timpului, atunci când această creștere devine extrem de mică. Este, deci, derivata vitezei prin raport cu timpul.

4. Unități de măsură; masa individului

În discuțiile precedente am luat în discuție trei mărimi: timpul, lungimile și forțele.

Noțiunea de timp nu are nevoie să fie definită și, pentru a o măsura, se poate lua ca unitate orice interval de timp bine determinat, cum sunt secunda, ora și anul. Dar, cum, în general, acțiunea forțelor sociale se face simțită într-un timp destul de lung, vom prefera să luăm ca unitate de măsură, conform anumitor circumstanțe, ziua, anul și câteodată chiar secolul.

Ca lungimi, am luat în calcul coordonatele care reprezintă mărimea mișcării sociale în cele trei direcții: economică, intelectuală și morală. Cum aceste trei feluri de mărimi nu sunt de aceeași natură, este necesar să alegem o unitate de măsură distinctă pentru fiecare dintre ele. Astfel, s-ar putea aprecia mărimea lui x după valoarea unei funcții care depinde în același timp de bogăția individului, de starea sa fizică și de toate celelalte circumstanțe care concură la bunăstarea sa economică. Pentru y, sunt de luat în considerație instrucția, gradul de inteligență, aptitudinea artistică și științifică etc. Pentru z, criteriile ar fi: moralitatea individului în viața privată și publică, respectul legilor, simțul său religios, iar pentru o societate, starea criminalității, numărul și importanța instituțiilor de binefacere. Chestiunea nu este ușoară și va rămâne mult loc pentru convenții. Dar aceste convenții odată stabilite, în urma studiului și a observațiilor îndelungi și stăruitoare, se va ajunge la găsirea unor mijloace de comparație sigure și precise între mărimile care ne preocupă.

Același lucru se va întâmpla și cu forțele sociale. Vom fi obligați să luăm o unitate de măsură diferită pentru fiecare dintre cele trei categorii de forțe cu care lucrăm, procedând la fel ca în cazul lungimilor.

* * *

Alături de cele trei feluri de mărimi considerate, intervine în studiul mișcării și *masa*.

Se observă că dacă se aplică succesiv și în același timp aceeași forță mecanică la două puncte materiale diferite, mișcările comunicate acestor puncte nu sunt aceleași. Lucrurile se petrec ca și cum aceste puncte materiale ar opune rezistențe diferite mișcării pe care tinde să le-o imprime forța. Se spune atunci că aceste două puncte nu au aceeași masă și se dă definiția maselor egale și a celor care se află într-un raport determinat.

În dinamica rațională, masa fiecărui punct material astfel definită este o cantitate constantă.

Putem observa același lucru și în mecanica socială. Se constată că, dacă o aceeași forță acționează succesiv în același interval de timp asupra a doi indivizi, ea nu le imprimă aceeași mișcare socială. Vom spune că acești doi indivizi nu au aceeași masă și, cu cât efectul produs de forță va fi mai mare, cu atât va fi mai mică masa. Vom spune, dimpotrivă, că masele lor sunt egale, dacă aceste mișcări sunt identice și vom obține de aici ușor definiția maselor care sunt între ele într-un raport oarecare.

Aici apare o dificultate.

Am spus că, în dinamica rațională, masa punctelor materiale este o cantitate constantă. Aceasta înseamnă că dacă k este raportul maselor a două puncte materiale într-un anumit moment și pentru o anumită forță, acest raport va avea totdeauna aceeași valoare, oricare ar fi forțele care ar acționa asupra celor două puncte și oricare ar fi momentul în care se face observația.

Nu la fel se întâmplă în dinamica socială.

Într-adevăr, este ușor de remarcat că, adeseori, dacă un individ A suferă mai intens acțiunea unei forțe P decât individul B, atunci B va suferi cu mai multă intensitate decât A acțiunea unei alte forțe P', altfel spus, masa lui A a fost mai mică decât cea a lui B pentru forța P – și mai mare pentru P'. Astfel, un artist este mai sensibil decât un comerciant la o solicitare de natură intelectuală; masa sa este mai mică; când este vorba însă de o forță economică, se întâmplă contrariul. Deci masa individului nu este aceeași pentru toate forțele care acționează asupra lui.

Mai mult, ea nu este în general constantă nici măcar pentru aceeași forță; căci același individ suferă cu mai multă intensitate acțiunea acestei forțe într-un moment dat decât în altul; masa sa, în funcție de această forță, a variat cu intervalul considerat. Astfel, un tânăr încearcă mai puternic decât un om bătrân efectul instinctelor sale; un om odihnit face mai ușor o activitate intelectuală decât atunci când e obosit. Este ca și cum masa individului ar fi afectată de un coeficient funcție de timp.

Această dificultate se poate înlătura în modul următor: Din definiția dată masei individului rezultă în primul rând că forțele sunt proporționale cu masele

cărora le imprimă mişcări identice. Într-adevăr, dacă se iau două forţe P şi P' de aceeaşi mărime, direcţie şi sens, ce acţionează asupra a doi indivizi, imprimându-le mişcări identice, masele *m* şi *m′* ale acestor indivizi sunt egale prin definiţie. Dacă acum reunim pe de o parte cele două forţe P pentru a forma una singură 2P şi, pe de alta, cele două mase *m* şi *m′* într-una singură, 2*m*, mişcarea nu s-a schimbat. Deci, dacă se dedublează forţa în acelaşi timp cu masa, mişcarea rămâne aceeaşi. Acelaşi lucru s-ar produce şi dacă forţa şi masa ar fi multiplicate prin oricare alt număr *k* în afară de 2. Deci, propoziţia este demonstrată.

Să considerăm acum un individ a cărui masă să fie *m* în raport cu o unitate de masă aleasă odată pentru totdeauna şi pentru o anumită forţă P; şi fie *m′* masa aceluiaşi individ pentru o altă forţă P'. Dacă, în al doilea caz, multiplicăm în acelaşi timp masa *m′* şi forţa P' prin acelaşi coeficient *m*/*m′*, ceea ce este permis în virtutea propoziţiei demonstrate, masa devine *m* şi forţa *m*/*m′* x P'; altfel spus, individul de masă *m* se va comporta sub acţiunea forţei *m*/*m′* x P' exact în acelaşi fel ca individul de masă *m′* sub acţiunea forţei P.

Să presupunem acum că masa individului variază, de la un moment la altul, în raport cu aceeaşi forţă P. Astfel, masa sa conţine un factor care este funcţie de timp şi care poate fi pusă sub forma *mf(t)*. Dacă o împărţim cu *f(t)*, masa devine *m* şi forţa, P/*f(t)*. Din nou am putut deci să reducem masa la o valoare constantă, afectând forţa cu un coeficient convenabil.

În cele ce urmează va fi deci totdeauna posibil să considerăm masa individului ca o cantitate constantă, afectând cu un coeficient corespunzător fiecare din forţele care îi sunt aplicate.

Noţiunea de masă fiind astfel precizată, este nevoie să alegem o unitate de măsură corespunzătoare. Dar unităţile de timp, lungime şi forţă fiind stabilite, alegerea unităţii de masă nu mai este arbitrară; căci aceasta va trebui să fie în mod necesar masa care, sub acţiunea unităţii de forţă în unitatea de timp, va primi o acceleraţie egală cu unitatea de lungime. Unitatea de masă nu va putea fi stabilită decât prin experienţă.

5. Ecuaţia mişcării sociale a individului

Odată stabilite, noţiunile precedente permit să se găsească ecuaţiile mişcării sociale ale individului. Demonstraţiile vor fi identice cu cele din dinamica raţională.

Fie, în primul rând, cazul în care forţa este constantă ca direcţie şi în care impulsul iniţial al individului este îndreptat pe direcţia forţei. Mişcarea va fi atunci rectilinie, căci toate cauzele acţionând pe aceeaşi dreaptă, nu există nicio raţiune ca mobilul să se îndepărteze de aceasta într-un sens sau în altul.

Fig. 25.

Să luăm pe această dreaptă AB un punct fix A drept origine a coordonatelor; fie C poziția mobilului în originea timpului, adică în momentul din care începe măsurarea timpului; M poziția mobilului la momentul t, a = AC, x = AM. Ecuația mișcării este:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \mathrm{P},$$

unde m este masa individului și P forța socială care acționează asupra lui sau constanta acestor forțe, dacă există mai multe. Din ipoteză, P este dirijat pe dreapta AM. Ecuația mișcării este astfel dată în forma sa diferențială căci d^2x/dt^2 este a doua derivată a spațiului parcurs prin raport cu timpul, care se obține prin considerarea creșterilor infinit de mici ale lui x și t.

Pentru a folosi această ecuație, trebuie să o integrăm, adică să o înlocuim printr-o altă ecuație echivalentă, dar care nu conține decât cantități finite. Această integrare este în general o operație foarte dificilă și ea este încă mai dificilă când este vorba de mișcarea curbilinie a unui punct și în special de mișcarea generală a unui sistem de puncte. Este probabil că în mecanica socială aceste dificultăți vor fi încă mai mari, căci totul ne face să credem că expresia analitică a forțelor P va fi complicată. Dacă integrarea poate fi făcută, ecuația va avea forma

$$x = f(t),$$

care va fi ecuația finită a mișcării. Se scoate de aici viteza v, care este prima derivată a lui x prin raport cu timpul.

Dacă forța care acționează asupra individului are o direcție variabilă sau dacă această direcție nu coincide cu cea a impulsului inițial, traiectoria socială a individului va fi o curbă și mișcarea va fi curbilinie.

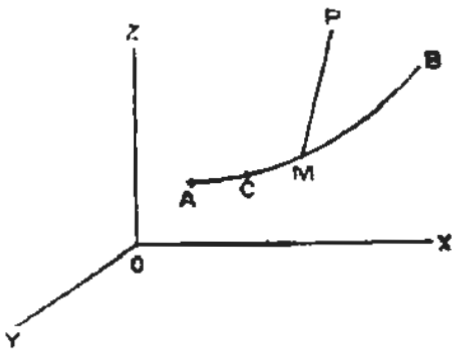


Fig. 26.

Ea va fi reprezentată atunci prin ecuațiile următoare:

$$m\frac{dx^2}{dt^2} = X,$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y,$$

$$m\frac{d^2z}{dt} = Z,$$

în care x, y, z reprezintă coordonatele variabile ale individului prin raport cu axele alese, iar X, Y, Z proiecțiile pe OX, OY, OZ ale forței P.

Odată integrate, aceste ecuații dau soluția completă a problemei mișcării sociale a unui individ. Ele dau legea mișcării individului M, adică poziția sa socială la un moment dat, când se cunoaște ecuația forței sociale care îl solicită și condițiile sale inițiale; și reciproc, se poate obține expresia forței P capabilă să producă o mișcare socială dată.

6. Considerații asupra problemei mișcării sociale

Dat fiind faptul că formarea, la fel ca și integrarea ecuațiilor mișcării sociale, este foarte dificilă, niciunul din mijloacele care pot facilita studiul unei probleme sociale nu este de disprețuit. Între altele, comparația cu problemele analoage de mecanică poate da câteodată indicații prețioase asupra aspectului general, dacă nu chiar asupra detaliilor unui fenomen social. Vom da câteva exemple.

Căderea unui corp greu este un fenomen relativ simplu, dacă printre forțele care o determină nu se ia în considerare decât atracția pământului asupra corpului respectiv. Mișcarea este atunci uniform variată și este atât de simplă, încât câteva experiențe, destul de puțin precise, ale lui Galilei au fost suficiente pentru a-i stabili legile.

Dar nu este aceeași situație, dacă problema se ia în considerare mai îndeaproape și dacă se introduc anumite elemente mai puțin vădite care însă nu sunt nule.

Dacă am găsit că mișcarea corpului care cade este uniform variată, aceasta se întâmplă pentru că am admis că forța care determină această cădere este constantă. Dar aceasta nu este adevărat decât cu condiția ca înălțimea căderii să nu fie prea mare; dacă nu e astfel, atracția pământului, variind în raport invers cu pătratul distanței, va înceta să poată fi considerată constantă, îndată ce distanța parcursă de mobil în căderea sa va fi puțin mai mare în raport lungimea razei terestre. Din moment ce corpul cade de la o înălțime mare, suntem obligați să luăm în considerare variația atracției terestre, și atunci legea mișcării devine cu mult mai complicată.

Mai trebuie să ținem seama și de rezistența aerului pe care, la început, am neglijat-o. Această rezistență nu este nulă și se exercită urmând o lege care nu e tocmai simplă. Dacă luăm în considerare și aceasta, legea căderii corpului devine încă mai complicată.

Același lucru se întâmplă în cazul pendulului. Dacă se presupune că mișcarea sa are loc în vid, se va demonstra că această mișcare se compune dintr-o suită indefinită de oscilații de aceeași amplitudine la dreapta și la stânga verticalei punctului de suspensie și simultane. Dar, dacă se ține seama de rezistența aerului, aceste oscilații, deși rămân izocrone, se micșorează progresiv.

Mișcarea corpurilor cerești este de o complexitate în aparență de nedescurcat; dar problema devine destul de simplă și clară dacă se introduce o clasificare în dificultățile pe care le ridică această chestiune.

Ne propunem să studiem, de exemplu, mișcarea Pământului. Problema completă trebuie să țină seama de atracția exercitată asupra ei de Soare, Lună, toate planetele și toți sateliții sistemului solar, fără a mai socoti pe cea a stelelor fixe, care sunt prea îndepărtate pentru ca acțiunea lor să fie simțită. Trebuie să se țină seama de asemenea de atracția pe care toate aceste corpuri o exercită unele asupra altora; căci aceste atracții fac să se schimbe locul lor în spațiu și, în consecință, atracția exercitată de ele asupra Pământului.

Dacă se abordează problema în toată complexitatea sa, soluția devine aproape imposibilă. Dar, se observă că diversele atracții cu care avem de-a face nu au toate aceeași importanță. Atracția Soarelui asupra Pământului este, fără îndoială, cea mai mare; cea a Lunii este cea de-a doua ca mărime; cea a planetelor este încă și mai mică, iar cea a sateliților este aproape insesizabilă. Influența atracției reciproce a tuturor acestor corpuri între ele este, de asemenea, nesemnificativă. Calea de urmat este deci indicată prin această constatare. Noi ținem seama, în primul rând, de atracția Soarelui și găsim că, în această ipoteză, Pământul trebuie să aibă mișcarea eliptică pe care Kepler a definit-o. Introducem apoi ecuația Lunii și calculăm perturbațiile pe care ea le aduce mișcării calculate. Vor urma cele care sunt produse de planete ș.a.m.d.

În toate aceste exemple, metoda urmată a fost aceeași. Ne-am oprit pentru început la cauza principală a fenomenului și am completat și corectat apoi rezultatul obținut, indicându-se, succesiv și în ordinea lor de importanță, forțele cele mai puțin demne de a fi luate în considerare. Dar, dacă de la început mijloacele de observație ar fi fost perfecte, și dacă Galilei și Kepler ar fi încercat să găsească legea care dă naștere mișcărilor reale, ținând seama în mod exact de rezultatele observației, este neîndoielnic că nu s-ar fi reușit niciodată; complicarea supremă a acestor mișcări ar fi împiedicat-o.

În acest caz, mascând perturbațiile, lipsa de precizie a observațiilor a făcut să reiasă caracterele principale ale mișcării și a făcut posibilă descoperirea legii.

Iată un exemplu diferit.

Un proiectil greu, lansat în vid, cu o viteză inițială oblică, ar trebui să descrie o parabolă cu axa verticală, dar artileriștii știu că nu aceasta este traiectoria reală a unui proiectil. Pentru că rezistența aerului este destul de puternică pentru a modifica în mod substanțial această traiectorie. Cum problema prezintă un mare interes practic, s-a căutat experimental legea rezistenței mediilor la mișcarea corpurilor. Nu s-a ajuns la descoperirea ei, dar s-a găsit că pentru nevoile practicii, se poate admite că această rezistență este proporțională cu pătratul vitezei mobilului, dacă această viteză nu este prea mare, cu cubul vitezei, dacă ea este mai mare ș.a.m.d. Este evident o lege empirică, dar pentru moment ea este suficientă.

Știința sociologică este incontestabil mai puțin avansată sub aspectul teoriei decât mecanica rațională. Ea nu dispune de nicio lege bine stabilită, de felul legii newtoniene; experimentul îi este interzis și observarea se reduce pentru ea la învățămintele istoriei, care sunt departe de a fi suficiente. Pentru toate aceste motive, așteptând ziua în care aceste dificultăți vor fi depășite, va trebui ca sociologia să se resemneze, să treacă prin stagiul parcurs de știința mișcării fizice, să se mulțumească și ea pentru câtva timp cu expresii similare pentru forțele sociale, până în ziua în care va fi capabilă să folosească calculul, aproximațiile succesive.

7. Proprietățile generale ale mișcării sociale a individului

Se demonstrează în dinamica rațională anumite proprietăți care vor fi stabilite, în același fel, în dinamica socială.

Ecuația

$$mv - mv_0 = f^{t}_{to} \mathrm{P}dt$$

se numește ecuația cantității de mișcare.

Produsul mv al masei cu viteza individului este cantitatea de mișcare; Pdt, produsul forței prin elementul timpului este impulsul elementar al forței și integrala f^{t}_{to} Pdt, efectuată între momentele t_0 și t, este impulsul total al forței în acest interval de timp. Ecuația exprimă *deci faptul că creșterea cantității de mișcare a unui individ în într-un interval de timp este egală cu impulsul total în același interval al forței care acționează asupra lui și care îi determină mișcarea*; se va obține astfel ecuația:

$$mv^2 - mv_0^2 = 2\, f^{t}_{to} \mathrm{P}dp$$

Produsul mv^2 al masei prin pătratul vitezei este forța vie sau energia individului respectiv; produsul Pdp al forței P prin proiecția dp pe direcția forței arcului infinit mic ds parcurs de individ în mișcarea sa socială, este lucrul elementar al

forței; integrala $f^{t}_{to} P dp$ efectuată între momentele în care vitezele erau v_0 și v și arcele parcurse s_0 și s este lucrul mecanic total al forței, în același interval.

Teorema forțelor vii se va enunța astfel: *creșterea forței vii sau a energiei unui individ în timpul unei mișcări sociale este egală cu dublul lucrului total al forței care acționează asupra lui în timpul acestui interval.*

Lucrul poate fi pozitiv sau negativ. În acest ultim caz, forța se numește *rezistentă* și creșterea forței vii devine de asemenea negativă. Prin urmare, o forță rezistentă diminuează forța vie sau energia unui individ.

Dacă mai multe forțe acționează în același timp asupra individului, lucrul total dezvoltat este egal cu suma algebrică a cantității lor de lucru dezvoltate de fiecare dintre ele sau cu diferența sumei lor cantităților de lucru pozitiv și negativ. Dacă aceasta din urmă este mai mare, va avea loc o scădere de energie. Dacă integrala

$$f^{t}_{to} P dp$$

este zero, avem

$$mv = mv^2 - mv_0^2$$

În consecință, energia individului rămâne constantă atâta timp cât nicio forță socială nu acționează asupra lui sau cât timp suma cantităților de lucru a forțelor care acționează asupra lui este nulă. În acest caz, v este constant, adică mișcarea este uniformă. Acest rezultat nu poate fi considerat ca o demonstrație a principiului inerției, nefiind decât consecința unei formule la baza căreia stă acest principiu.

8. Ecuația mișcării unui corp social. Principiul lui d'Alembert

Un corp social este o reuniune de indivizi care ascultă de acțiunile lor reciproce la fel ca și de anumite condiții pe care le-am numit *legături* și care se exprimă uneori prin ecuații, alteori prin inegalități. Acești indivizi sunt în același timp subiecte ale unor forțe sociale *exterioare*, adică pe care nu le emană indivizii înșiși ce compun corpul social.

Dacă nu există legături, indivizii se mișcă liberi, sub influența exclusivă a forțelor sociale interioare și exterioare care îi solicită.

Mișcarea unui corp social rezultă din mișcarea pe care o ia fiecare dintre indivizii care îl compun în urma efectului forțelor și legăturilor cărora le este subordonat.

Se poate întâmpla ca mișcarea socială astfel produsă să fie de un asemenea tip încât distanțele dintre indivizii care o compun să rămână constante un timp mai mult sau mai puțin lung. Forma corpului social rămâne atunci invariabilă în această perioadă; el se comportă ca un corp solid.

Acest caz este extrem de rar şi aproape imposibil în sociologie. În cazul general, forma corpului social se modifică fără încetare şi comparaţia care îi convine cel mai bine este cea cu o masă fluidă, agitată continuu de mişcări mai mult sau mai puţin violente.

* * *

Mişcarea socială, precum mişcarea mecanică, corespunde unui principiu foarte general numit principiul lui d'Alembert, care serveşte pentru formularea ecuaţiilor mişcării unui sistem social în cazul cel mai general.

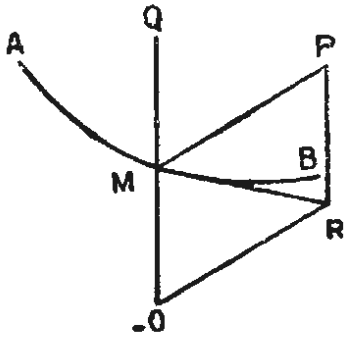


Fig. 27.

Fie M unul din indivizii care compun sistemul social considerat şi P rezultanta forţelor sociale interioare sau exterioare sistemului care acţionează asupra lui. Acest individ, sub acţiunea forţei P şi a legăturilor sistemului, va primi o anumită mişcare socială. Dar este posibil să găsim o forţă Q astfel încât ea să imprime aceeaşi mişcare acestui individ presupus în întregime liber. Rezultanta R a forţei P şi a lui -Q, egală şi direct opusă lui Q, se numeşte *forţa pierdută* de M.

Principiul lui d'Alembert se enunţă astfel: *Toate forţele pierdute ale unui corp social în mişcare se echilibrează în virtutea legăturilor care îi sunt impuse*.

Fie

$$L_1(t, x, y, z, x'...) = 0$$
$$L_2(t, x, y, z, x'...) = 0$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$L_k(t, x, y, z, x'...) = 0$$

legăturile impuse sistemului, unde *t* reprezintă timpul şi *x, y, z, x'...* coordonatele sociale ale indivizilor care compun sistemul. Ecuaţiile mişcării sistemului sunt de forma:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X + \lambda_1\frac{\partial L_1}{\partial x} + \lambda_2\frac{\partial L_2}{\partial x} + \dots$$
$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y + \lambda_1\frac{\partial L_1}{\partial y} + \lambda_2\frac{\partial L_2}{\partial y} + \dots$$
$$m\frac{d^2z}{dt^2} = Z + \lambda_1\frac{\partial L_1}{\partial z} + \lambda_2\frac{\partial L_2}{\partial z} + \dots$$

X, Y, Z sunt componentele forței P care acționează asupra individului de masa *m* și de coordonatele *x*, *y*, *z*; $\partial L_1/\partial x$, $\partial L_1/\partial y$, ... sunt derivatele parțiale ale funcțiilor L_1, L_2, ... prin raport cu coordonatele; λ_1, λ_2,... sunt factori ce se elimină prin calcul.

* * *

În toate problemele dinamicii raționale, ecuațiile mișcării definesc funcții continue, în sensul că valoarea funcției la un anumit moment rezultă din stările acestei funcții la momentele anterioarei și determină valorile sale ulterioare. Cum ecuațiile mișcării sociale sunt de aceeași formă cu cele ale dinamicii raționale, noi putem să conchidem că mișcarea socială este și ea o mișcare continuă, ceea ce confirmă o propoziție deja enunțată.

9. Proprietăți generale ale mișcării sistemelor sociale

Integrarea ecuațiilor de mișcare socială va prezenta desigur dificultăți cel puțin atât de mari precum cele ale dinamicii raționale. Astfel, nu se poate enunța decât un număr mic de propoziții generale a căror formulare să nu impună integrarea prealabilă a ecuațiilor și nici cunoașterea expresiei analitice a forțelor. Ne vom mulțumi să menționăm numai pe cele care pot prezenta o oarecare utilitate în problema care ne preocupă.

Prima este cea cunoscută sub numele de *principiul mișcării centrului de greutate al sistemului*. Aceasta are loc în cazul în care sistemul este liber și de formă invariabilă, atunci când legăturile sistemului sunt exprimate prin ecuații care nu conțin decât distanțele dintre punctele sistemului. Primul caz nu se prezintă decât foarte rar în sociologie și numai pentru mici intervale de timp; al doilea nu este nici el mai frecvent, căci relațiile care există între indivizii ce compun un corp social nu depind în general numai de distanțele lor sociale, ci sunt totodată funcții de climă, de condiții locale, de întinderea și fertilitatea solului etc. Acest principiu nu va avea deci decât o aplicație foarte restrânsă în sociologie. Enunțul său este următorul: *În cazurile în care este valabil principiul mișcării centrului de greutate, acest centru se mișcă precum un simplu*

punct în care forțele aplicate sistemului ar fi transportate paralel cu ele însele și ar avea o masă egală cu masa totală a sistemului.

În cazul în care principiul mișcării centrului de greutate este aplicabil, dacă forțele sociale sunt nule sau se echilibrează în sistemul solid ceea ce s-ar întâmpla în cazul particular în care sistemul nu ar fi supus decât acțiunilor și reacțiunilor indivizilor componenți egali și direct opuși doi câte doi, centrul de greutate al sistemului este imobil sau prezintă o mișcare rectilinie și uniformă.

Cea de a doua propoziție este cea a cantităților de mișcare aplicate sistemelor sociale. Această propoziție este cuprinsă în ecuația

$$\sum mv - \sum mv_0 = \sum f^{t}_{to} \, \mathrm{P}dt,$$

care exprimă: *creșterea sumei cantităților de mișcare a unui corp social de-a lungul unui interval de timp este egală cu suma impulsurilor totale, în același interval, a tuturor forțelor care acționează asupra lui.*

Această ecuație foarte importantă dă rațiunea pentru care în orice acțiune socială de o importanță deosebită și realizată într-un timp dat, dacă masele puse în mișcare sunt mici, trebuie ca vitezele lor să fie mari, și reciproc; și, de asemenea, dacă forțele sunt mici, timpul de acțiune trebuie să fie lung, și reciproc.

A treia propoziție generală este aceea a *principiului forțelor vii*. Ea este exprimată prin ecuația

$$\sum mv^2 - \sum mv_0^2 = 2\sum f^{t}_{so} \, \mathrm{P}dp.$$

În această ecuație, la fel ca în cea precedentă, literele au aceeași semnificație ca în teoremele respective aplicate unui singur individ. Semnul $\sum$ semnifică faptul că trebuie făcută suma algebrică a cantităților aflate la dreapta sa pentru tot intervalul considerat. Ultima ecuație se enunță astfel: *suma creșterilor forței vii a tuturor indivizilor care compun un corp social într-un interval de timp dat este egală cu dublul sumei cantităților de lucru dezvoltate de toate forțele sociale aplicate sistemului pentru același interval*.

Această proprietate nu are loc decât cu condiția ca ecuațiile de legătură ale sistemului să nu conțină timpul în mod explicit. Or, trebuie să remarcăm că, în general, indivizii care formează un corp social nu sunt supuși decât influențelor lor reciproce și forțelor care acționează asupra sistemului și mai mult unor legături care sunt reprezentate prin legi, obiceiuri și necesități sociale al căror caracter este mai mult sau mai puțin permanent. Deci principiul forțelor vii va fi destul de des aplicabil, cel puțin pentru intervale de timp nu prea mari.

* * *

Vom arăta, cu ajutorul unui exemplu, modul în care pot fi folosite aceste principii.

Insula Paștelui este o stâncă vulcanică cu o suprafață de 118 km^2, a cărei populație actuală nu depășește 600 de locuitori și care nu ar putea în niciun caz

să hrănească mai mult de patru-cinci mii. În plus, ea este izolată în mijlocul Oceanului Pacific la mai mult de 3.300 km de coasta cea mai apropiată a Americii, la fel ca și de oricare insulă sau arhipelag de oarecare importanță. În această insulă se vede un număr mare de stânci de bazalt sculptate în formă de statui uriașe, de 6-7 metri înălțime, realizate destul de primitiv, dar care dovedesc o știință a observației incontestabilă și în special mijloace de execuție cu mult superioare celor de care ar putea dispune o populație de câteva sute de indivizi. Se găsesc, de asemenea, vestigii de drumuri și hieroglife.

Prezența monumentelor, în această insulă pierdută, este dovada evidentă a existenței unei civilizații destul de avansate, astăzi dispărută. Trebuie să admitem că poporul care le-a executat a avut nevoie de secole întregi pentru a atinge această performanță; grecii au avut nevoie poate de mii de ani pentru ca, plecând de la starea sălbatică, să poată ajunge să sculpteze micile lor statui arhaice de la Louvre, care nu sunt de altfel decât imitații ale artei egiptene. Dar trebuie să mai admitem că acest popor necunoscut a fost incomparabil mai numeros decât mâna de oameni care locuiește astăzi pe insulă.

Într-adevăr, ecuația cantităților de mișcare arată că, cu cât forțele sociale puse în mișcare pentru a realiza un anumit lucru social sunt mai mici, cu atât timpul întrebuințat este mai lung, și reciproc. Și pentru că întinderea insulei nu admite posibilitatea unor forțe sociale considerabile, trebuie să admitem că timpul necesar pentru ca execuția statuilor Insulei Paștelui să fie posibilă a trebuit să fie cu mult mai lung decât cel necesar populațiilor numeroase ale Siriei, Egiptului și Europei, spre a executa lucrări similare. Este motivul pentru care niciodată o civilizație nu a fost rodul muncii unui mic număr de indivizi; ea reprezintă o sumă atât de mare de observații și experiențe acumulate, iar indivizii capabili să facă să crească avuția comună sunt atât de rari, încât numai lungi perioade de timp și grupuri numeroase pot furniza elementele unei civilizații.

Trebuie, în sfârșit, să observăm că execuția materială a unor asemenea monumente presupune existența unor unelte cu un anumit grad de forță și de perfecționare, căci absența lor ar cere un număr cu atât mai mare de muncitori. Dar metalele lipsesc în Insula Paștelui și, de altfel, în momentul primelor expediții europene, populațiile polineziene se aflau încă în epoca de piatră. Artiștii Insulei Paștelui nu au putut deci dispune, pentru a realiza coloșii lor, decât de unelte de piatră, ale căror urme, de altfel, s-au găsit. Meritul lor este cu atât mai mare, dar aceasta dovedește, în același timp, că poporul căruia ei aparțineau era un popor numeros. Or, cum insula este foarte mică, sunt posibile numai două ipoteze.

Prima este aceea că o colonie aparținând unui popor civilizat a venit să se instaleze în insulă. Este dificil să o admitem din cauza enormelor distanțe ce separă insula de orice alt pământ care ar putea fi luat cât de cât în considerare. Continentul american este cel mai apropiat și locul unde înflorise civilizația peruviană se află la mai mult de 3.300 km distanță. De altfel, peruvienii nu au

fost un popor de navigatori şi, chiar dacă ar fi fost, este imposibil să admitem că ar fi putut încerca o asemenea expediţie cu simple bărci cu rame, ce ar fi necesitat mai multe luni de navigaţie; expediţia întreagă ar fi fost distrusă pe drum de oboseală, foame şi sete. Ipoteza este de necrezut. O expediţie, plecată din America, ar fi trebuit să aibă un noroc extraordinar pentru a putea descoperi un simplu punct pierdut în mijlocul imensităţii oceanului, vizibil de-abia pe o rază de 80 km şi a cărui existenţă nu putea fi presupusă prin nimic.

Nu rămâne decât să considerăm că a doua ipoteză este singura plauzibilă: cea că Insula Paştelui nu este decât o epavă a unui continent sau cel puţin a unui grup de insule destul de considerabil, locuit altădată de o populaţie numeroasă şi civilizată, pe care într-o epocă şi din cauze necunoscute o teribilă catastrofă ar fi făcut-o să dispară. Geologia este ştiinţa care poate stabili valoarea acestei ipoteze.

10. Principiul conservării energiei

Ecuaţia forţelor vii poate fi pusă sub forma

$$\frac{1}{2}\sum mv^2 = \frac{1}{2}\sum mv^2_0 + \sum\int_{s_0}^{s} \mathrm{P}dp.$$

Dacă socotim timpul, plecând din momentul fix şi bine determinat t_0, cantitatea $\sum mv^2_0$ este constantă, căci ea reprezintă suma forţelor vii pe care sistemul a avut-o în momentul iniţial. Pe de altă parte, noi am dat expresiei $f^{t}_{so}\,\mathrm{P}dp$ numele de *lucru total* sau *energie totală* dezvoltată de forţele P în timpul mişcării considerate.

Ecuaţia arată că, dacă suma forţelor vii a sistemului rămâne constantă, energia totală va rămâne de asemenea constantă.

Energia totală a unui sistem în mişcare, la un moment oarecare *t*, se compune din două părţi.

Prima este aceea pe care sistemul o posedă deja în momentul t_0, începând de la care se consideră mişcarea. Această parte este datorită cauzelor care produseseră mişcarea sistemului înainte de momentul t_0 şi care a dat ceea ce noi am numit *impulsul iniţial* avut de sistem în momentul t_0. Această *energie iniţială* este reprezentată în ecuaţie prin $\sum mv^2$.

A doua parte a energiei pe care sistemul a posedat-o în momentul *t* este cea pe care au dezvoltat-o forţele P ce au acţionat asupra lui din momentul t_0 până la *t*.

Să presupunem acum că în tot intervalul de la t_0 la *t* forţele P au fost nule sau se află în echilibru. Integrala $f^{t}_{so}\,\mathrm{P}dp$ este atunci nulă şi ecuaţia forţelor vii se reduce la

$$\sum mv^2 = \sum mv^2_0$$

Aceasta înseamnă că suma forțelor vii ale sistemului rămâne constantă în timpul mișcării respective; și cum, potrivit ecuației precedente, suma forțelor vii este egală prin intermediul unei constante cu energia totală a sistemului, ultima ecuație înseamnă totodată că *energia totală a sistemului rămâne constantă în timpul mișcării considerate și egală cu valoarea pe care o avea la începutul acestei mișcări*.

Această propoziție este cunoscută sub numele de *principiul conservării energiei*.

Exactitatea acestui principiu, îndelung admis, fără a fi pus la îndoială, a fost repusă în discuție în urma descoperirii radiumului și a celorlalte metale radioactive. Aceste metale dezvoltă enorme cantități de energie fără intervenția vreunei forțe vizibile, ceea ce ar dovedi că suma energiei existente în lume poate fi mărită prin această nouă cauză. Pe de altă parte, se citează cazul în care energia dispare fără urmă și fără a putea fi înlocuită printr-o cantitate egală de energie sau altă manifestare echivalentă. Ajunge să citățm căldura unui corp încălzit care se pierde prin radiație în spațiul infinit, după ce a traversat atmosfera fără să fi produs ceva sesizabil.

Nu găsim întemeiate aceste obiecții.

O formulă matematică nu exprimă decât o relație între cantitățile pe care le-am luat în considerare și dacă putem folosi acest termen, le-am pus în acțiune atunci când am stabilit această formulă. Dacă îi lărgim sfera de aplicație și dacă vrem să o folosim în cazuri pentru care nu a fost destinată, ea riscă să dezamăgească.

Pentru a stabili formula forțelor vii, se consideră un sistem bine determinat și finit căruia îi sunt aplicate forțe bine determinate și acționând în condiții precise și cunoscute. Din momentul în care câmpul se lărgește, trebuie să examinăm în ce condiții mai poate fi menținută formula.

Să considerăm un corp greu care cade prin simpla acțiune a greutății sale. Stabilim formula forțelor vii care ne permite să calculăm cantitatea de energie la un moment oarecare. Dar, dacă acest corp lovește un țăruș fixat în pământ, numai o mică parte din energia disponibilă în acel moment servește pentru a înfige țărușul, în timp ce cea mai mare parte a ei dispare.

Dacă ne menținem în limitele inițiale ale problemei, când nu ne refeream decât la corpul aflat în cădere, se constată o pierdere de energie pe care formula nu o acoperă întrucât ea a fost stabilită doar pentru acel aspect al fenomenului ce privea căderea corpului. Dacă introducem țărușul în cadrul problemei noastre, formula stabilită pentru acest caz nou va fi mai exactă decât cea precedentă pentru că ea va ține seama de energia cheltuită pentru a înfige țărușul. Dar, ca ea să fie absolut exactă, trebuie să avem în vedere și pământul, căci o bună parte din energia corpului care cădea a fost întrebuințată pentru a produce trepidațiile și schimbările de poziție ale moleculelor masivului terestru până la o distanță destul de mare.

Căldura pe care Pământul o pierde prin radiație în spațiu reprezintă energie pierdută. Dacă scriem ecuația forței vii pentru Pământul întreg și pentru toate forțele atât interioare cât și exterioare care acționează asupra lui, ecuația ne va spune că, în asemenea condiții, cantitatea de energie este constantă; dar acest rezultat nu va fi exact, căci el nu ține seama de căldura primită prin radiație și de energia pe care este capabilă să o producă. Nu ar fi la fel dacă am urmări această căldură de-a lungul eterului și, cunoscând tipul de energie pe care este capabilă să o dezvolte, am încadra-o în formula noastră.

Or, noi nu putem afirma că această energie nu există. Nu știm nimic asupra constituției intime a eterului; nu știm dacă el nu este cumva decât materia într-o stare de rarefiere că depășește imaginația sau dacă nu constituie un mediu deosebit. Dar știm că oricare ar fi constituția sa, el transmite energia la distanțe incalculabile. El este acela care transportă la noi energia Soarelui, căldura sa, lumina sa și radiațiile sale electrice și magnetice; prin intermediul lui ne vine lumina de la stelele plasate la limita extremă a universului vizibil; tot el este, probabil, acel agent misterios căruia i se datorează propagarea, dacă nu chiar producerea însăși a atracției universale. Dacă, așadar, căldura radiată în spațiu diminuează energia Pământului, această energie nu este pierdută; eterul o preia spre a o transmite altor corpuri cerești și, până să ajungă acolo, energia servește la producerea vibrațiilor de eter, care nici ele nu pot avea loc fără o cauză determinantă.

Dacă, pe de o parte, trebuie să luăm în considerare energia care se pierde, pe de altă parte, există energie care ia naștere sub ochii noștri, produsă de corpurile radioactive. Dar așa cum este irațional să admitem fără examen distrugerea energiei, e dificil de admis creația; și este firesc să acceptăm că energia degajată de radium nu este decât o formă diferită de cea căreia îi este datorată coeziunea și celelalte forțe moleculare.

Văzută din acest punct de vedere, problema se schimbă și principiul conservării energiei, lărgit și bine înțeles, nu mai pare incompatibil cu noile descoperiri ale științei.

În toate cazurile, principiile mecanicii raționale rămân exacte și utile în limitele problemelor curente și ale gradului de aproximație cu care au fost demonstrate.

* * *

Considerațiile precedente sunt aplicabile de asemenea principiului forțelor vii, așa cum l-am stabilit pentru fenomenele sociologice. Conservarea energiei unui corp se produce cu condiția de a nu omite niciuna din formele sub care această energie poate fi cheltuită sau produsă.

Cantitatea de energie de care dispune un corp social la un moment dat scade în general datorită acțiunii și reacțiunii reciproce a indivizilor care îl compun; căci, în virtutea celei de a treia axiome a dinamicii raționale, aceste acțiuni și

reacțiuni sunt două câte două egale și direct opuse, astfel încât energiile pe care ele le dezvoltă se compensează două câte două. Dar această cantitate de energie se micșorează când este întrebuințată pentru a produce un lucru de care corpul social nu profită. Dacă, de exemplu, energia unui anumit număr de indivizi era întrebuințată pentru a înfige țăruși în pământ și dacă acești țăruși rămân neutilizați, cantitatea de energie a corpului social din care fac parte acești indivizi a scăzut cu atât mai mult cu cât acest lucru a fost făcut cu pierdere. Nu același lucru s-ar fi întâmplat dacă țărușii ar fi folosiți la construirea unui pod, pentru că acest pod ar fi servit la ușurarea comunicațiilor și energia cheltuită sub o formă ar fi fost recuperată sub alta. Ar avea loc chiar o creștere a energiei, dacă podul servește la punerea în valoare a anumitor forțe noi, inactive până atunci, cum ar fi exploatarea unei păduri sau a unei mine.

În general, cantitatea de energie a societăților moderne este în creștere. Crearea noilor resurse, întrebuințarea mai judicioasă și într-o proporție din ce în ce mai mare a forțelor naturale, noile invenții, respectul din ce în ce mai mare pentru viața și drepturile omului sunt tot atâtea cauze ale acestei creșteri. Creșterea populației este o altă cauză, căci fiecare nou individ înseamnă viață, adică forma cea mai economică de energie socială. Dimpotrivă, se produce o scădere de energie în anumite societăți ale căror forțe sunt deja uzate prin marele consum de energie făcut în luptele pentru conservarea individualității lor în acțiuni ale căror beneficii, din punctul de vedere al utilizării energiei, au fost mult mai mici decât pierderile, sau prin marele consum de energie cheltuită în eforturi lipsite de utilitate. Necesitatea pentru aceste societăți de a cheltui mai multă energie decât rezerva de care dispun pentru a face față exigențelor actuale este o cauză de epuizare care, dacă nu e înlăturată prin crearea unor noi resurse de energie, va duce la dispariția lor inevitabilă.

11. Principiul minimei acțiuni

Principiul minimei acțiuni intervine în aceleași cazuri ca și cel al forțelor vii. Enunțul său este următorul:

Într-un interval dat, suma tuturor integralelor produselor de forța vie a fiecărui individ care compune corpul social prin elementul timp este un minim.

Acest enunț înseamnă că între toate mișcările imaginabile care le poate parcurge un corp social, de la una din pozițiile sale la alta, satisfăcând ecuațiile de legătură ce sunt impuse, mișcarea efectivă pe care o ia, sub acțiunea forțelor ce-i sunt aplicate, este cea care face minimă expresia

$$\sum \int_{t_0}^{t} mv^2 dt.$$

Or, mv^2 este forța vie a elementului m; produsul mv^2dt reprezintă deci forța vie dezvoltată de acest element în timpul infinit de mic dt.

Integrala $f^{t}_{to} mv^2dt$ este forța vie totală dezvoltată de același element de-a lungul intervalului t_0 la t și $\sum f^{t}_{to} mv^2dt$ este suma acestor forțe vii dezvoltate de toate elementele sistemului în același timp. Principiul minimei acțiuni exprimă deci faptul că, din toate mișcările posibile ale unui sistem social între două puncte oarecare, ținând seama de legăturile sale, mișcarea sa efectivă este aceea care dă naștere celei mai mici cheltuieli de forță vie într-un timp dat. Altfel spus, fiecare corp social supus unor anumite forțe sociale și unor anumite legături ia mișcarea care cere cel mai mic consum posibil de forță vie.

Acest principiu rămâne adevărat oricare ar fi intervalul de la t la t_0, cu condiția ca în acest timp nici forțele, nici legăturile aplicate sistemului social considerat să nu se schimbe.

De fapt, în fenomenele sociale au loc schimbări continue; dar fiecare din aceste schimbări cere un timp mai lung sau mai scurt pentru a se produce. Dacă împărțim intervalul $t - t_0$ într-un mare număr de părți, putem admite că în fiecare dintre acestea forțele și legăturile rămân invariabile, deci principiul minimei acțiuni are loc pentru fiecare dintre ele; deci, el este, de asemenea, adevărat pentru intervalul total $t - t_0$.

* * *

Așteptând ca știința să fie suficient de dezvoltată pentru a permite utilizarea calculului principiului minimei acțiuni, la fel ca și cele care îl preced, nu are decât o importanță teoretică și filozofică; dar această importanță este considerabilă. El arată că, în evoluția societăților umane, există o lege care le obligă să urmeze în fiecare moment mișcarea ce necesită cel mai mic consum posibil de energie. Ea se poate formula în alt mod, spunând că fiecare societate se mișcă în fiecare moment în direcția unde întâlnește rezistența minimă.

Să citățm câteva exemple.

Omul primitiv, lipsit de orice armă și de orice unealtă, a trebuit să se mulțumească, pentru a se hrăni, cu fructe și rădăcini. Cu toată forma dentiției sale și necesitățile organismului său, forța dușmanilor săi naturali era prea mare pentru a risca să-i înfrunte.

Nu același lucru s-a petrecut atunci când a inventat primele arme. Astfel, i-a fost mai ușor să lupte contra animalelor sălbatice decât să sufere de foame. A devenit astfel vânător.

Mai târziu, când a reușit să domesticească boul și oaia, a devenit păstor pentru că viața păstorească era mai puțin obositoare, mai puțin expusă la pericole și mai bogată în mijloace de existență decât cea de vânător.

Omul a devenit, în fine, agricultor, căci această viață stabilă, liniștită, ușoară și abundentă cerea o mai mică cheltuială de energie, într-un timp dat, decât viața trudnică de păstor.

Niciodată o societate obligată să aleagă între două căi nu o va urma pe cea care necesită cel mai mare consum de energie. Înconjurați de mare, grecii antici

au fost navigatori, comercianți și colonizatori. Ar fi putut în egală măsură să-și cultive văile, să încerce să se extindă la nord către Tesalia, Macedonia și Epir, deposedând de teritoriu triburile barbare care le ocupau, și să devină un popor de păstori sau agricultori. Au preferat viața maritimă care, incontestabil, prezenta cele mai puține dificultăți.

În zilele noastre chiar se observă că expansiunea popoarelor care dispun de un exces de energie se îndreaptă în mod exclusiv către părțile în care se întâlnește cea mai mică rezistență. Faimosul *Drang nach Osten* al rasei germanice ar fi putut deveni o realitate într-un timp în care naționalitățile Orientului european, dezagregate și înapoiate, ar fi prezentat o mult mai mică rezistență decât popoarele occidentale; chiar Rusia din timpul Elisabetei și a Ecaterinei a II-a a început să devină ținta emigrației germane. Acest curent este frânat astăzi și el ia direcția mai ușoară către Anatolia, Africa și marele Ocean; dar acest din urmă drum va fi închis și el în ziua în care trezirea rasei galbene ar opune prea mari dificultăți.

Fenomenul invadării orașelor de către locuitorii satelor, în țările industriale, acela al suprasolicitării funcțiilor publice acolo unde celelalte cariere lipsesc sau sunt prea supuse întâmplării nu sunt decât tot consecințe ale legii minimei acțiuni.

Trebuie să luăm în considerare asemenea fapte, dovedite de observație și deduse în același timp din principiul minimei acțiuni, ca o confirmare a acestui principiu și a celor trei axiome a căror consecință este.

12. Cantitățile constante în mișcarea socială

Ecuațiile mișcării sociale, la fel ca și cele ale mișcării mecanice, se prezintă sub formă diferențială. Integrarea lor ar fi o operație extrem de dificilă și suntem îndreptățiți să credem că ziua în care va putea fi efectuată este încă foarte îndepărtată.

Cu toate acestea, a fost posibil să se demonstreze un anumit număr de proprietăți, rezultând din aceste ecuații, fără să fie necesară integrarea lor. Astfel sunt proprietățile privitoare la mișcarea centrului de greutate, cantitatea de mișcare, forțele vii, la fel ca și principiul minimei acțiuni.

O nouă proprietate foarte importantă a acestor ecuații este următoarea:

În orice mișcare socială există totdeauna un anumit număr de funcții ce rămân constante cu toate variațiile pe care timpul, coordonatele și forțele le suferă în cursul acestei mișcări.

Într-adevăr, se demonstrează în calculul integral că integrarea unei ecuații diferențiale de ordinul k introduce k constante arbitrare și că integrarea unui sistem de mai multe ecuații diferențiale introduce de asemenea un număr de constante arbitrare egal cu suma ordinelor ecuațiilor de integrat.

Valorile acestor constante arbitrare sunt determinate potrivit condițiilor inițiale ale problemei. În cazul mișcării, aceste condiții inițiale depind de poziția

pe care o ocupau și de viteza pe care o aveau la un anumit moment punctele ce constituie sistemul.

Ecuațiile mișcării sociale sunt toate ecuații diferențiale de al doilea ordin și dacă *n* este numărul indivizilor care compun corpul social considerat, numărul lor este de 3*n*. Deci integrarea acestor ecuații va introduce 6*n* constante arbitrare.

Calculul integral dă mijlocul de a forma 6*n* ecuații, a căror soluție permite să se obțină valoarea acestor 6*n* constante, în funcție de timpul, coordonatele și componentele vitezelor. Deci, funcțiile care exprimau valorile acestor constante rămân constante în cursul mișcării.

Principiul forțelor vii oferă un exemplu simplu. Ecuația care exprimă această proprietate este:

$$\sum mv^2 - \sum mv_{2_0} = 2\sum f^{t}_{so}\, P dp.$$

Expresia $\sum f^{t}_{so}\, P dp$ reprezintă suma de integrale definite de forma $f^{t}_{so}\, P dp$, luată între momentele t_0 și t.

Dacă numim I și I_0 valorile uneia din aceste integrale la momentul t și t_0, valoarea integralei definită $f^{t}_{so}\, P dp$ este $I - I_0$.

Putem scrie deci ecuația forțelor vii sub forma:

$$\sum mv^2 - \sum mv^2_0 = 2\sum I - 2\sum I_0$$

sau

$$\sum mv^2 - 2\sum I = 2\sum mv^2_0 - 2\sum I_0$$

În aceste ecuații $\sum mv^2_0$ și $\sum I_0$ sunt cantități constante, căci ele reprezintă suma forțelor vii și suma cantităților de lucru ale sistemului în momentul determinat t_0 de la care considerăm mișcarea dată. Ultima ecuație arată deci că de-a lungul întregii durate a mișcării respective funcția

$$\sum mv^2 - 2\sum I$$

rămâne constantă.

Există o teoremă, demonstrată de Poisson, care, fiind date două constante de integrare a unui sistem de ecuații diferențiale, permite să se găsească altele, fără a face noi integrări; dar numărul constantelor ce se pot descoperi prin această metodă este în general destul de limitat.

Oricum, existența funcțiilor care rămân invariabile într-un fenomen unde suntem obișnuiți să nu vedem decât schimbări este un fapt a cărui importanță filozofică nu va scăpa nimănui.

13. Observație asupra integrării ecuațiilor mișcării sociale

Ecuațiile diferențiale ale mișcării sociale pe care le-am precizat mai sus sunt atât de complicate încât, cu rare excepții, ele nu ar avea decât o utilitate practică foarte restrânsă. Dar problema socială se prezintă în condiții speciale, care permit să se mărească, într-o anumită măsură, posibilitatea utilizării acestor formule.

Orice corp social este format din anumite grupe de indivizi pe care similitudinea condiției lor sociale le apropie și le face solidare până la un anumit punct. Astfel, țăranii au interese, o mentalitate, un grad de instrucție, aspirații, simpatii și antipatii care le sunt mai comune sau mai străine. Această împrejurare este cauza faptului că acțiunea unei forme sociale exterioare se exercită asupra indivizilor care compun grupul țăranilor într-un mod egal; spre deosebire de situația în care acest grup ar fi compus din indivizi aparținând unor categorii distincte cum sunt, de exemplu, țăranii și muncitorii. Vom exprima această observație spunând că, sub acțiunea unei forțe sociale, figura formată de grupul de țărani considerat separat tinde să conserve forma sa mai bine decât figura formată de grupele de țărani și muncitori. Rezultă că, într-un interval de timp destul de scurt pentru ca forma fiecăreia dintre grupele ce compun corpul social să nu se schimbe substanțial, acest corp va putea fi considerat ca fiind format din mai multe grupe de formă invariabilă. Or, statica socială (cap. IV, 1) arată că toate forțele aplicate unui grup social de formă invariabilă se compun într-o rezultantă și un cuplu unice.

Într-un timp *t* destul de scurt orice corp social poate fi considerat, așadar, ca fiind format dintr-un anumit număr de grupe de formă invariabilă, dintre care fiecare este supus unei singure forțe sociale și unui singur cuplu de forțe sociale.

Această observație este foarte importantă pentru că schimbarea formei grupelor sociale are loc destul de lent pentru a permite considerarea evoluției unui corp social ca o succesiune de figuri formată din grupe de forme invariabile. Vom putea să reducem, pentru fiecare din fazele care compun această succesiune, toate forțele aplicate sistemului la un număr de forțe și de cupluri egale cu cel al grupelor care compun corpul social. Simplificarea ce va rezulta de aici va fi importantă, putând astfel considera un număr foarte restrâns de grupe în locul unui număr foarte mare de indivizi.

* * *

Fie, deci, A, B, C... grupele care constituie corpul social considerat momentan invariabile de-a lungul intervalului de timp *t*. Figura formată de grupele A, B, C, ... se schimbă în intervalul *t*. Dar această schimbare are loc în mod continuu. Dacă vom diviza, prin urmare, timpul *t* într-o infinitate de părți infinit de mici, schimbarea formei sistemului A, B, C,... într-una dintre aceste părți de

timp va fi infinit de mică; altfel spus, corpul social format de sistemul A, B, C... va putea fi considerat ca invariabil într-un timp infinit de mic. Or, se demonstrează în mecanica rațională că mișcarea infinitezimală a unui solid se compune dintr-o translație infinit de mică însoțită de o rotație infinit de mică. Deci, orice mișcare socială poate fi considerată ca fiind formată dintr-o succesiune continuă de translații și de rotații infinit de mici.

Această proprietate are o importanță considerabilă, căci formulele mecanicii raționale fac cunoscută în fiecare moment mișcarea infinitezimală de translație a unui solid, la fel ca și viteza sa de rotație instantanee și poziția axei de rotație. Vom putea deci prevede, pentru un termen foarte scurt, schimbarea de poziție pe care corpul social o va suferi la un moment dat sub influența forțelor sociale care sunt aplicate în acel moment.

14. Difuziunea maselor sociale

Să vărsăm, într-un vas gol, o cantitate de acid carbonic până la o anumită înălțime, deasupra având un strat de aer. Va exista, în primul rând, un plan de separație între cele două straturi, dar după un anumit timp se observă că până la o anumită distanță a acestui plan, deasupra și dedesubtul său, cele două gaze sunt amestecate, ceea ce dovedește că acidul carbonic, deși mai greu, se ridică în pătura de aer și reciproc. Se constată că proporția în amestecul de gaz astfel deplasat variază cu timpul și cu distanța la planul de separație, după formula

$$t = kd^2,$$

unde t este timpul, d distanța și k un coeficient numeric care variază cu natura gazelor în chestiune. Această formulă dă timpul necesar pentru a obține același grad de concentrație în acid carbonic la distanța dată de planul de separație.

Acest fenomen este cunoscut în fizică sub numele de difuziunea gazelor. El este studiat experimental, procedeele mecanicii raționale, în stadiul actual al științei, fiind insuficiente pentru o cercetare analitică. Cu toate acestea, am crezut necesar să-l reamintim aici, din cauza analogiei sale cu un fenomen social bine cunoscut și care din cauza acestei asemănări ar putea fi numit *difuziune socială*.

Să considerăm două mase sociale distincte și juxtapuse. După un anumit timp se observă, întotdeauna, un amestec care se produce în apropierea suprafeței de separație. Proporția în care elementul nou pătrunde în cel vechi într-un punct dat depinde de timpul și de distanța față de suprafața de separație.

Exemple pentru acest fenomen sunt nemeroase.

Dacă masele considerate sunt două popoare separate printr-o frontieră, prin diferențe de limbă, legi și obiceiuri, se formează întotdeauna, de-a lungul frontierei, la dreapta și la stânga ei, o zonă în care toate caracterele unui popor

sunt influențate de cele ale poporului vecin: în limbă se infiltrează elemente străine, se stabilesc legături de simpatie sau de rudenie, diferențele de obiceiuri se atenuează. Aceste efecte sunt cu atât mai clare cu cât distanța de la frontieră este mai mică și cu cât durata contactului a fost mai îndelungată.

Același lucru se întâmplă și în cazul în care, în urma unei cuceriri, se creează într-o țară o clasă privilegiată. Masa supusă reușește întotdeauna să treacă barierele rețelei de prohibiție cu care a încercat să se înconjoare masa cuceritoare; ea ajunge în locurile inaccesibile, face să cadă una după alta barierele ce i se opun; au loc căsătorii, se stabilesc relații personale. Pe de altă parte, energia și spiritul exclusivist al cuceritorilor se uzează cu timpul, astfel încât un ultim efort venit la timp este adesea suficient pentru a face să dispară ultimele urme ale vechiului antagonism. Aceasta este istoria nobilimii franceze, a cuceririi manciuriene în China, a spartanilor în Laconia; și dacă în India instituția castelor durează încă, numai Dumnezeu știe cu ce preț este menținută de cei interesați.

Difuziunea socială este un fenomen complex și ne îndoim că simpla lege empirică a difuziunii gazelor ar fi suficientă pentru a o explica. În fizică, singurele elemente de care este nevoie să se țină seama sunt densitățile și uneori compoziția chimică a gazelor puse în contact. În sociologie, fenomenul este de asemenea complex. Trebuie să ținem seama de importanța grupului social căruia îi aparțin elementele ce difuzează; cu cât această importanță este mai mare și cu cât forța de atracție a grupului este mai mare, cu atât mai puțin elementele sale se pot dispersa ușor într-o masă străină. Dacă cele două grupe puse în contact sunt de importanță inegală, elementele grupului celui mai slab vor fi mai difuzibile decât celelalte. Trebuie să ne gândim la un coeficient de difuziune invers proporțional cu o putere pozitivă a masei grupului căruia îi aparține elementul considerat.

Descoperirea anumitor legi ale difuziunii sociale pare dificilă, dar nu este imposibilă.

15. Șocul

Am spus că, pentru a produce un efect sensibil oarecare, forțele sociale necesită un timp diferit de zero; nu există forțe sociale în mod real instantanee. Cu toate acestea, vom da acest nume forțelor care, acționând într-un timp foarte scurt, dar cu mare intensitate, sunt capabile să producă un efect apreciabil.

În mecanica rațională se citează drept exemple de forțe instantanee: exploziile, șocurile. În mecanica socială avem: războaiele între națiuni și războaiele civile, grevele, care nu sunt decât una din formele războiului civil, revoluțiile, epidemiile, catastrofele datorate invaziilor, inundațiilor, cutremurelor sau foametei.

Orice corp social care primește un șoc suportă o anumită deformație în vecinătatea punctului în care șocul a avut loc, deformație ce se datorează modificării

bruşte a distanţelor sociale între indivizii care se află fie în punctul de şoc, fie la o anumită distanţă de acest punct. Într-adevăr, orice forţă socială, instantanee sau nu, care acţionează asupra unui punct al masei sociale, are drept efect producerea unei schimbări în situaţia socială a indivizilor, ceea ce modifică configuraţia corpului social în punctul considerat. Dacă forţa este instantanee, această deformaţie are loc în mod brusc.

Dar corpul social astfel deformat are totdeauna o tendinţă mai mult sau mai puţin marcată de a reveni la forma sa anterioară, tendinţă care este efectul forţelor interioare ce asigură coeziunea mai mică sau mai mare a corpului. Vom da acestei tendinţe numele de *elasticitate*. Vom spune că o masă socială este perfect elastică dacă după şoc ea îşi recapătă exact forma avută înainte şi vom spune că ea va fi în întregime lipsită de elasticitate dacă în urma şocului masa nu manifestă nicio tendinţă de a-şi relua forma anterioară.

Nicio masă socială nu este perfect elastică, tot astfel cum nu este nici în întregime lipsită de elasticitate. Aceştia sunt doi termeni extremi ai unei serii între care se aşază societăţile reale mai mult sau mai puţin apropiate de o extremitate sau de cealaltă, după cum au o tendinţă mai mult sau mai puţin marcată de a reveni la forma lor primitivă. Dacă o societate primeşte un şoc al cărui efect depăşeşte limita sa de elasticitate, deformaţia produsă prin şoc rămâne permanentă şi societatea nu mai revine la forma sa primitivă; această formă socială este distrusă sau măcar profund alterată.

Războaiele punice au fost cauza distrugerii societăţii cartagineze; revoluţia franceză nu a răsturnat societatea franceză, dar i-a schimbat forma; în fine, războiul ruso-japonez nu a modificat decât pentru moment forma socială a masei ruseşti; şocul nu fusese suficient de puternic pentru a depăşi limita de elasticitate determinată de mărimea masei, de tenacitatea obiceiurilor sale şi de forţa de rezistenţă a elementelor conservatoare ale vechii stări de lucruri.

Cu cât o societate e mai puternic constituită, cu cât legăturile cărora îi este supusă sunt mai numeroase şi mai puternice, cu atât mai puţină elasticitate prezintă, căci libertatea mişcării fiecărei părţi a masei este cu atât mai limitată cu cât sistemul se apropie mai mult de ceea ce se numeşte în mecanica raţională un sistem cu legături complete. De aceea, pericolul de distrugere este mai de temut pentru o societate organizată, expusă unui şoc care depăşeşte forţa sa de rezistenţă decât pentru alta ale cărei legături sunt mai slabe. Societatea romană nu s-a transformat, dar ea a dispărut ca societate în momentul în care forţa atacurilor a depăşit forţa sa de rezistenţă; şi este de temut ca acelaşi lucru să se petreacă pentru societatea chineză dacă ea nu se va transforma treptat, înainte ca şocurile exterioare să ajungă să-i întreacă forţa de rezistenţă. Dimpotrivă, felahii din Egipt, care de la cucerirea Cambisei au decăzut încetul cu încetul în starea de simplă adunare de indivizi ale căror unice legături au fost pentru mult timp cerinţele nenumăraţilor lor cuceritori, pe care le suportau în comun, parcurg netulburaţi secolele revenind, în mod regulat, după trecerea fiecărei tulburări, la vechea lor stare.

Se poate demonstra, la fel ca în dinamica raţională, că, într-o masă socială, şocul produce totdeauna o pierdere de forţă vie. Or, forţa vie sau energia este singura şi veritabila bogăţie a oricărei societăţi. Ea este aceea care reprezintă forţa de expansiune şi de progres în direcţia economică, intelectuală şi morală, la fel ca şi forţa de rezistenţă împotriva primejdiei. Scăderea cantităţii de energie sub orice formă, ar putea reprezenta pentru o societate o sărăcire şi o slăbire. Războaiele externe sau civile, indiferent de numele lor comoţiile sociale, catastrofele de orice ordin şi în general tot ceea ce poate da naştere brusc fie unei opriri, fie unei schimbări de direcţie a unei mişcări sociale, fie unei deplasări într-un timp foarte scurt a elementelor corpului social, unele în raport cu celelalte, toate acestea acţionează ca un şoc şi sunt cauza unei pierderi de energii sociale; din acest motiv ele trebuie evitate prin toate mijloacele.

Dacă acţiunea omului faţă de catastrofele naturale, precum inundaţiile sau epidemiile, este foarte restrânsă, nu acelaşi lucru se petrece în cazul şocurilor datorate cauzelor sociale. Exploziile de acest fel nu sunt niciodată spontane; ele provin, întotdeauna, din cauze al căror efect se acumulează de-a lungul unui timp mai îndelungat sau mai scurt, spre a izbucni irezistibil în momentul în care au devenit suficient de puternice pentru a sfărâma obstacolele. Or, aceste cauze pot fi cunoscute şi studiate dinainte şi este datoria oamenilor de stat să urmărească evenimentele şi să le prevadă urmările; să neutralizeze cauzele de explozie pe măsura apariţiei lor. Simpla opoziţie împotriva curentului este în general mijlocul cel mai puţin abil şi cel mai puţin sigur; el face oficiul unui dig ce rezistă curentului până în momentul în care masa acumulată în spatele său îl răstoarnă şi trece pe deasupra lui.

Trebuie să remarcăm cu toate acestea că şocul poate declanşa, uneori, o forţă care era inactivă până în acel moment şi care să ducă la producerea unei forţe vii ce compensează, chiar cu un anumit avantaj, pierderea cauzată de şoc. Astfel, revoluţia din 1789 pentru Franţa, războiul din 1870 pentru Germania, acela din 1859 pentru Italia au reprezentat prilejuri de puternice expansiuni ale forţelor naţionale; dar trebuie să recunoaştem, în acelaşi timp, că acest mijloc este periculos şi plin de răspundere, căci nu e uşor să prevedem efectele unei comoţii, nici să-i restrângem mersul şi consecinţele.

16. Periodicitatea fenomenelor sociale

Modul în care studiem în această lucrare problema mişcării sociale ne permite să abordăm chestiunea atât de tulburătoare a periodicităţii fenomenelor sociale.

Există oare fenomene sociale periodice? Vom vedea oare într-un viitor mai apropiat sau mai îndepărtat repetarea evenimentelor care au loc în zilele noastre

sau care au avut loc în trecut? Iată întrebarea pe care şi-o pun cu nelinişte cei care speră să găsească în soluţionarea ei un mijloc de a prevedea viitorul, mai sigur şi mai comod decât cel al studiului şi al reflecţiei.

În dinamica raţională, exemplele de mişcări periodice sunt numeroase şi cum ecuaţiile mişcărilor sociale au aceeaşi formă cu ecuaţiile mişcărilor mecanice, este clar că integrarea lor ar putea duce de asemenea la o mişcare periodică, în cazul anumitor probleme sociale.

În principiu, aşadar, mişcarea socială periodică este posibilă. Dar dacă se examinează problema mai îndeaproape, se observă că probabilitatea unei astfel de mişcări este extrem de mică, cu excepţia unui singur caz.

În primul rând, o mişcare poate fi periodică în cazul în care cauza care o produce acţionează în mod periodic. Dar nu se cunosc forţe sociale cu adevărat periodice, în afara celor care sunt în legătură cu mişcările astronomice, adică cu succesiunea zilelor şi a nopţilor, precum şi cea a anotimpurilor. Or, se ştie că fenomenele sociale care se află într-o dependenţă directă de aceste fenomene astronomice sunt periodice; sunt ocupaţii de zi şi de noapte, operaţii agricole ş.a.m.d.

Dacă mişcarea este periodică, deşi cauza care o produce nu este, această periodicitate nu va putea dura decât atâta timp cât toate condiţiile mişcării vor rămâne exact la fel ca în momentul introducerii lor în ecuaţia de mişcare, cel puţin pe toată durata unei perioade; căci este evident că, dacă forţele se modifică sau dacă intervin noi rezistenţe şi dacă efectul acestor noi circumstanţe este comparabil ca mărime cu cel al forţelor luate în considerare iniţial, aspectul mişcării deja calculate va fi mascat şi periodicitatea nu mai apare.

Acelaşi lucru se întâmplă şi dacă, intervenind cauze noi, o nouă mişcare periodică, a cărei durată va fi diferită, se va adăuga celei dintâi, căci atunci perioadele vor fi cu mult mai greu de recunoscut.

Or, nimic nu este mai schimbător decât condiţiile unui corp social. Nu numai indivizii care îl compun sunt în permanenţă înlocuiţi prin alţii, dar în fiecare moment iau naştere noi forţe sociale, cele vechi variază sau dispar, condiţiile care constituiau legăturile sistemului se modifică continuu. Este deci imposibil să admitem că, dacă la un moment dat mişcarea analitică a unui corp social era periodică, condiţiile care iau naştere se vor menţine absolut aceleaşi pentru o perioadă întreagă. Mişcarea socială periodică este deci aproape imposibilă într-un timp destul de lung pentru a putea fi observată.

Cu toate acestea, pot exista cazuri în care anumite aparenţe ale unei asemenea mişcări să fie destul de clare.

Să luăm ca exemplu mişcarea compusă a pendulului. Se ştie că dacă un corp greu este mobil, astfel încât centrul său de greutate rămâne pe o curbă fixă, şi dacă acest centru se îndepărtează foarte puţin de poziţia sa medie, mişcarea sa constă într-o serie indefinită de oscilaţii la dreapta şi la stânga de această poziţie mijlocie, iar durata tuturor acestor oscilaţii este aceeaşi; aceasta este

tocmai o mișcare periodică. Ea este determinată de greutatea corpului, care este o forță de mărime și de direcție constantă și de obligația impusă centrului de greutate de a rămâne pe curba fixă. Să considerăm acum un corp social având o mișcare produsă de anumite forțe și de anumite condiții care îi sunt impuse. Fie C curba pe care o descrie centrul de greutate al sistemului în această mișcare. Să presupunem că aplicăm acestui sistem o nouă forță socială constantă în mărime și direcție. Dacă această nouă forță este suficient de mare pentru ca efectul său să fie sensibil în raport cu mișcarea anterioară, centrul de greutate va lua pe curba C o mișcare aproximativ pendulară.

Aceste condiții le găsim aproape realizate într-o societate care, posedând în prealabil o anumită mișcare, este însuflețită, într-un anumit moment, de un curent de idei sau de un grup de noi necesități ce o vor solicita într-o direcție constantă. Va avea loc o mișcare pendulară și, cu toată dificultatea de a o descoperi în complexitatea fenomenului, ea se va dezvălui prin ceea ce se numește „acțiune și reacțiune", care în momentul intervenției ideilor sau a noilor necesități vor împinge societățile când într-un sens, când în sensul opus, până când noua mișcare se topește și dispare în mișcarea generală a sistemului.

17. Observații asupra teoriei

Teoriile precedente ridică o gravă problemă, aceea a liberului arbitru al omului.

Un corp social, supus unor forțe sociale și unor legături date, trebuie să satisfacă ecuații care sunt suficiente pentru a determina în întregime mișcarea sa socială. Pe de altă parte, ecuațiile mișcării nu comportă nicicând indeterminări, nici soluții multiple, astfel încât un corp social plasat în condiții determinate în ceea ce privește forțele și legăturile sale nu poate avea decât o singură mișcare bine determinată.

Rezultă că în fenomenul mișcării sociale acțiunea omului ar fi nulă, întrucât fenomenul nu ar reprezenta decât consecința fatală a ecuațiilor mișcării și nu trebuie mult ca această concluzie să fie luată drept demonstrație matematică a nonexistenței liberului arbitru uman.

Această concluzie ar fi falsă, căci ea desconsideră bazele argumentării noastre. Într-adevăr, printre forțele sociale pe care le introducem în ecuația noastră admitem și elementul uman, asupra căruia vom reveni în capitolul VI, 6. Voința și inteligența umană figurează deci în ecuațiile mișcării, astfel încât ele își au locul lor în determinismul social.

Cu toate acestea, dacă am procedat astfel, nu am prejudiciat cu nimic problema liberului arbitru, căci nu am făcut nicio ipoteză asupra naturii, originii și modului de acțiune a inteligenței sau a voinței. Deci nu ne abatem cu nimic de la ceea ce se face în mecanica rațională, unde se introduce atracția universală în ecuație fără vreo preocupare cu privire la cauzele ei prime.

Mecanica socială nu rezolvă deci chestiunea liberului arbitru şi nu trebuie să atribuim formulelor şi raţionamentelor sale o semnificaţie pe care ele nu pretind să o aibă.

Nu este mai puţin adevărat însă că problema astfel pusă dă naştere unor observaţii care merită să fie expuse.

În primul rând, teoria demonstrează că acţiunea umană este departe de a fi singurul factor determinant al fenomenelor sociale, ea nu este decât o parte şi probabil partea cea mai puţin importantă. Acest adevăr este de multă vreme incontestabil.

Pe de altă parte, nu poate fi vorba de liberul arbitru atunci când, având posibilitatea să schimbe mersul unui fenomen, omul ar vedea că aceasta ar fi o eroare. Dacă s-ar folosi în aceste împrejurări de liberul său arbitru, el nu ar da dovadă că este raţional, ci, dimpotrivă, că este nebun sau capricios. Nu socotim deci că numele de liber arbitru convine pentru asemenea acte.

În sfârşit, calculul probabilităţilor arată că, chiar în actele în care voinţa omului pare să se exercite în modul cel mai liber, cum este, de exemplu, scoaterea unor numere dintr-un sac, fenomenele sunt supuse unor legi fixe, în întregime sustrase voinţei umane.

În rezumat, liberul nostru arbitru îşi recunoaşte limitele în mai multe direcţii; dar este tot ceea ce putem spune în această privinţă, întrucât în studiul nostru nu-şi pot avea locul raţiuni de ordin metafizic.

* * *

Ecuaţia cantităţilor de mişcare

$$\sum mv - \sum mv_0 = \sum f^{t}_{to}\, \mathrm{P}dp$$

poate fi pusă sub forma

$$\sum mv = \sum mv_0 + \sum f^{t}_{to}\, \mathrm{P}dp.$$

în care $\sum mv$ este suma cantităţilor de mişcare în momentul t şi $\sum f^{t}_{to}\, \mathrm{P}dp$ suma impulsurilor totale ale forţelor.

Cantitatea $\sum mv_0$ este constantă, căci ea reprezintă suma cantităţilor de mişcare pe care corpul social o posedă în momentul t_0 în care a început mişcarea considerată.

Cantitatea $\sum mv$ este o sumă de produse ale maselor prin viteze.

Pentru o valoare determinată a lui $\sum mv$, dacă masele cresc, vitezele se vor micşora, şi reciproc. Deci, pentru a obţine o sumă dată de impulsuri totale ale forţelor aplicate sistemului, cu cât masele puse în mişcare vor fi mai mari, cu atât vitezele necesare vor fi mai mici; dimpotrivă, cu viteze mari va fi suficient să dispunem de mase mici.

O observație analoagă poate fi făcută în ce privește cel de al doilea membru. Pentru o valoare dată lui $\sum mv$, dacă facem să crească forțele, timpul va scădea; dacă mișcarea durează mult timp forțele necesare vor fi mai mici.

Este tocmai demonstrația cunoscutelor aforisme care ne arată că „ceea ce se câștigă în forță se pierde în timp și reciproc; ceea ce se câștigă în masă se pierde în viteză și reciproc".

Se poate observa că, cu cât masele puse în mișcare sunt mai mari, cu atât forțele necesare trebuie să fie mai mari pentru un timp dat și, dacă forțele sunt limitate, timpul necesar pentru a produce o mișcare dată trebuie să fie cu atât mai lung cu cât masele sunt mai mari. În același fel, dacă vrem să sporim vitezele imprimate unor mase date, trebuie să sporim fie forțele, fie timpul.

Se pot trage concluzii analoage din ecuația forțelor vii

$$\sum mv^2 = \sum mv^2{}_0 + 2\sum f^{t}{}_{so}\, P dp.$$

în care $\sum mv^2$ este suma forțelor vii și $\sum f^{t}{}_{so}\, P dp$ suma cantităților de lucru total al forțelor sau energia dezvoltată de aceste forțe și anume: pentru o cantitate dată de energie, dacă masele cresc, vitezele vor scădea, și reciproc; pentru o sumă dată de forțe vii, dacă facem să crească forțele, spațiile pe care trebuie să le parcurgă punctele sistemului pentru a realiza această sumă a forțelor vii vor scădea, și reciproc; cantitatea de energie dezvoltată de o masă socială în mișcare este cu atât mai mare cu cât masa pusă în mișcare este mai mare și cu cât viteza acestei mase este și ea mai mare; pentru o masă socială pusă în mișcare, forțele necesare pentru a realiza vitezele date sunt cu atât mai mari cu cât masele sunt mai mari; și dacă masa este aceea care ne este dată, forțele vor crește odată cu vitezele pe care dorim să le imprimăm acestor mase.

Toate aceste propoziții vor putea fi enunțate aprioric, căci logica este suficientă pentru a le întrevedea; dar ecuațiile indică relația exactă ce există între mărimile în cauză, iar acordul între inducție și rezultatele date de ecuații poate fi invocat ca o dovadă că axiomele care servesc drept punct de plecare pentru demonstrarea acestor ecuații au fost exacte.

Nu lipsesc exemplele ce confirmă și fac mai de înțeles sensul acestor enunțuri.

Dat fiind faptul că masa unui corp social este prin definiție o mărime cu atât mai mare cu cât rezistența la mișcare a acestui corp este mai mare, un popor va avea o masă cu atât mai mare cu cât va fi mai numeros; masa sa crește și ea proporțional cu lipsa de energie naturală, inteligență, sens moral sau cultură intelectuală. Va fi deci cu atât mai greu de imprimat o mișcare socială unui popor ce se găsește în aceste condiții; va trebui să cheltuim mai multă forță și mai mult timp și vom realiza o forță mai mică decât dacă am fi avut de-a face cu un popor mai puțin numeros și aflat la un nivel de dezvoltare mai înalt. Masa poporului rus, pe care eforturile lui Petru cel Mare și două secole de contact din ce în ce mai direct cu civilizația occidentală au afectat-o atât de puțin, constituie o dovadă evidentă.

Un popor foarte puțin numeros poate da naștere unei dezvoltări de energii considerabile, dacă este capabil să le dezvolte prin el însuși sau să declanșeze forțe sociale considerabile. Micul popor al grecilor antici a avut un mare rol în formarea civilizației occidentale antice, pe de o parte, datorită calităților sale proprii de inteligență și de energie, pe de altă parte, datorită contactului său cu poporul roman, pe care a știut să-l pună în serviciul civilizației.

Mongolii, normanzii și-au datorat succesele și marea sumă de energie pe care au desfășurat-o unor cauze diferite: calităților lor militare, impetuozității lor, dar și unor cauze pur militare, anume ușurinței de a se deplasa și rapidității mișcărilor. Calul pentru mongoli, barca și căile maritime larg deschise pentru normanzi au reprezentat forțe ce au compensat puternic numărul lor mic și au făcut posibile fapte cum sunt cucerirea Chinei de către o armată de 33.000 de oameni, precum și supunerea Europei întregi la plata unui tribut în folosul unui grup de barbari.

18. Considerații asupra legilor

Modul de a trata fenomenele sociale pe care l-am expus mai înainte sugerează observații în ce privește legile pe care le promulgă oamenii în scopul de a reglementa și de a ușura viața societăților.

Principiul fundamental al oricărei legi trebuie să fie acela de a tinde la realizarea celei mai mari sume posibile de bine social pentru membrii societății respective.

Binele social pentru un individ constă în a-și conserva și a-și mări pe cât posibil avuția sa economică, intelectuală și morală; exprimându-ne în limbajul întrebuințat în această lucrare, vom spune că binele social necesită creșterea pozitivă a coordonatelor sociale ale fiecărui individ.

O lege trebuie să aibă drept scop determinarea sau facilitarea mișcării sociale în asemenea mod încât, pentru toți indivizii care compun societatea, una sau mai multe din aceste coordonate să aibă în fiecare moment o valoare mai mare decât în momentele anterioare, fără ca valoarea vreuneia dintre ele să scadă. O lege ideală ar fi aceea care ar determina o mișcare de translație a corpului social în întregime, în sensul celor trei coordonate posibile, astfel încât toți membrii societății să aibă parte egală la beneficiile acestei legi.

Dar, cum fiecare lege poate îmbrățișa numai o singură parte mai mult sau mai puțin restrânsă a nevoilor sociale, ea nu va putea avea ca obiect decât realizarea binelui în sfera acțiunii sale.

Principiul general fiind astfel pus, nevoile practicii cer ca pentru fiecare lege particulară să se precizeze obiectul special pe care îl are în vedere și modul în care trebuie să-l realizeze; este principiul special al acestei legi. Acesta nu poate fi decât o consecință a principiului general enunțat mai sus și aplicat la un

caz particular. El nu poate fi în niciun caz în contradicție cu acest principiu general, căci atunci legea s-ar îndrepta împotriva propriului său scop și ar fi o lege dăunătoare. Astfel, orice lege care ar avea ca efect diminuarea uneia sau a mai multor coordonate ale corpului social sau ale unei părți a acestui corp nu ar îndeplini condițiile definiției sale.

În practica obișnuită a vieții sociale, legile se îndepărtează adesea de la limitele pe care le-am definit și ele nu ajung niciodată să realizeze în mod absolut tipul de lege ideal, căci acest tip, ca orice definiție pur teoretică, nu este decât un scop de care ne putem apropia indefinit fără a-l atinge vreodată: este un *punct asimptotic*.

Legile pot fi clasificate în mai multe categorii, după gradul lor de îndepărtare de legea tip. Există legi care nu acționează decât în direcția pozitivă a celor două coordonate sau a uneia singure; altele care se mulțumesc să se opună micșorării acestor coordonate; altele, deși favorizează progresul social al corpului întreg, nu duc la participarea egală a tuturor părților acestui corp. Mergând mai departe pe această cale, avem legi care încearcă să creeze avantaje unora în detrimentul celorlalți. În sfârșit, vom cita, doar pentru a le aminti și pentru a completa seria, legile al căror efect ar fi de a diminua poziția socială a corpului social întreg, căci este imposibil să admitem că un corp social poate să-și dea asemenea legi.

Nu avem nimic de spus despre ultima dintre aceste categorii și foarte puțin despre primele două care, în imposibilitatea de a atinge complet scopul suprem al oricărei legi, se mulțumesc să-l realizeze numai în parte. Este cazul cel mai general.

Nu același lucru se petrece cu categoria următoare.

Este fără îndoială extrem de dificil ca efectele unei legi să se facă simțite într-o manieră absolut egală pentru toți membrii corpului social. Interesele, aptitudinile, nevoile, calitățile și defectele variază atât de mult de la un individ la altul încât este imposibil de a da chiar și o definiție a acestei egalități în tratament. Sarcina legiuitorului este cu atât mai dificilă cu cât, lipsit de un mijloc sigur și exact de a ține seama în mod just de diversele interese existente, necesitatea de a găsi o formulă ce atenuează cât mai mult conflictele și neînțelegerile va rămâne numai la latitudinea pătrunderii și spiritului său de justețe. Rolul său nu este ușor, căci cei interesați știu foarte rar să aprecieze lucrurile în mod obiectiv și tocmai legiuitorul este acela care are datoria să o facă pentru toată lumea.

Chestiunea devine încă și mai dificilă când în anumite privințe legea merge în sens contrar definiției sale, impunând o anumită diminuare a coordonatelor unei părți a corpului social. Această eventualitate șochează și pare nefirească, dat fiind scopul suprem al oricărei legi; dar împrejurările vieții sociale sunt atât de variate încât din nefericire putem fi forțați, în unele momente, să facem anumite sacrificii într-o direcție pentru a salva interese mult mai importante în alta. Să presupunem, de exemplu, că o clasă restrânsă de cetățeni a reușit să-și creeze un privilegiu, atribuindu-și în exclusivitate dreptul la învățătură, astfel încât partea

cea mai numeroasă a societății să fie condamnată la ignoranță. Știind că ignoranța este cel mai mare rău, sarcina legiuitorului este să distrugă monopolul clasei privilegiate. Făcând astfel, el acționează în interesul corpului social, căci suma avantajelor care vor rezulta pentru el dintr-o asemenea dispoziție este cu mult mai mare decât aceea a avantajelor abolite ale părții lezate.

Același lucru și în cazul în care un individ sau un grup de indivizi a reușit să acapareze toate mijloacele de existență ale unei societăți, de felul proprietății asupra pământului, capitalului mobiliar sau producției totale de cereale. În asemenea cazuri forțele publice au datoria absolută să restabilească echilibrul, mergând până la exproprierea forțată. Acaparatorii vor fi revoltați, evident, căci vor fi mai săraci; dar societatea întreagă va câștiga în forță și în bunăstare.

Exemplele citate presupun cazuri extreme, în care răspunsul ce trebuie dat nu este îndoielnic. Dar lucrurile nu totdeauna se petrec astfel și cel mai adesea este foarte greu să ne dăm seama dacă avantajele realizate printr-o asemenea lege compensează sau nu atingerea adusă unor situații stabilite. Considerarea centrului de greutate al sistemului social permite să găsim o soluție a acestei dificultăți.

Fie A corpul social și C centrul său de greutate determinat în felul arătat mai înainte (cap. IV, 2), adică ținând cont de masa fiecărui individ, la fel ca și de coeficientul său de importanță în problema pe care o avem în vedere.

Legea pe care ne propunem să o stabilim trebuie să fie considerată ca dând naștere unui sistem de forțe sociale P, P'..., care, acționând asupra diverselor părți ale corpului social, le va imprima diverse mișcări. Va rezulta de aici o anumită mișcare α a centrului de greutate.

Din punctul de vedere al interesului general al corpului social, legea va fi justificată dacă mișcarea pe care o imprimă centrului de greutate al corpului social este dirijată astfel încât una, două sau trei dintre coordonatele acestui centru tind să crească, celelalte rămânând constante; ea va fi indiferentă dacă centrul de greutate rămâne imobil; ea va fi dăunătoare dacă acest centru tinde să se miște în sensul coordonatelor negative, chiar dacă una sau două dintre aceste coordonate ar rămâne invariabile.

Aplicarea acestei reguli nu va da naștere unor incertitudini decât în cazul în care una sau două dintre coordonatele centrului de greutate tinzând să crească în sens pozitiv, celelalte vor tinde să scadă. De exemplu, interzicerea absolută a alcoolului ar fi o măsură evident favorabilă din punctul de vedere al progresului intelectual și moral al populației; ea ar determina o mișcare a centrului de greutate al societății în sensul axelor pozitive OY și OZ. Dar, în același timp, ar scădea veniturile statului, ceea ce ar face să sufere o mare parte din interesele economice ale țării; deci, centrul de greutate are de asemenea o mișcare în sensul negativ al lui OX.

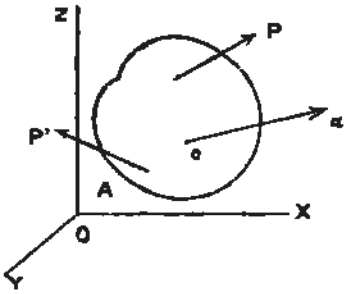


Fig. 28.

În asemenea cazuri, perspicacitatea legiuitorului va fi singura care decide în ce parte înclină interesul general.

Trebuie remarcat şi că în enunţul precedent nu am avut în vedere decât mişcarea centrului de greutate al corpului social, or mişcarea generală a acestui corp se compune din această mişcare a centrului de greutate şi în acelaşi timp dintr-o rotaţie în jurul acestui centru. Rotaţia are ca efect readucerea anumitor părţi ale corpului spre coordonatele negative, în timp ce altele înaintează către coordonatele pozitive. Înseamnă că în cazul general orice lege este cauza unei anumite schimbări în poziţiile sociale respective ale diverselor părţi ale societăţii. Legea va fi cu atât mai bună cu cât mişcarea de rotaţie pe care o produce va fi mai slabă, în afara cazului în care această mişcare ar fi tocmai unul din scopurile legii.

* * *

Viaţa unei societăţi este complexă; ea cuprinde un mare număr de fenomene diverse care determină tot atâtea categorii de necesităţi sociale. S-a simţit nevoia ca pentru fiecare dintre aceste categorii să se formuleze un principiu director; astfel este principiul libertăţii personale, cel al proprietăţii, cel al familiei.

Toate aceste principii speciale nu trebuie să fie considerate decât ca aplicaţii ale cazurilor particulare ale principiilor fundamentale pe care le-am enunţat la începutul acestui paragraf. Deci, în nici un caz, ele nu pot fi incompatibile cu acestea şi, dacă la un moment dat aşa s-ar întâmpla, aceasta ar fi dovada că principiul particular este greşit, fie pentru că enunţul iniţial a fost defectuos, fie pentru că variind împrejurările nu mai corespund noii stări de lucruri.

Să luăm, ca exemplu, principiul libertăţii individuale. Enunţul său absolut ar fi: „Fiecare posedă deplina libertate a acţiunilor sale“, dar foarte repede s-a observat că în aceste condiţii existenţa oricărei societăţi ar fi imposibilă şi atunci au început să i se pună restricţii: nu avem dreptul să ucidem, nu avem dreptul să furăm, nici să ne aruncăm copiii în stradă, nici să le refuzăm educaţia, nici să ne defăimăm aproapele, nici să umblăm absolut goi în public, nici să ne distrăm în chip iraţional. Şi seria ar putea fi continuată: nu avem dreptul să mergem prea

repede cu maşina, nici să aruncăm ceva dintr-un avion ş.a.m.d. Toate aceste restricţii succesive dovedesc că numele de principiu nu convine în cazul care ne preocupă, căci un principiu este o regulă absolută şi imuabilă ce se enunţă pur şi simplu pentru că nu admite excepţie. Acelaşi lucru pentru principiul proprietăţii, care, după cum mărturiseşte codul civil, este încă departe de a fi absolut şi în jurul căruia condiţiile în schimbare rapidă ale vieţii moderne ridică zilnic noi restricţii.

Aceste principii secundare trebuie, prin urmare, să varieze potrivit împrejurărilor, astfel încât să fie fără încetare perfect compatibile cu principiul fundamental; iar, dacă se produce o incompatibilitate, principiul secundar este acela ce va trebui sacrificat.

De-a lungul secolelor şi pentru a-şi asigura fericirea, oamenii au întemeiat diverse instituţii. Încetul cu încetul aceste instituţii au ajuns să-şi facă uitată originea şi s-au impus respectului superstiţios al anumitor teoreticieni şi oamenilor obişnuiţi să-şi formeze convingeri mai mult după formule gata făcute decât după interesul superior al fericirii umane care fusese raţiunea creării acestora şi scopul suprem al oricărei instituţii sociale. Dar nimic nu se opune principiului absolut şi fundamental al oricărei legi.

Pentru a ne preciza cât mai bine ideea, vom spune că dacă dreptul de proprietate, de exemplu, ar deveni într-o zi un pericol sau impediment pentru progresul uman nu va trebui să întârziem în a-l desfiinţa: între o simplă formulă şi o datorie, nu există loc pentru ezitări.

Din fericire nu este cazul, iar aforismul lui Proudhon continuă să rămână un paradox, aşa cum era şi acum şaizeci de ani. Marile instituţii sociale sunt departe de a fi epuizat serviciile pe care le pot aduce binelui social, cu condiţia ca ele să evolueze fără încetare, odată cu necesităţile pe care sunt chemate să le satisfacă şi de a nu pierde niciodată contactul cu principiul fundamental, sursa şi raţiunea lor de existenţă.

* * *

Putem împărţi legile în trei clase, după elementele care servesc la stabilirea lor.

Vom aşeza în prima clasă cazul când, după observarea unui anumit număr de fapte, trebuie să găsim o formulă care le exprimă pe toate. Este cazul pe care l-am discutat deja (capitolul I, 3).

Legea nu face atunci decât să exprime o medie, iar procedeele analitice obişnuite sunt suficiente pentru a o formula.

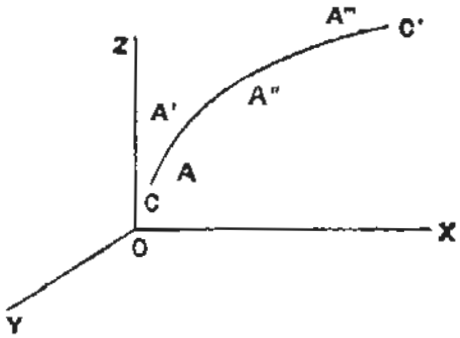


Fig. 29.

Al doilea este cel în care trebuie să exprimăm desfășurarea unui fenomen între două puncte, A și B, plasate la o anumită distanță unul față de celălalt, atunci când nu posedăm date decât pentru partea fenomenului care precede pe A și pentru cea care urmează lui B. În acest caz, dacă se exprimă legea acestor părți ale fenomenului fie prin formule, fie prin părți ale curbei CA și BC' nu avem decât să prelungim această formulă sau această curbă pentru partea din spațiul social cuprins între A și B. Această operație este cea pe care am numit-o interpolare (cap. I, 4).

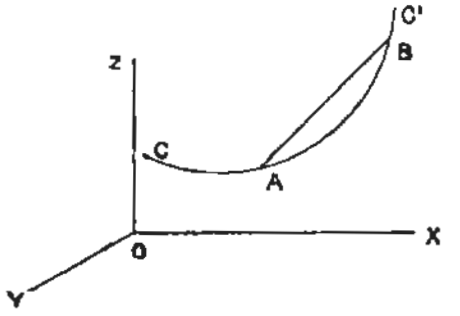


Fig. 30.

Dacă aceste observații pentru părțile CA și BC lipsesc și dacă nu posedăm date decât pentru punctele A și B, suntem nevoiți să exprimăm legea prin dreapta AB.

Al treilea caz este cel în care legea fenomenului nu este cunoscută pentru partea care îl precede pe A. Este suficient atunci să prelungim formula sau curba de la A la B; avem o extrapolare.

Se înțelege că în al doilea caz legea va fi cu atât mai exactă cu cât părțile CA și B C' vor fi mai mari, iar distanța AB, mai mică. Rezultă că, o mare parte a fenomenului fiind cunoscută, trebuie să se găsească doar calea de urmat pentru a cunoaște și o parte mai mică a lui.

În cazul extrapolării, rezultatul va fi cu atât mai puțin sigur cu cât operația va trebui să fie făcută pentru o distanță mai mare. Într-adevăr, se înțelege că

dacă partea CA a fost determinată cu o anumită eroare, prelungind această parte către B, această eroare va deveni cu atât mai clară cu cât ne vom îndepărta mai mult de partea studiată.

Nu este suficient ca scopul unei legi să fie cunoscut; trebuie să facem totodată în așa fel încât legea să-și atingă scopul în modul cel mai economic posibil; altfel spus, trebuie să realizăm maximum de lucru util cu minimum de cheltuială de forță și de timp.

Masele, forțele și legăturile corpului social fiind date, potrivit principiului minimei acțiuni, mișcarea socială va avea loc cu minimum de consum de energie într-un timp dat. Dacă ecuațiile acestei mișcări ar putea fi scrise și integrate, ar fi suficient deci ca legea cerută să exprime rezultatul acestei integrări. Dar, cum în stadiul actual al problemei nu putem integra ecuațiile mișcării, va trebui să ne mulțumim să facem în așa fel încât legea să evite orice cauză a pierderii de energie și de timp. Ea va trebui să evite șocurile de orice natură, pentru că de aici rezultă pierderi de forță vie. Dacă legea își propune să imprime o schimbare de direcție mișcării corpului social, ea trebuie să o facă evitând contraloviturile care echivalează cu șocuri, trecând corpul social treptat de la o stare la alta prin racordarea tangențială a fiecărei mișcări de cea anterioară. Pentru a nu complica problema în mod inutil, va trebui să ordonăm dificultățile după gradul lor de importanță și să subordonăm pe cele mai mici celor mai mari. Vom căuta soluția acestora din urmă și vom introduce modificările cerute de primele și considerate drept simple perturbații.

Dar toate aceste indicații teoretice nu vor fi de niciun ajutor, dacă observația atentă a faptelor și utilizarea rațională a rezultatelor experienței nu pun la dispoziția legiuitorului mijlocul cel mai sigur și cel mai eficient pentru a se orienta în labirintul fenomenelor sociale a căror complexitate este în alt fel mai accentuată decât cea a mișcărilor pur mecanice. Observația și experiența, în măsura în care aceasta din urmă va fi posibilă, vor permite să stabilim, după gradul lor de importanță, o clasificare a forțelor sociale care joacă un rol în problemă, și tot ele sunt acelea care vor furniza informații prețioase asupra aspectului general al fenomenului, uneori chiar date precise.

Mai trebuie ca legea să fie clară, precisă, simplă, lipsită de subtilități inutile care nu fac decât să se piardă din vedere ideile principale; trebuie ca principiile să fie bine reliefate, punând pe al doilea plan ideile de importanță secundară. Numai în acest fel se va atenua, dacă nu se poate evita total, flagelul pe care îl reprezintă cei ce dau mereu explicații și interpretări, de fapt dușmani ai oricărei aplicații exacte și sincere a legii. Dar nu vom insista asupra acestei probleme.

Una din principalele preocupări ale legiuitorului trebuie să fie creșterea forțelor sociale pe care înțelege să le pună în acțiune pentru a asigura eficiența legii sale. O eroare destul de frecventă constă în a crede că o lege odată votată va produce, prin însuși acest fapt, efectele urmărite. O lege nu este decât un instrument care nu acționează decât acolo unde o forță o pune în mișcare.

Cea mai bună asigurare a succesului unei legi este ca să răspundă unei necesități general resimțite și să fie admisă de cea mai mare parte a societății, căci atunci fiecare membru al societății devine un colaborator sigur. Dar legiuitorul are datoria să evite apelul la pasiuni rele și la instincte josnice; căci fără a socoti că însăși situația îi impune obligația de a se afla deasupra pasiunilor și slăbiciunilor obișnuite, numai sentimentele cele mai nobile și cele mai înalte reprezintă o forță socială foarte solidă și cu efecte extrem de durabile. Legile urii, ale nedreptății și ignoranței sunt trecătoare și vor continua să fie trecătoare, progresul uman, în ceea ce are el mai măreț, se va datora întotdeauna mai ales naturii umane în ceea ce are ea mai bun. Nu se fac lucruri mari cu mijloace mărunte și mai ales nu cu mijloace meschine.

Capitolul VI

Forțele sociale

Scopul acestui capitol este examinarea unor forțe sociale considerate drept cauze ale mișcării sociale.

Pentru a fi complet, acest studiu ar trebui să dea legea fiecăreia din aceste forțe, formulată analitic, așa cum se face, de exemplu, pentru legea atracției universale. Dar suntem încă departe de acest deziderat. Va trebui să ne mulțumim cu gruparea anumitor fapte, cu enunțarea anumitor idei, în bună parte cunoscute deja, în scopul de a reuni elementele problemei și de a ne da seama de toate dificultățile pe care le prezintă. De-abia pentru unele dintre formulele de care ne vom ocupa, se va putea întrevedea, pentru moment, posibilitatea unei exprimări analitice. În rest, chiar cele câteva forțe de care ne vom ocupa sunt date mai mult ca exemple, căci, în stadiul actual al problemei, nici nu putem spera la o enumerare completă.

1. Considerații generale

După felul cum au fost definite, forțele sociale trebuie să fie considerate mărimi matematice susceptibile de a varia cu timpul și cu starea socială a indivizilor ce compun corpul social; ele sunt funcții de timp și de coordonate *x, y, z* a punctelor lor de aplicație

$$P = f(t, x, y, z, x', y'...).$$

Pentru a introduce forțele P în studiul și în formulele noastre, va trebui să determinăm în prealabil forma funcției *f*.

Dar, în această privință, totul rămâne încă de făcut, căci ignoranța noastră este aproape completă. Există într-adevăr studii foarte aprofundate; dar ele nu dau expresia forțelor sub forma precisă necesară pentru un studiu ca al nostru. Va trebui deci să căutăm modalitatea de elaborare a acestei forme cu ajutorul uneia din metodele ale căror principii le-am expus la începutul acestei lucrări.

În cazul cel mai general, forțele P se vor prezenta ca funcții de toate variabilele *t*, *x, y, z, x'...,* ceea ce va fi foarte complicat. Cazul cel mai avantajos este

acela în care P va fi o funcție simplă de *t,* căci atunci integralele vor fi foarte simple. Dar chiar în cazul general vom putea să punem adeseori pe P sub forma

$$P = f(t) + f_1(x) + f_2(y) + f_3(z) + \ldots,$$

ceea ce va fi o simplificare importantă, având în vedere că este mai ușor să găsim forma funcțiilor unei singure variabile decât cea a mai multor variabile.

Dacă printre funcțiile de ordinul doi observăm că unele au valoare mică în raport cu a celorlalte, atunci ele pot fi neglijate cu totul, în primă aproximare, cu condiția să ținem seama de ele în cea de a doua aproximare.

2. Diferențe între societățile umane și societățile animale

Tendința de a trăi în societate este departe de a fi specifică rasei umane. Un foarte mare număr de rase animale o posedă de asemenea într-un grad atât de dezvoltat, încât atrage chiar și atenția celor cu un spirit de observație mai scăzut. Furnicile, termitele, albinele, viespile, castorii, păsările, antilopele etc. dovedesc un spirit de asociere și un spirit al organizării sociale ce ne provoacă uimirea și admirația.

Necesitatea de asociere este naturală pentru indivizii care, prea slabi pentru a înfrunta singuri dificultățile și pericolele vieții, resimt nevoia de a-și uni forțele cu cele ale altor indivizi din specia lor.

Dar, chiar și fără acest scop pur utilitar, se pare că spiritul de asociere este o necesitate organică pentru un mare număr de specii animale. Astfel, antilopele se reunesc în cete de mai multe zeci de mii de indivizi, și această reunire nu pare a avea vreun scop de apărare reciprocă, întrucât la primul atac al leului, ceata întreagă se risipește fără a încerca nici cea mai mică rezistență, abandonând tovarășul căzut în ghearele dușmanului.

Pentru omul primitiv, asocierea a fost o necesitate impusă în primul rând de nevoia de apărare. Într-adevăr, în raport cu înălțimea sa, omul primitiv a fost unul din animalele cele mai puțin dotate din punctul de vedere al mijloacelor de apărare. El nu avea nici gheare, nici colți, nici venin cu care sunt înarmate alte specii animale; și trebuie remarcat că el le-a fost inferior și din punctul de vedere al forței musculare.

Într-adevăr, membrele sale superioare formează pârghii al căror braț, cuprins între punctul de aplicație și punctul de inserție al mușchilor motori, este prea scurt în raport cu lungimea totală a antebrațului, ceea ce este o dispunere dezavantajoasă din punctul de vedere al folosirii forței musculare. Câtă diferență față de puternica organizare a maxilarului leului sau lupului, de exemplu! Câtă diferență, de asemenea, în raport cu forța unei furnici care este capabilă să ridice cu mandibulele sale o greutate mult mai mare decât cea a propriului său

corp! Înțelegem deci pericolul continuu la care era expus un animal atât de puțin înarmat și prea voluminos pentru a se putea ascunde în iarbă sau în frunzișul ierburilor, prea puțin abil pentru a se sustrage prin fugă urmăririi animalelor de talie mare din acea vreme.

În al doilea rând, intervine necesitatea de a asigura subzistența individului și a familiei sale. Îndatoririle omului față de progenitura sa sunt de mai lungă durată și mai greu de îndeplinit decât cele pe care le au celelalte specii animale, căci copilul său este incapabil să se întrețină singur și să-și apere securitatea un timp mai îndelungat, în raport cu durata vieții, decât puii animalelor.

Dar privite numai din aceste puncte de vedere, societățile umane primitive nu ar diferi cu nimic de societățile animale al căror punct de plecare era de asemenea nevoia de a asigura apărarea și subzistența comunității. În privința gradului de inteligență, diferența nu este nici ea suficientă pentru a le caracteriza, căci dezvoltarea intelectuală a primilor oameni a fost desigur atât de rudimentară încât ea nu ar fi fost suficientă pentru a asigura superioritatea primelor organizații umane. Dacă se compară inteligența unui om civilizat cu aceea a unui animal, oricât de inteligent ar fi acesta, diferența este atât de mare încât suntem în mod firesc înclinați să credem că aceste două ființe sunt separate printr-o prăpastie imensă. Dar pentru ca această comparație să fie justă și concludentă, trebuie făcută între inteligența umană cea mai puțin dezvoltată și cea a animalului cel mai inteligent, și în acest caz se observă că avantajul nu mai este atât de mare în favoarea celui dintâi. O cercetare cât de cât atentă dovedește că un câine observă, raționează, calculează și combină acțiunile sale în vederea unui scop, așa cum ar face și omul, în timp ce sălbaticii australieni sau papuașii – cel puțin după cum spun călătorii – sunt adesea incapabili să-și dea seama de lucrurile cele mai simple.

Există deci o continuitate perfectă din punctul de vedere al dezvoltării intelectuale între primele societăți umane și societățile animale, numai că, în timp ce acestea din urmă au staționat, primele s-au perfecționat continuu și tocmai această perfectibilitate, după cum am spus, este ceea ce caracterizează într-adevăr societățile umane și le deosebește net de societățile animale.

Care este cauza acestei perfectibilități?

Ea ar putea fi atribuită superiorității inteligenței omului față de cea a animalului. Dar am văzut că în epoca omului terțiar și chiar cuaternar nu putea fi vorba de o asemenea superioritate. Pe de altă parte, facultatea inteligenței nu este de esență diferită pentru om și pentru animal; iar dacă cea a omului este susceptibilă să sporească, să se lărgească și să devină mai profundă, același lucru se întâmplă și cu cea a animalului; împrejurările favorabile, educația și acumularea de experiență pot mări inteligența unui animal tot atât de bine ca și pe cea a omului. Este sigur că inteligența câinelui domestic este cu mult mai dezvoltată decât era cea a strămoșului său sălbatic sau decât este cea a lupului; pentru că, trăind de secole în societatea omului, inteligența sa s-a ascuțit în contact cu a acestuia din urmă. De

altfel, nu se mai contestă astăzi că activitatea animalelor, departe de a fi pe de-a-ntregul imuabilă, se poate acomoda, într-o măsură destul de sensibilă, condițiilor; și observația lui Emin Pașa, care afirma că cetele de maimuțe se orientează în adâncurile pădurilor africane cu ajutorul luminii torțelor pe care și le fabricau din ramuri aprinse, arată că nu există decât o diferență de grad între posibilitatea de dezvoltare a inteligenței la om și la animal.

Observați că, societățile umane au putut obține un avans atât de mare în raport cu societățile animale, de care se distingeau atât de puțin la început, se datorează faptului că omul a trebuit să aibă la dispoziție anumite mijloace de care animalele au fost lipsite. Aceste mijloace sunt doar două: conformația mâinii și limbajul.

Mâna cu degetul mare opozabil este cel mai important instrument cu care natura a putut dota o ființă vie. Ea permite înzecirea forței musculare de care dispune omul, prin ușurința cu care această forță poate fi transformată într-o infinitate de feluri și întrebuințată în direcția impusă de voință. Dacă mâna i-ar fi lipsit, omul s-ar fi aflat în imposibilitate absolută de a realiza toate aceste invenții, toate aceste munci, aceste transformări ale materiei, ce i-au permis să-și subjuge natura și să realizeze progresele materiale al căror ansamblu constituie cea mai mare parte a civilizației. Fără mână în această conformație, omul ar fi fost redus la rolul unui simplu animal, desigur inteligent, dar pus în imposibilitatea de a profita de indicațiile inteligenței sale. De câte ori nu asistăm la eforturile neputincioase pe care un câine le face pentru a deschide o ușă, pentru a coborî un obiect mai greu, pentru a pune la loc un obiect deplasat! Nici forța și nici inteligența nu sunt cele care îi lipsesc pentru a realiza aceste acțiuni, ci organul specific. Aceasta ar fi fost și situația omului dacă nu ar fi avut mâini.

Mâna i-a permis omului să utilizeze prima armă, piatra aruncată împotriva dușmanului său. Dar curând omul a observat că piatra producea răni cu mult mai grave dacă era ascuțită și a reușit să dea pietrei un tăiș, pe care aceasta nu-l avusese. Cuțitul a fost prima invenție a omului și poate cea importantă, căci el nu a fost numai armă, dar și un instrument de muncă de prim ordin, care a servit pentru realizarea altor progrese. Ne putem întreba ce ar fi devenit societățile umane civilizate, dacă ar fi lipsit cuțitul, cu infinitele sale transformări. Același lucru s-ar putea spune despre roabă și despre foc, care sunt invenții tot atât de minunate și care împreună cu cuțitul formează aproape unicul fond material al oricărei civilizații primitive.

Este inutil să mai insistăm să dovedim că primul element și cel indispensabil pentru progresul societăților umane a fost mâna, ca instrument al muncii.

Al doilea element și tot atât de necesar a fost limbajul. Într-adevăr, orice progres social este efectul mai mult sau mai puțin imediat al observației și al experienței care permit cunoașterea forțelor naturii și întrebuințarea lor spre mai binele umanității. Dar omul primitiv nu observa și nu experimenta în maniera

savanților noștri. Inteligența sa lipsită de ascuțime nu era impresionată de fenomenele ce se petreceau în apropierea sa decât după mult timp, iar viața unui om putea să se scurgă în întregime înainte ca el să fi fost în stare să tragă oarecare concluzii din observațiile sale. Pentru a ajunge la fabricarea primului cuțit din silex, cât de mult timp a trebuit să treacă înainte ca omul să se fi gândit să întrebuințeze piatra brută ca proiectil, să remarce apoi că ea îi face un serviciu mai mare dacă are tăiș și pe urmă să descopere că silexul cioplit are un tăiș mai puternic decât orice altă piatră și, în sfârșit, să poată produce el însuși acest tăiș. Este neîndoielnic faptul că pentru a parcurge toate acestea i-au fost necesare multe secole și durata vieții unui singur om ar fi fost insuficientă. A trebuit ca experiența acumulată de unul să fie transmisă altuia care, la rândul său, să o treacă unui al treilea, adăugând-o pe a sa proprie, și așa mai departe, până când toată această experiență, acumulată de-a lungul secolelor, a devenit suficientă pentru a produce primul cuțit.

Este evident că toate acestea ar fi fost imposibile fără un mijloc de comunicare satisfăcător, care a permis transmiterea observației și experienței de la un om la altul. Acest mijloc a fost *limbajul*.

Dacă prin *limbaj* se înțelege orice mijloc de comunicare a gândirii, se poate spune că există multe feluri de limbaj și că multe animale posedă asemenea mijloace de comunicare. Un limbaj este și vibrația antenelor prin care o furnică face cunoscută alteia necesitatea unei anumite munci, vreun accident întâmplat în mușuroi sau vreun loc unde se află un depozit de alimente. Câinele care își trage stăpânul de poala hainei către lada cu provizii, de unde își cere partea sa, întrebuințează un limbaj. Calul care își mușcă tovarășul de muncă, pentru a-l face să-și ia partea sa de lucru, îi vorbește și el într-un anumit limbaj. Mai sunt, de asemenea, diverse tipuri de limbaje ale sunetelor: fluieratul, cântatul, vorbitul. Dacă se admite că nu există efect fără cauză și că este greu de crezut ca un animal să emită un sunet fără vreun motiv sau fără vreun scop, se poate presupune că diversele sunete emise de animale exprimă întotdeauna o anumită impresie, dacă nu chiar un anumit gând. Dar, fără a merge atât de departe, este incontestabil că unele animale emit anumite sunete pentru a exprima sentimente determinate. Se pot distinge cu ușurință cel puțin 15 cuvinte diferite în limbajul vrăbiilor, strigăte de furie sau de durere, de alarmă, chemarea femelei de către mascul sau a masculului de către femelă ș.a.m.d. Același lucru se întâmplă și la găină și la câine. Toată lumea cunoaște strigătul de chemare a rândunicii care se găsește în pericol, strigăt care aduce în ajutorul său sute de alte rândunici. Și aceste exemple pot fi nesfârșite.

Limbajul este deci departe de a fi o facultate specială a omului. Nu se poate spune nici chiar că numărul cuvintelor întrebuințate de om trebuie să fie în mod necesar cel mai mare, căci sunt călători care afirmă că anumite triburi din Noua Guinee și din Insulele Solomon nu posedă mai mult de 20 de cuvinte în limbajul

lor. Se ştie, de asemenea, că un copil provenit din părinţi mai puţin culţi nu cunoaşte, la vârsta de 7 ani, mai mult de 200 sau 300 de cuvinte. Dimpotrivă, este de ajuns să ascultăm cu atenţie conversaţia unor rândunele pentru a ne da seama câtă bogăţie şi câtă varietate de sunete bine determinate cuprinde limbajul acestor păsări.

Bogăţia limbajului este în raport direct cu capitalul de idei pe care trebuie să îl exprime şi nu este de mirare că sălbaticul din Noua Guinee, la fel cu vrăbiile şi câinele, se mulţumeşte cu vreo 20 de cuvinte, căci ideile pe care le are de exprimat nu cer mai multe.

Pentru a ne da seama de importanţa limbajului unei societăţi foarte primitive, umane sau animale, trebuie să judecăm din punctul de vedere al personalităţii celor ce întrebuinţează acest limbaj şi nu din punctul de vedere al omului civilizat, căci, pentru a înţelege un limbaj, trebuie de la început să putem înţelege ideile pe care este chemat să le exprime.

Un caracter special al limbajului uman se socoteşte şi faptul că el este *articulat*.

Dar mai întâi există limbaje umane care nu sunt articulate. Astfel este limbajul fluierat, folosit de locuitorii din insulele Canare. Mai există, apoi, limbajul de semne, folosit încă de anumite triburi ale Americii sau Australiei. Sunt diferite limbaje capabile să exprime gânduri diferite foarte variate şi care servesc în mod curent chiar între triburi diferite ce nu posedă vreun alt limbaj comun. Nu se poate spune, prin urmare, că omul întrebuinţează numai limbajul articulat.

De altfel, este necesar să ştim dacă prin limbajul articulat se înţelege ceva destul de bine precizat. Se ştie că, de obicei, când un om puţin cultivat aude pentru prima oară vorbindu-se o limbă străină, mai ales o limbă a cărei pronunţare nu este destul de accentuată, el nu distinge niciun sunet precis, nu sesizează nicio silabă pentru el, aceasta rămâne o limbă nearticulată. Din acest punct de vedere engleza este mai puţin articulată decât germana şi aceasta mai puţin decât maghiara. La fel, nici scrisul nostru nu este capabil să reproducă anumite sunete ale limbii hotentoţilor, pe care filologii o reprezintă mai mult ca o suită de strigăte nearticulate şi de plescăiri de limbă decât ca limbaj uman; pentru ei, limbajul hotentoţilor nu este articulat.

Această observaţie ne permite să întrebăm dacă suntem îndreptăţiţi să spunem că limbajul animalelor este în mod necesar un limbaj nearticulat pentru simplul motiv că nu-i sesizăm articulaţiile. Când ascultăm câtva timp şi în mod susţinut ciripitul unei rândunici avem impresia că auzim sunete perfect distincte şi bine caracterizate, care desigur nu ar putea fi reproduse de literele alfabetului nostru, dar se întrevede foarte bine posibilitatea separării cântecului acestei păsări în sunete elementare analoage vocalelor şi consoanelor ce compun limbajul uman. Se cunosc, de asemenea, încercările doctorului Garner, al căror rezultat nu-l ştim încă, de a analiza limbajul maimuţelor cu ajutorul fonografului şi de a-i separa elementele.

* * *

Dacă, aşadar, conformaţia mâinii şi limbajul au fost condiţiile fundamentale pentru dezvoltarea societăţii umane, ne putem întreba care au fost raţiunile pentru care nu s-a întâmplat la fel şi în cazul societăţilor animale.

Prima este că aceste două condiţii nu se găsesc în general reunite la una şi aceeaşi societate animală. Păsările, câinele posedă într-adevăr un limbaj care, la câteva specii, este destul de avansat, dar mâna le lipseşte. Elefantul posedă trompa care îi aduce aceleaşi servicii ca mâna, dar fără a mai socoti că o singură mână nu poate înlocui două, elefantul nici nu posedă vreun limbaj. Numai maimuţele sunt acelea care, fiind dotate cu mâini ca şi oamenii, par să aibă, totodată, un limbaj. Şi, cu toate acestea, societăţile lor nu par a realiza vreun progres.

Dar, înainte de toate, această afirmaţie nu trebuie acceptată decât cu rezerve. Transformările societăţilor primitive se fac foarte încet şi observaţiile pe care le deţinem asupra acestor societăţi simiene nu datează de prea mult timp pentru a ne permite să credem cu certitudine în completa imobilitate a acestor societăţi. Şi apoi, observaţii precum cele ale lui Emin Paşa ne dau, mai curând, convingerea contrară.

Pe de altă parte, trebuie să remarcăm că maimuţele superioare, cele a căror inteligenţă mai dezvoltată ar permite mai uşor constituirea societăţilor perfectibile, trăiesc mai curând solitare; pe când celelalte, în climatul favorabil şi în regiunile bogate în alimente pe care le locuiesc, nu resimt necesitatea de a-şi ameliora starea. De altfel, acelaşi lucru e valabil şi pentru societăţile umane, căci în aceleaşi regiuni ele nu par să evolueze cu mult mai mult decât cele ale maimuţelor, nici să le fie cu mult superioare.

Dar mai este o cauză care împiedică progresul societăţilor animale: chiar când există, limbajul animalelor nu este susceptibil de perfecţionare. Or, aceasta este o condiţie esenţială pentru ca limbajul să poată servi drept instrument de perfecţionare a societăţii, căci el trebuie să fie în stare a se mula fără încetare după noile stări prin care trece societatea, în funcţie de progresele sale.

Pentru animale, se pare că limbajul este limitat în dezvoltare şi de condiţii organice. Este adevărat că, în stare domesticită, câinele a învăţat să latre, ceea ce strămoşii săi nu ştiau să facă. Dar el nu poate să latre decât în 15 sau 20 de feluri diferite şi nu poate să adauge repertoriului său nici măcar un singur fel nou de a lătra pentru a exprima un sentiment sau o necesitate nouă; şi, cu toate acestea, nu există câine care să nu fie adeseori foarte nefericit că nu poate exprima ceea ce simte şi care să nu se forţeze să găsească mijlocul de a o face. Aceste eforturi continue ar fi trebuit să producă deja în organul vocal al câinelui modificările necesare, iar dacă nu s-au produs, aceasta se datorează faptului că organul însuşi nu este susceptibil de a o realiza.

Să mai analizăm şi vrabia, al cărei limbaj cuprinde, de asemenea, de la 15 până la 20 de cuvinte diferite. Remarcăm că aceste cuvinte sunt absolut aceleaşi

pentru toate vrăbiile de pe pământ, ceea ce dovedește că dacă limbajul a evoluat în trecut, această evoluție a fost oprită pentru întreaga specie de către conformația organică a gâtului păsării, din momentul în care s-a atins limita posibilității de perfecționare a acestui organ. Observația ar putea fi generalizată pentru cea mai mare parte a speciilor animale al căror limbaj nu variază de la o regiune la alta. Dacă, cu toate acestea, anumite diferențe ar exista pentru o specie oarecare, aceasta ar fi dovada faptului că pentru acea specie evoluția limbajului nu a ajuns încă peste tot la limita posibilității sale de perfecționare.

Valoarea acestei observații nu este diminuată prin faptul că trei sau patru specii de păsări pot fi dresate să pronunțe cuvinte omenești. Aceasta ar dovedi că organul vocal al păsărilor ar fi susceptibil de a se adapta la un limbaj mai perfecționat decât limbajul lor obișnuit. Dar pentru a admite această concluzie, ar trebui să stabilim dacă asemenea perfecționare ar putea să se producă și în condițiile normale ale vieții păsării și nu numai în cele ale unei educații forțate. Și, chiar în acest caz, specia nu ar putea să obțină un mare folos din limbajul său uman, pentru că, lipsit de un instrument de muncă, cum este mâna, ar lipsi condiția primă a progresului și, în consecință, necesitatea utilizării unui limbaj perfecționat.

* * *

Ceea ce am spus mai înainte arată diferența profundă dintre limbajul uman și cel al diverselor specii animale. În timp ce acesta din urmă este aproape total lipsit de posibilitatea de a se dezvolta, primul este susceptibil de progres aproape infinit. Și dacă anumiți călători afirmă că au descoperit în Noua Guinee populații a căror limbă nu numără mai mult de 20 de cuvinte, se găsesc altele, în aceleași insule, al căror limbaj este de o asemenea bogăție și complexitate încât provoacă disperarea filologilor. Cât este de mare distanța parcursă între idioma barbară și săracă a omului de Neanderthal și limba lui Homer sau cea a lui Dante! Cât de bine pot exprima acestea din urmă idei și sentimente care sunt imposibil de tradus într-o limbă primitivă! Și ce dovadă elocventă că un limbaj perfecționat este indispensabil atât pentru formarea cât și pentru viața unei societăți perfecționate! Chiar și limba lui Homer, a lui Virgiliu și Dante pare înapoiată pentru starea societății contemporane, căci ea nu mai poate exprima nici stările noi care nu existau acum trei sau chiar acum șase secole, nici ideile, sentimentele și starea de spirit de astăzi, care nu seamănă deloc cu cele din timpurile trecute. Limba a evoluat în același timp cu societatea, a cărei evoluție a fost posibilă prin cea a limbajului. Între ele există o legătură indisolubilă.

* * *

În rezumat, conformația mâinii și limbajul sunt cei doi factori care au făcut posibil și au favorizat înainte de toate progresul societăților umane. După definiția pe care am dat-o, ele sunt adevărate forțe sociale pentru că reprezintă cauzele

de prim ordin ce au determinat mişcarea socială sau variaţia stării economice, intelectuale şi morale a corpului social. Eforturile noastre trebuie să tindă către găsirea unei legi fie ea şi empirică, în privinţa modului de acţiune a acestor forţe. Dar însuşi enunţul problemei ajunge pentru a arăta în ce măsură suntem îndreptăţiţi de a repeta cele spuse mai sus: realizarea acestui deziderat este mai uşor de conceput decât de efectuat.

3. Inteligenţa

S-ar părea că în cele spuse nu am acordat inteligenţei locul ce i se cuvine ca factor al constituirii societăţilor umane.

Este imposibil să nu ne dăm seama de rolul foarte mare pe care inteligenţa l-a avut în acest fenomen social. În cele de mai sus ne-am străduit însă să stabilim că acest rol nu fusese unic şi că în constituirea primelor societăţi şi în dezvoltarea lor ulterioară alţi factori decât inteligenţa au intervenit cu o parte de acţiune cel puţin egală.

Prin conformaţia sa cerebrală, specia umană dispune de un organ de o perfecţiune mai mare decât celelalte specii animale. Este deci natural ca, în condiţii egale, inteligenţa omului să se dezvolte mai bine şi mai repede decât cea a animalului, dar asta nu înseamnă că ea este apanajul exclusiv al omului; noi credem, dimpotrivă, că această facultate este distribuită, e drept, foarte inegal, şi unui mare număr de specii animale, poate chiar tuturor. Nu putem refuza furnicii şi albinei inteligenţa, când vrem să o acordăm unui fugian care nu ştie nici măcar să-şi sape o groapă în pământ spre a se adăposti de frig.

Inteligenţa este o facultate esenţialmente perfectibilă. La această perfecţiune pot contribui o mulţime de condiţii, dar în primul rând posibilitatea exercitării ei. Primii oameni aveau un grad de inteligenţă care, foarte probabil, nu diferea decât foarte puţin de cel al anumitor specii animale; şi, dacă condiţiile lor de viaţă ar fi continuat să rămână aceleaşi ca şi ale animalelor, inteligenţa lor, cu tot organul superior de care dispuneau, nu s-ar fi putut dezvolta aşa cum s-a întâmplat. Poziţia mâinii şi limbajul au permis omului să-şi dezvolte inteligenţa mai repede decât animalul, căci ea a putut să exerseze mai mult şi mai bine decât cea a animalului, graţie acestor doi auxiliari.

Nu ar fi deci just să atribuim progresul societăţilor umane exclusiv inteligenţei; el este rezultatul celor trei factori care au acţionat împreună şi care s-au dezvoltat şi perfecţionat treptat unii prin intermediul celorlalţi.

Dar dacă, la începuturi, importanţa acestor factori era contrabalansată mai mult sau mai puţin, cu cât se ridica nivelul, cu atât creştea rolul inteligenţei, astfel încât astăzi ea este forţa socială cea mai puternică.

Din punctul de vedere al acţiunii sale asupra progresului social trebuie să distingem *inteligenţa medie* a societăţii considerate şi *inteligenţă maximă.*

Prima este cea care definește caracterul intelectual al societății; ea determină genul și gradul de rapiditate a evoluției acestei societăți; după ea se judecă gradul de dezvoltare intelectuală, căci ar fi cu totul artificial să o judecăm pe aceasta după câteva genii izolate, care adeseori sunt produsul unor împrejurări absolut particulare și în primul rând al propriei lor conformații cerebrale. Inteligența maximă, la un moment dat și pentru o societate dată, este reprezentată de indivizi cu inteligență superioară care lărgesc câmpul intelectual mediu al acestei societăți și-i ridică nivelul. Savanții sunt cei ce fac să progreseze știința, artiștii aceia a căror operă exercită o influență determinantă asupra spiritului uman, gânditorii fac să se nască idei noi. Acțiunea unor asemenea indivizi asupra mersului societății este evidentă, dar ea se exercită în alt mod decât cea a inteligenței medii a mulțimii. Aceasta din urmă crește desigur prin experiența și reflecția tuturor, acumulate fără încetare; dar acest progres se realizează în mod lent și continuu; în timp ce apariția geniilor poate determina o ridicare subită sau cel puțin într-un timp relativ scurt a stării intelectuale medii a societății și a celorlalte condiții ale sale. Astfel, este posibil ca evoluția naturală să fi dus în mod gradual gândirea germană la înălțimea la care s-a ridicat ea brusc prin apariția lui Kant; dar este sigur că apariția acestui geniu a scutit spiritul german de mai multe secole de lucrare lentă. La fel și în cazul lui Guttenberg, a cărui invenție a făcut mai mult în cincizeci de ani pentru răspândirea ideilor decât legiuni de copiști și zeci de secole de muncă înaintea lui.

Cu toate rezultatele la care a ajuns calculul probabilităților în ce privește probabilitatea apariției anumitor fenomene echiprobabile, se pare că nu va putea fi găsită vreo lege care să dea probabilitatea apariției oamenilor de geniu și a marilor inventatori; încă și mai puțin, să se poată prevedea importanța influenței operelor lor asupra progresului uman.

Nu același lucru se întâmplă cu ceea ce am numit inteligența medie. Dacă starea intelectuală a unei societăți face progrese continue, aceasta se datorează faptului că ea adaugă în fiecare zi fondului intelectual, pe care-l posedă deja, achiziții noi, pe care le realizează grație aceluiași fond intelectual. Pare firesc să admitem că există o anumită proporționalitate între importanța acestor achiziții într-un timp dat și importanța fondului intelectual căruia i se datorează. Dacă reprezentăm prin A valoarea fondului intelectual al unei societăți la un moment dat și dacă numim *a* creșterea pe care unitatea A o suferă în unitatea de timp, se stabilește ușor că după un timp *t* valoarea lui A devine

$$A\,(1 + a)^t,$$

ceea ce se exprimă spunând că *A crește în progresie geometrică.*

Am putea deci admite, cu o anumită aproximație, că *fondul intelectual al unei societăți crește în progresie geometrică, în raport cu timpul.*

Întâlnim, de asemenea, în cursul istoriei cazuri în care fondul intelectual scade. Considerațiile precedente pot fi aplicate și în aceste cazuri, cu diferența că creșterea *a* devine atunci negativă.

Pentru ca expresia precedentă să prezinte un grad de aproximație cât de cât admisibil, este necesar ca timpul *t* la care se aplică să nu fie prea mare și ca în acest timp societatea să nu suporte nici vreo zguduire intelectuală care să facă să varieze într-o manieră mai mult sau mai puțin bruscă fondul său intelectual; acesta ar fi cazul unei mari invenții, cum ar fi scrisul, telegraful, telefonia, nici influența vreunei catastrofe care ar distruge toată avuția intelectuală a corpului social considerat sau o parte a ei.

De altfel, putem observa ușor că expresia precedentă nu poate fi reprezentarea exactă a legii creșterii fondului intelectual al unei societăți, căci ea tinde să devină infinită când timpul crește indefinit, ceea ce nu ar avea sens, căci nu se poate concepe un fond intelectual infinit de mare. Deci, încă o dată, expresia pe care tocmai am stabilit-o nu ar putea conveni decât pentru perioade de timp limitate.

Dar, în afară de aceste restricții, pentru anumite societăți trebuie să se țină seama de un fapt care devine vizibil de îndată ce se consideră mai îndeaproape faptele istorice. Dezvoltarea unei societăți, după ce a urmat un anumit timp o ascensiune regulată, suferă un impuls care îi accelerează sau întârzie mișcarea. În urma acestui impuls, mișcarea continuă în cursul unei noi perioade până când un nou impuls nu-i modifică iarăși rapiditatea ș.a.m.d.

Cel mai bun exemplu ni-l oferă societatea europeană occidentală. Perioada din jurul anului 400 poate fi considerată ca punct de plecare al stării de lucruri create prin dislocarea Imperiului Roman și prin marele val al invaziilor barbare. Este începutul nopții îndelungate a Evului Mediu. Dar ea este și începutul constituirii noii societăți, bazate pe ruinele celei vechi, grație împrospătării cu sânge nou din mediul barbar.

Noua societate se dezvoltă lent, cu ajutorul elementelor de care dispune și în mijlocul zăngănitului continuu de arme, ce reprezenta starea normală a acelor vremuri.

Urmează Carol cel Mare și cu el o nouă stare de lucruri, superioară celei precedente, întrucât o organizare regulată pune puțină ordine în haosul existent.

Societatea își continua viața în noile condiții, plecând de la starea creată de Carol cel Mare superioară celei ce se încheiase. A urmat o nouă perioadă de dezvoltare lentă.

În secolul al XIII-lea, principalele cruciade s-au sfârșit prin căderea Constantinopolului; un curent de idei noi a invadat lumea occidentală; Anglia pune bazele regimului constituțional, se înființează Universitatea din Paris, cea din Bologna exista de mai înainte, ia naștere arta gotică. Toma de Aquino, Albert cel Mare, Raymundus Lullus și alții cultivă științele; puțin mai târziu, Dante își scrie poemul. Aceasta este a doua etapă care face din nou să crească nivelul social, oferind un nou punct de plecare pentru mersul înainte al societății.

O altă etapă a avut loc în momentul Renașterii, al cărei impuls s-a resimțit până în secolul al XIX-lea, și care a deschis pentru spiritul uman căi noi în toate direcțiile.

Mişcarea socială europeană în aceste cincisprezece secole din urmă poate fi văzută ca urmând o traiectorie compusă din patru ramuri de curbe ascendente racordate succesiv între ele prin ramuri mai scurte, cu o ascensiune mult mai rapidă, reprezentând mişcarea socială în decursul etapelor: Carol cel Mare, secolul al XIII-ea, Renaşterea.

Este remarcabil faptul că perioadele de timp care separă aceste etape succesive cuprind toate în jur de 400 de ani, ceea ce evident este o simplă coincidenţă. Or, dacă, cu rezervele pe care le-am formulat, se poate admite că între două etape succesive fondul intelectual al societăţii a crescut în progresie geometrică, nu mai putem admite că aceeaşi progresie poate servi pentru toate perioadele considerate, din cauza discontinuităţii reprezentate de etapele care le separă. Trebuie să găsim, prin urmare, o reprezentare mai generală care să convină acestui caz special.

Să considerăm o serie de termeni în progresie geometrică:

$$A, Aq, Aq^2, Aq^3, Aq^4...$$

Să grupăm, de exemplu, aceşti termeni câte patru; apoi să multiplicăm termenii primului grup prin *1*, pe cei din al doilea grup prin *r*, pe cei din al treilea prin r^2 ş.a.m.d. Vom forma seria următoare pe care am putea-o numi o *progresie dublu geometrică:*

$$A, Aq, Aq^2, Aq^3, Arq^4, Arq^5, Arq^6, Arq^7, Ar^2q^8 ...$$

Să presupunem că din aceşti termeni *A* reprezintă, ca mai sus, valoarea fondului intelectual al societăţii noastre în primul secol socotit începând cu anul 400 şi *q* coeficientul $1 + a,$ unde *a* înseamnă totdeauna, ca mai sus, creşterea pe care unitatea *A* o suferă într-un secol. În ceea ce priveşte pe *r,* el este un coeficient a cărui semnificaţie o vom stabili în cele ce urmează.

În acest caz, primii patru termeni ai seriei noastre devin:

$$A, A(1 + a), A(1 + a)^2, A\ (1 + a)^3$$

şi reprezintă starea intelectuală a societăţii în timp de cincisprezece secole consecutive începând cu anul 400.

La sfârşitul acestui al patrulea secol, vine pe neaşteptate epoca lui Carol cel Mare, care face să crească brusc valoarea fondului intelectual $A(1 + a)^3$ existent la înscăunarea sa. Putem să reprezentăm această creştere multiplicând acest din urmă termen prin

$$r = 1 + b,$$

unde *b* înseamnă creşterea pe secol, pe care această primă etapă o imprimă unităţii termenului $A(1 + a)^3;$ astfel încât termenul devine în urma creşterii:

$$A(1 + a)^3\ (1 + b).$$

În perioada care urmează, acest termen suferă, în cursul fiecărui secol, aceleaşi creşteri ca în timpul primei perioade, astfel încât starea intelectuală ar fi reprezentată de-a lungul acestor patru secole prin termenii:

$$A(1 + a)^4 (1 + b),\ A(1 + a)^5 (1 + b),\ A(1 + a)^6 (1 + b),\ A(1 + a)(1 + b).$$

Ajunşi în cea de a doua etapă, va trebui din nou să multiplicăm prin $1 + b$ ş.a.m.d.

După aceasta va fi uşor să scriem formula generală a termenilor progresiei.

Este evident că această concepţie e supusă multor rezerve şi nu poate avea pretenţia să reprezinte decât într-o manieră cu totul aproximativă mersul general al fenomenului. Dar ea este utilă pentru a da o imagine intuitivă şi pentru a introduce o anumită jalonare.

De altfel, chiar dacă acest mod de reprezentare este admis pentru perioada istorică pe care am considerat-o, el nu mai poate conveni altora. Astfel, pentru istoria civilizaţiei europene, înainte de începutul Evului Mediu, se observă o mişcare ascendentă începând cu epoca lui Homer şi Hesiod până la cea a lui Pericle, urmată de o cădere uşoară până la cea a lui August, după care are loc o adevărată ruină. Dar este destul de interesant să constatăm că pentru aceste perioade durata se menţine în jurul a 400 de ani. În rest, se înţelege de la sine că nimic nu ne permite să o considerăm drept consecinţă a unei legi.

În privinţa viitorului, se pare că secolul XX va însemna pentru omenire o etapă încă mai importantă decât secolul al XIX-lea, ceea ce va întrerupe continuitatea perioadelor de 400 de ani şi nu va permite extinderea la perioadele ulterioare a progresiei dublu geometrice stabilite mai sus.

4. Acţiunea cauzelor fizice

După cele examinate mai sus, cauzele fizice sunt probabil acelea a căror influenţă asupra mişcării sociale este cea mai importantă.

Toată lumea cunoaşte influenţa climatului şi nu vom insista asupra ei. Remarcăm numai că climatul temperat pare să fie cel care favorizează mai mult progresul social. Climatul prea rece creează prea multe dificultăţi iniţiativei omului, în timp ce climatul cald nu oferă destule; căci, pentru ca geniul inventiv al omului, energia şi iniţiativa sa să se dezvolte, trebuie ca ele să se exercite împotriva unor dificultăţi ce trebuie înfrânte; or, în regiunile tropicale, viaţa este prea uşoară pentru ca aceste condiţii să fie îndeplinite.

În epoca cuaternară a avut loc în Europa o perioadă glaciară, de lungă durată, în timpul căreia clima a fost la fel de rece precum cea din nordul Norvegiei. Este sigur că, urmând perioadei temperate de mai înainte, această perioadă a tulburat profund viaţa societăţilor umane instalate în aceste regiuni. Este

posibil ca ele să fi fost pe de-a-ntregul distruse sau forțate să emigreze în masă în căutarea unei patrii mai îndurătoare și înlocuite prin populații mai pregătite pentru noile condiții de existență. Și într-un caz și în celălalt, mișcarea socială a fost cel mai puțin frânată și probabil umanitatea a fost forțată să-și reînceapă civilizația după ce a pierdut fructul unei munci de mai multe secole.

Pe de altă parte, o mișcare contrară trebuia să se fi produs în momentul încetării perioadei glaciare.

Este probabil că aceste schimbări ale climei, într-un sens și în celălalt, să fi avut loc foarte încet; în acest caz societățile au putut să se adapteze gradual la noile condiții de existență. Nu este mai puțin adevărat că mersul civilizației acestor vremuri îndepărtate a trebuit să sufere cel puțin o schimbare de direcție, dacă nu chiar o oprire sau încetinire, în urma acestei cauze pur fizice.

În general, starea unei societăți depinde de condițiile în mijlocul cărora ea a luat naștere și orice modificare a acestor condiții își găsește ecou în mișcarea societății. Ne putem pune întrebarea ce s-ar fi întâmplat cu viața popoarelor Europei centrale în cazul în care toți ghețarii Alpilor ar fi dispărut. Consecințele ar fi fost simțite până în regiunile Rinului de jos, ale Provencei și ale Dunării de jos. Regimul fluviilor ar fi fost răsturnat, la fel și cel al anotimpurilor; un climat excesiv și uscat ar fi luat locul celui care domnește acum; ca atare, toată agricultura ar fi trebuit să-și schimbe procedeele, ceea ce, fără a mai vorbi de alte cauze, ar fi forțat populațiile să-și modifice profund felul lor de viață.

S-a putut constata de nenumărate ori că viața societăților s-a modificat chiar urmare a unor schimbări mai puțin radicale și mai puțin durabile ale climatului. Astfel, emigrarea irlandeză a fost mai importantă în jurul lui 1850 și 1880, din cauza recoltelor slabe pricinuite de ploile persistente din acești ani. Dimpotrivă, Far West-ul a primit un val de emigranți, în special în 1880, pentru că anul ploios a fost favorabil unei producții bogate; în timp ce 15% dintre acești emigranți s-au întors acasă între 1890–1900, când timpul secetos a făcut să scadă producția.

Observăm că un singur an de secetă sau de ploi excesive a putut să aducă perturbări în viața celor două continente.

Se pare că schimbări ale climei, chiar profunde și durabile, se produc în fiecare moment, când într-un punct al suprafeței Pământului, când în altul. În secolul al X-lea, Groenlanda nu era o țară atât de pustie cum este astăzi, căci altfel exploratorii care au descoperit-o nu i-ar fi dat numele frumos de țară verde; astăzi ea este în întregime acoperită cu o pătură continuă de gheață groasă. Iată deci o schimbare profundă intervenită din timpuri istorice, care a făcut imposibilă viața în aceste ținuturi pentru alte populații decât cele ale eschimoșilor.

În prima jumătate a Evului Mediu, Islanda era o țară bogată, populată de o civilizație foarte avansată. Și nu invazia ghețarilor a transformat-o în țara aridă și pustie de astăzi, ci teribila erupție vulcanică din secolul al XVIII-lea, care a acoperit cu lavă cea mai mare și mai bună parte a țării. Iată un centru de civilizație dispărut pentru totdeauna, ca urmare a unui simplu fenomen geologic.

Fenomene geologice sunt şi schimbările cursului fluviilor; şi în regiunea părăsită, în care seceta şi sărăcia iau locul abundenţei şi în cea în care apele vin să distrugă tot ce exista în loc să aducă bogăţie.

Amu-Daria, anticul Oxus, care mărginea bogata Bactriană, se revărsa odinioară în Marea Caspică; în 1575 şi-a abandonat albia şi a ajuns să se verse în lacul Arai. Regiunea altădată scăldată de acest fluviu s-a uscat, iar populaţia sărăcită şi disperată a devenit nomadă.

Hoang-Ho a avut aceeaşi soartă; din anul 600 î.e.n. şi-a schimbat cursul de 25 de ori. În 1209 şi în 1852 a părăsit în întregime jumătatea inferioară a albiei sale; acum câţiva ani s-a schimbat din nou şi s-a vorbit atunci de şapte milioane de victime. Din fericire, China este destul de bogată în oameni şi destul de prolifică pentru a umple acest gol, dar aceasta nu este mai puţin o dovadă a faptului că o forţă socială, cum este acţiunea unui fluviu mare, poate aduce perturbări în mişcarea socială a unei ţări întregi.

La fel ca şi Hoang-Ho, Tarimul curge în terenuri care se dezagregă foarte uşor, ceea ce duce la schimbarea continuă a cursului său. Marele lac Lob-Noor, unde se vărsa altădată, nu mai este decât o baltă imensă, cuib de malarie, incapabilă de a hrăni numeroasa populaţie a pescarilor şi agricultorilor care locuia pe malurile sale. Astfel, ea este obligată să se deplaseze continuu urmând capriciile fluviului. Aşezări mari au fost întemeiate şi abandonate succesiv în secolele al III-lea, al VII-lea şi al XII-lea. Nu este imposibil ca aceasta să fi fost una din cauzele marii mişcări care a agitat popoarele asiatice în Evul Mediu şi ale căror efecte au fost resimţite până în Europa.

Regimul apelor în Asia a suferit o criză, observată de către savanţi, şi care se traduce prin ceea ce se numeşte „secătuirea Asiei“; fenomenul este plin de ameninţări pentru viitor, căci în ziua în care această „fabrică de naţiuni“ nu va mai putea să-şi hrănească sutele de milioane de oameni care o locuiesc va trebui ca o nouă eră de invazii şi catastrofe să se deschidă pentru civilizaţia europeană.

De altfel, asemenea fenomene se manifestă aproape peste tot, deşi nu totdeauna în proporţii atât de mari; aceasta, deoarece cauze în aparenţă neînsemnate pot determina schimbări considerabile în regimul apelor şi prin aceasta în viaţa populaţiilor vecine. Dacă, de exemplu, un strat de apă este aşezat pe o pătură impermeabilă ce acoperă alte straturi permeabile, va fi suficient un cutremur care să producă o spărtură a păturii superioare pentru ca pânza de apă să se piardă. Aceasta este probabil una din cauzele pentru care au dispărut râuri şi se găsesc regiuni întregi uscate, acolo unde altădată domnea bogăţia şi bunăstarea. În Algeria s-au descoperit, sub nisip, ruine de cetăţi bogate şi populate. În România, se văd în jurul Bucureştilor resturile unui râu mai vechi, Mostiştea, din care nu a rămas decât albia secată, jalonată ici-colo pe o lungime de câteva zeci de kilometri de mici porţiuni de apă care comunică cu o pânză subterană. Foarte probabil, nivelul acesteia a scăzut, dintr-o cauză necunoscută, cu vreo

zece metri, ceea ce a fost suficient să dispară râul aproape în întregime; căci este suficientă o scădere de numai câțiva metri în nivelul unei pânze de apă, pentru ca o întreagă regiune să fie atinsă de uscăciune.

Uneori, nivelul stratului de apă este supus la schimbări a căror rațiune nici nu o putem bănui, dar care reprezintă o cauză de profundă perturbare în existența locuitorilor de pe malurile râurilor. Barth şi alți călători, care au vizitat Sudanul către mijlocul secolului trecut, descriu Ciadul ca un lac foarte mare, de 40 de ori mai întins decât lacul Geneva, cu ape limpezi, hrănind o populație numeroasă de pescari şi înconjurat de multe sate foarte populate. Acum este aproape în întregime secat sau transformat într-o mocirlă cu stufăriș. Se pare că era în aceeaşi stare şi către 1820, în timp ce, spre 1860, înălțimea apelor atinsese un maxim. Se pune întrebarea ce va deveni populația care, prin dispariția lacului, îşi pierde mijloacele de existență?

* * *

Din aceste exemple se vede influența decisivă pe care fenomenele fizice o pot exercita asupra vieții societăților umane. Dar dacă în aceste câteva exemple omul se găsea neputincios şi dezarmat în fața marilor forțe ale naturii împotriva cărora nu putea nimic, există alte pericole pe care şi le creează el însuşi din lipsă de prevedere şi care vor face foarte precară existența societăților viitoare. Dacă rezervele inepuizabile de fier pot satisface o exploatare oricât de intensă, multe alte surse de prosperitate ale societății moderne sunt amenințate cu o viitoare dispariție, ca urmare a lipsei de clarviziune în exploatarea lor. Acum şaizeci de ani, păduri imense acopereau Far-West-ul american; astăzi nu a mai rămas nici urmă din ele, au fost nimicite prin foc când nu s-a putut face altfel. Cetele de bizoni, care reprezentau rezerva alimentară a întregii populații indiene şi care erau atât de numeroase încât împiedicau ore întregi trecerea trenurilor, au dispărut complet; n-au rămas nici măcar exemplare pentru muzeu. Acelaşi lucru pentru cetele de antilope din Africa de Sud; şi tot astfel va fi, în curând, pentru balene, foci şi elefanți. În ceea ce priveşte combustibilul mineral, i se cunoaşte situația.

Se înțelege de la sine ce influență decisivă va avea această eventualitate asupra existenței societăților viitoare, dacă ea se va realiza. Comunități bogate vor cădea în mizerie sau vor dispărea complet, la fel cum au dispărut până acum, aproape în întregime, triburile indiene; în orice caz, condițiile lor de existență vor suferi modificări radicale, fără a socoti că întreaga societate civilizată se va resimți profund de pe urma acestora. Iată deci forțele sociale de care trebuie să ținem seama în studiul problemelor sociologice.

Este adevărat că pentru a umple golurile făcute astfel se contează pe necunoscut şi pe neprevăzut, se speră în descoperirea unor noi depozite de cărbune, noi surse de petrol. Dar nu trebuie să pierdem din vedere că în fiecare zi noi popoare îşi fac intrarea în viața civilizată, îşi lărgesc necesitățile şi sporesc

cererea. Dacă echilibrul nu este restabilit într-un fel oarecare, se poate prevedea că urmaşii noştri vor avea destule dificultăţi.

Ce-i drept, se poate conta, cu destulă speranţă, pe descoperirea unor noi mijloace mai economice de utilizare a marilor forţe naturale: gravitaţia, vântul, mareele, căderile de apă, curentul râurilor; dar în ce priveşte materia vie, pâinea, carnea sau lemnul, numai natura le va putea produce.

5. Viaţa ca forţă socială

Elementul oricărei societăţi este individul, o fiinţă vie. Viaţa trebuie deci să fie considerată drept forţa căreia îi revine rolul cel mai important în mişcarea socială.

Spre a putea introduce viaţa în cercetarea noastră, nu ajunge să cunoaştem numai efectele sale fiziologice şi psihice, ci şi secretul însuşi al producerii sale.

Să luăm, ca termen de comparaţie, electricitatea. Observarea şi experimentarea au descoperit deja legile multor fenomene electrice; dar natura electricităţii nu a fost cunoscută decât în ziua în care Hertz a dovedit că ea nu este decât manifestarea unei mişcări ondulatorii; în acea zi, s-au putut stabili formulele acestei mişcări şi s-a dedus pe cale pur raţională explicaţia tuturor fenomenelor electrice cunoscute, făcându-se previziuni cu privire la altele, necunoscute încă.

Acelaşi lucru pentru atracţia universală. Înainte de Kepler, mişcările corpurilor cereşti nu erau cunoscute decât în mod empiric, astfel încât nu se putea prevedea poziţia unui corp decât prin comparaţie cu mişcările sale anterioare. Descoperirea legilor lui Kepler a însemnat deja un progres, căci cu ajutorul lor se putea stabili cu precizie mişcarea unei planete în ipoteza că ea singură se învârteşte în jurul Soarelui; dar aceste legi nu ţineau seama de acţiunile reciproce dintre diversele planete şi dintre sateliţii lor şi, în consecinţă, neglijau în întregime perturbaţiile ce trebuiau luate în calcul spre a putea stabili, cu precizie matematică, poziţia astrelor. Newton a rezolvat definitiv problema; căci, dând legea analitică exactă a atracţiei, el a redus chestiunea mişcărilor cereşti la o simplă problemă de calcul şi astfel a făcut posibilă precizia extremă cu care se cunosc fenomenele astronomice până în epoci foarte îndepărtate, în trecut sau în viitor.

Fenomenul vieţii este astăzi tot atât de puţin cunoscut ca şi constituirea sistemului solar, acum trei secole, şi a electricităţii, acum patruzeci de ani. Constatăm multe fenomene de mişcare, voinţă, inteligenţă la animale, de asimilaţie la toate fiinţele vii, dar nu ştim care este forţa care produce toate aceste fenomene, la fel cum nu se ştia că atracţia universală proporţională cu pătratul distanţei produce mişcările cereşti şi că o mişcare ondulatorie produce fenomenele electrice. Cunoaşterea vieţii este încă şi mai puţin avansată, căci înainte de Newton aveam legile lui Kepler, înaintea lui Hertz pe cele ale lui Ohm, care într-o anumită măsură dădeau expresii precise pentru anumite fenomene astronomice şi electrice,

în timp ce în domeniul fenomenelor vieții nu avem nimic asemănător. Nu dispunem decât de o masă de fapte din care nu se degajă nicio lege precisă.

Vom putea oare să emitem cel puțin o ipoteză oarecare asupra acestei probleme arzătoare? Dacă se consideră că, din cele două forme de manifestare a vieții, fenomenele psihologice ne sunt aproape în întregime necunoscute, în ceea ce privește mecanismul lor, se pare că nu a sosit încă momentul să se formuleze o ipoteză, cel mult am putea face unele supoziții.

Remarcăm, în primul rând, că lumina, căldura și electricitatea sunt forme diverse ale mișcării ondulatorii a eterului. Nu se știe încă nimic despre cauza care produce atracția universală, dar o ipoteză mai veche o considera ca rezultat al modului inegal în care ondulațiile de eter acționează asupra diverselor fețe ale unei mase materiale în prezența altei mase materiale; și aceasta ar fi deci efectul mișcării ondulatorii a eterului.

Viața și-ar avea oare și ea originea în aceeași mișcare ondulatorie? Acum zece ani o atare supoziție ar fi fost în întregime lipsită de consistență. Dar descoperirea radiului și a proprietăților sale a deschis pentru știință orizonturi noi și atât de vaste încât este permis să avem speranțe acolo unde altădată nu se întrevedea nimic.

Radiul emite particule materiale infinit de mici cu o viteză care este comparabilă cu cea a luminii; în urma acestei emisiuni, masa radiului scade astfel încât un gram din acest metal dispare în întregime într-un timp ce se evaluează la o mie de ani; altfel spus, radiul *se dematerializează* sau materia care îl compune *se disociază.* Această disociere a materiei are loc simultan cu o producere colosală de energie. Curie evalua la 100 calorii grame/oră căldura degajată de un gram de radiu, ceea ce în o mie de ani, durata vieții acestei cantități de metal, ar însemna 876 milioane de calorii.

În momentul descoperirii radiului, această proprietate a materiei nu era încă bănuită. De atunci s-a recunoscut că radiul nu este singurul care o posedă, ci și multe alte metale; sunt savanți care cred că ea este o proprietate generală a materiei, dar în grade diferite, astfel încât devine aproape insesizabilă în cele mai multe cazuri.

S-a mai constatat că disocierea metalelor radioactive este însoțită de fenomene luminoase, calorice și electrice.

De aici nu mai este de făcut decât un pas până la a presupune că lumina, căldura și electricitatea nu ar fi decât rezultatul unei mișcări ondulatorii a eterului, produse prin disocierea materiei.

Dacă toate aceste deducții sunt exacte, ne putem întreba dacă viața nu ar fi și ea efectul unei mișcări ondulatorii a eterului, produse de disocierea materiei organice și în special a materiei nervoase.

Fără îndoială această idee este mai puțin decât o ipoteză, este o simplă supoziție din moment ce ea nu se sprijină decât pe analogii și pe un foarte mic

număr de fapte observate, neîndoielnice; totuşi, asemenea fapte nu ne lipsesc în întregime. Astfel sunt anumite cazuri bine stabilite de telepatie, care fără voie ne fac să ne gândim la propagarea undelor hertziene prin telegrafia fără fir. La fel este şi producerea slabului curent electric care însoţeşte contracţia unui muşchi. În sfârşit, la fel este şi cazul peştelui-torpilă, o adevărată butelie de Leyda, la care producerea organică de electricitate dovedeşte într-o manieră evidentă corelaţia ce există între viaţă şi electricitate; şi chiar dacă se admit vederile lui Brunhes asupra degradării energiei, ea dovedeşte în acelaşi timp că viaţa ar fi datorată unei specii de energie superioare a cărei manifestare este electricitatea; căci, după Brunhes, transformarea energiei nu s-ar face decât prin trecerea unei forme superioare într-o formă inferioară.

Mai este un argument care ne ajută să dăm mai multă consistenţă acestei presupoziţii. Este sigur că viaţa nu exista, că ea nu putea să existe în epoca în care Pământul nu era decât o masă vâscoasă la o temperatură extrem de ridicată. Ea nu a putut exista decât după răcirea ei. Deci, dacă se admite că forţa nu poate să se creeze din nimic, trebuie să admitem de asemenea că forţa care a produs viaţa nu a putut fi decât o rezultantă a forţelor ce acţionau în acel moment. Or, toate aceste forţe – chiar atracţia universală, după explicaţia menţionată mai sus – dau naştere unor mişcări ondulatorii. Există o raţiune pentru presupunerea că forţa vitală, rezultanta lor, trebuie să fie manifestarea unei mişcări ondulatorii.

E uşor de văzut ce importanţă ar putea avea pentru explicarea fenomenelor de viaţă în general şi a celor care interesează cercetarea noastră în mod special, această explicaţie asupra cauzei care produce viaţă, dacă ea ar fi demonstrată într-o manieră satisfăcătoare. Se pare că anumite cercetări experimentale asupra acestei chestiuni nu ar fi cu totul imposibile, cel puţin din punct de vedere teoretic.

Ne putem gândi, în primul rând, la interferenţă.

Se ştie că dacă două vibraţii se propagă de-a lungul aceleiaşi linii drepte şi dacă lungimile lor de undă sunt egale, intensităţile se adaugă, dacă ele coincid; ele se anulează complet, dacă una dintre vibraţii se află în întârziere faţă de celelalte cu o jumătate de lungime de undă.

Dacă lungimea de undă nu este aceeaşi pentru cele două vibraţii, fenomenul este mai complicat şi devine complet insesizabil dacă diferenţa între lungimile de undă devine prea mare. Astfel, vibraţiile foarte scurte ale razelor luminoase, a căror lungime de undă nu depăşeşte câteva zeci de miimi de milimetri, nu pot avea influenţe sensibile asupra celor ale electricităţii pentru care aceeaşi lungime poate atinge mai mulţi metri.

Cu toate acestea, fenomenul mai poate deveni sensibil dacă lungimile de undă sunt de acelaşi ordin de mărime şi dacă ele se află într-un raport foarte simplu.

Dacă, prin urmare, viaţa se datorează, în mod real, unei mişcări ondulatorii, dacă lungimea de undă a acestei mişcări este de acelaşi ordin de mărime cu cea a luminii sau cu cea a electricităţii şi dacă raportul între aceste lungimi de undă este foarte simplu, aceste mişcări vor putea interfera între ele.

Condițiile sunt prea numeroase pentru a fi ușor realizabile, dar ceea ce va fi mai ales dificil de realizat este de a face perfect paralele o rază luminoasă și o rază de mișcare vitală, mișcare al cărei mod de propagare este în întregime necunoscut.

Ne putem gândi la o specie de coheror de genul celei care, acționând sub efectul undelor herțiene, a făcut posibilă invenția telegrafiei fără fir.

În sfârșit, Maxwell și Bartoli au demonstrat, fiecare separat, că lumina exercită o presiune pe suprafața asupra căreia cade; Lordul Rayleigh a demonstrat că această proprietate aparține oricărei mișcări ondulatorii; iar Lebedev a reușit, prin experiențe de o precizie extremă, să stabilească valoarea acestei presiuni, care pentru lumina Soarelui la maximul său pe Pământ este de 0,25 miligrame pe metru pătrat, exact aceea la care ajunsese Maxwell, cu 37 de ani înainte, pe cale teoretică.

Dacă viața este consecința unei mișcări ondulatorii, ar trebui ca această mișcare să fie și ea capabilă să producă o presiune pe o suprafață dată.

Din nefericire, forțele cu care ar trebui realizată această experiență sunt atât de mici încât este greu să sperăm că ele vor putea da rezultate apreciabile cu mijloacele noastre actuale. Pentru a ne da seama de această dificultate, este suficient să ne gândim că un centru de acțiune atât de puternic ca Soarele nu poate produce decât o presiune de un sfert de miligram pe metru pătrat; ce presiune ar putea produce forța vitală a unui animal, oricât de puternic ar fi el?

Cu toate acestea, merită să reflectăm asupra problemei și ne este îngăduit să sperăm că ingeniozitatea savanților va ști să-i dea un răspuns.

6. Acțiunea individului în mișcarea socială

Cum mișcarea socială nu se datorează numai cauzelor exterioare corpului social considerat, ci și acțiunilor reciproce ale indivizilor ce o compun, este necesar să ne ocupăm de aceste din urmă acțiuni.

Un individ reacționează întotdeauna asupra celorlalți indivizi care compun corpul social din care face parte. El ocupă un loc pe care l-ar putea ocupa un altul, dacă primul nu ar exista; el opune deci o rezistență mai mult sau mai puțin aparentă față de tendința pe care alți indivizi ar avea-o de a pune stăpânire pe acest loc. Pentru a trăi, el atrage asupra lui o parte din forțele ce acționează asupra corpului social sau ce se exercită între elementele sale. Aceste acțiuni diverse nu se comportă altfel decât acelea pe care matematicianul le constată între diversele puncte materiale ce compun un sistem material oarecare.

Acțiunea unui individ în masa socială se face simțită în jurul lui la o distanță mai mică sau mai mare, adică se exercită asupra unui număr de alți indivizi. Întinderea acțiunii caracterizează *personalitatea* mai puternică sau mai slabă a individului sau ceea ce vom numi *factorul* său *personal.*

Acest factor este complex, căci el depinde de multe elemente; gradul de avuție sau sărăcie a individului, relațiile sale personale, inteligența sa, gradul său de instrucție, forța voinței sale contribuie toate la determinarea factorului personal, fiindcă fiecare din aceste elemente – precum și altele – pot influența asupra măririi sau restrângerii cercului de acțiune al individului, precum și asupra intensității acestei acțiuni.

Dacă am încerca să dăm o expresie analitică factorului personal, ar trebui să-l reprezentăm ca o funcție a acestor elemente

$$p = f(a, b, c, d, ...),$$

iar problema nu ar fi deloc ușoară; ea va fi însă cu mult simplificată, dacă vom scrie această ecuație sub forma:

$$p = f_1(a) + f_2(b) + f_3(c) + ...,$$

ceea ce duce la concluzia că se face abstracție în prima aproximare de acțiunile reciproce ale elementelor *a, b, c,...* Va trebui să vedem până la ce punct este admisibilă această ipoteză.

Voința, în mod general, trebuie considerată elementul principal al factorului personal. Într-adevăr, inteligența, gradul de instrucție sunt calități pe care individul le poate avea fără ca ele să-i determine prin ele însele acțiunea în afară. Au existat mari eruditi dotați cu o inteligență superioară care, trăind retrași, au trecut prin viața socială fără a lăsa urme și fără a fi exercitat în jurul lor o influență importantă. Nu același lucru se întâmplă în cazul voinței, facultate esențial activă al cărei nume nu mai are vreo semnificație, dacă nu se exercită în afară; or, ea nu poate să se exercite decât învingând anumite obstacole ce pot fi obstacole naturale sau voința altor indivizi; tocmai din această luptă rezultă acțiunea pe care individul o exercită în societate.

Dacă voința este puternică și luminată de o inteligență superioară, care se sprijină pe o instrucție solidă, factorul personal al individului se augmentează. În acest fel, oameni lipsiți de avuție și de alte mijloace exterioare de acțiune au putut exercita o mare influență asupra mersului evenimentelor. Grație acestor calități, un mic locotenent de artilerie, fiul unei familii sărace dintr-o insulă necunoscută și în acea epocă aproape barbară a putut să domine un timp anumit evenimentele și să exercite o influență cu nimic comparabilă asupra desfășurării istoriei, în spațiu și în timp. Tot datorită voinței sale de fier și inteligenței, Ignațiu de Loyola, mic nobil necunoscut, dintr-o provincie neînsemnată a Spaniei, a putut constitui acea grupare a lui Iisus, care, de la început, a exercitat o foarte puternică influență asupra bisericii și prin aceasta asupra societății catolice în general. Se pot judeca în chip diferit acțiunile acestor oameni, dar nu este locul s-o facem aici.

Dar nu trebuie să credem că importanța locului pe care un individ îl ocupă în dezvoltarea vieții sociale se măsoară numai prin mărimea factorului său personal.

Dimpotrivă, împrejurările mediului înconjurător pot determina schimbarea considerabilă a acțiunii acestor factori. Același lucru se petrece în sistemele materiale în care efectele forțelor produse de un punct material pot fi mărite sau anulate, în întregime sau în parte, prin efectul altor forțe. Se spune, adeseori, că, cu cincizeci de ani mai devreme, Napoleon ar fi devenit cel mult un bun locotenent-colonel. Dimpotrivă, istoria furnizează numeroase exemple de indivizi al căror factor personal era puțin important, dar care, împinși și favorizați de împrejurări, au reușit aibă o situație remarcabilă, chiar și numai trecătoare, în viața socială. Alteori, chiar importanța istorică a unui individ ține în mod precis de lipsa sa de personalitate. Dacă, în loc de a fi fost omul insignifiant pe care-l știm, Ludovic al XVI-lea ar fi avut o personalitate comparabilă cu cea a lui Napoleon, de exemplu, este foarte probabil că proclamarea drepturilor omului, cu toate consecințele sale, ar fi întârziat cine știe cât timp. Dacă Ion fără de Țară ar fi avut energia necesară pentru a domina evenimentele în loc să se lase dominat de ele, câte libertăți engleze, care au avut o atât de puternică influență asupra dezvoltării tuturor societăților moderne, nu ar fi suferit întârzieri și restricții?

Toate aceste observații nu fac decât să confirme analogia care există între alcătuirea corpului social, așa cum am prezentat-o în capitolul III, și cea a corpurilor materiale, așa cum este prezentată în mecanica rațională.

* * *

Voința, element principal al factorului personal, nu depinde numai de raționamentul pur; însă ea nu este nici în întregime liberă; în primul caz, luarea deciziei ar fi întotdeauna impusă de evenimente și rareori, numai în cazurile în care, situația ar comporta mai multe soluții la fel de posibile, s-ar oferi putința alegerii libere. În al doilea caz, actul de voință ar fi actul unui descreierat; nu este cazul să ne preocupăm de aceasta.

În luptă cu dificultățile, omul se poate mulțumi să caute, prin simpla forță a raționamentului, soluția pe care problema o comportă. Dacă această soluție este unică și este acceptată ca atare, omul nu face un act de voință, ci pur și simplu un act rațional. Dacă problema comportă mai multe soluții egal posibile, omul alege una; el face atunci un act de voință; el pune în balanță un factor nou, voința sa, ceea ce face să înceteze posibilitatea egală a soluțiilor găsite, în favoarea uneia dintre ele, devenind atunci singura posibilă.

Dar, în general, omul nu se mulțumește cu acest rol limitat; chiar în cazurile în care nu există decât o singură soluție, el face să intervină voința sa. O face pentru că, prin introducerea acestui factor nou, pretinde să modifice condițiile problemei. Deseori, își aduce soluția gata pregătită pe care vrea să o impună. Problema se inversează atunci, căci în loc de a căuta prin deliberare care este soluția firească în condițiile în care problema a fost pusă, trebuie să se caute, dimpotrivă, care este forța socială ce trebuie introdusă pentru ca soluția impusă de om să

devină singura posibilă. Dacă această cercetare nu este făcută, sau dacă ea este prost făcută, riscăm să întreprindem un lucru deasupra forțelor noastre și să ajungem la un rezultat cu totul diferit de cel urmărit.

Teoretic, această căutare nu este imposibilă, dar ea depinde în primul rând de determinarea precisă a forțelor sociale, astfel încât să poată fi introduse în formule cu expresiile lor analitice. Atâta timp cât această determinare nu va fi făcută trebuie să aplicăm ceea ce inginerii numesc un *coeficient de siguranță,* ca să fim siguri de realizarea rezultatului pe care-l avem în vedere.

Ajungem astfel la concluzia că, în căutarea unei soluții, libertatea de voință este limitată de rațiune. Ea mai este supusă și altor obstacole, căci se știe că formarea voinței într-un caz determinat depinde și de împrejurările exterioare, de starea psihică și fiziologică a individului, deci de starea sistemului său nervos și a inimii. Toată lumea poate observa că în deciziile luate de un cardiac se reflectă boala sa. Ele sunt precipitate și impregnate de violență, în timp ce una din primele condiții ale deciziilor curajoase este ca inima să fie întru totul sănătoasă și viguroasă. Un om cu o inimă bolnavă va putea comite acte de curaj nebunesc, dar nu va fi un erou. Un individ poate avea momente de scădere a voinței dacă organismul său trece printr-o criză care îi jenează sau îi slăbește mișcările inimii; și se știe că supărarea, durerea morală, nesiguranța au și ele același efect. Este o observație curentă pe care fiecare o poate face.

Se vede deci cât de complicată este problema determinării factorului personal.

7. Forța capitalului

Capitalul constituie o forță socială pe care nimeni nu o ignoră și căreia nimeni nu-i contestă puterea, căci toată lumea îi resimte efectele. Este o forță ce se manifestă într-o formă sau alta, peste tot și în toate timpurile, atât în societățile sălbatice, cât și în cele mai civilizate. Este o forță universală, care își are originea în instinctul cel mai obișnuit al oricărei specii vii, instinctul de conservare. De aceea, în viața socială, mobilurile de natură economică sunt cele care au cea mai mare influență. Cât de mare este forța de care dispun marii deținători de capitaluri... De ei depinde, în mare parte, repartiția bunăstării și a mizeriei. Cel bogat poate răspândi binele sau poate semăna mizeria în jurul său, însușindu-și sau confiscând mijloacele de existență ale unei mulțimi de oameni. Or, capitalul ar trebui să fie, prin esența sa, binefăcător; și dacă asemenea rezultate nu sunt posibile, aceasta se datorează existenței unor deficiențe de organizare.

Nu vom examina problema în generalitatea sa. Această discuție este purtată de savanți, pentru care ea a format obiectul unor preocupări constante. În ceea ce ne privește, observațiile simple pe care le-am putea prezenta nu vor avea suficientă autoritate pentru a prevala față de o stare de lucruri, care este tot atât de veche

ca societatea umană însăşi. Ne vom permite doar să insistăm asupra unui singur punct, care a atras deja atenţia, căci observaţia pe care o sugerăm se impune oricărei persoane oricât de puţin ar fi familiarizată cu discursul matematicii.

* * *

Capitalul este muncă acumulată; aceasta este definiţia şi justificarea sa. Trebuie să completăm această definiţie pentru a o pune mai bine în acord cu faptele: „Capitalul este muncă inteligentă acumulată". El poate fi comparat cu ştiinţa, care este şi ea inteligenţă acumulată. Dar există o diferenţă între ele: ştiinţa găseşte o sursă de alimentare de o bogăţie infinită în studiul naturii, în timp ce capitalul este limitat prin resursele pe care le poate oferi Pământul pe care îl locuim şi care sunt departe de a fi infinite. Astfel, am putut admite că fondul intelectual al umanităţii creşte în progresie geometrică. Această lege, aşa după cum am remarcat, va conduce, după un timp infinit de lung, la o valoare infinit de mare a acestui fond intelectual. Această consecinţă nu este deloc absurdă, dacă avem în vedere că masa de fapte ce pot cădea în raza cunoaşterii noastre este infinită. Ea este inadmisibilă dacă se consideră puterea de înţelegere a spiritului uman care nu poate fi concepută ca infinită. Dar, dacă se admite că raţia progresiei este destul de mică, legea ar putea conveni cu o aproximaţie suficientă, pentru o durată destul de lungă, cuprinzând mai multe secole.

Nu acelaşi lucru se întâmplă în cazul capitalului. Ipoteza că un capital considerat ca muncă acumulată ar putea creşte dincolo de orice limită este de două ori absurdă: în primul rând, pentru că resursele pe care Pământul le oferă sunt limitate şi nu se poate admite că s-ar putea forma un capital infinit cu resurse finite; şi, în sfârşit, pentru că forţa de muncă a omului, oricât de viguros şi inteligent ar fi el, este limitată.

Aşadar, dacă vom constata că organizarea noastră actuală admite creşterea capitalului la infinit şi mai departe că această creştere este atât de rapidă încât duce la imposibilitatea ca într-un timp foarte scurt şi cu totul insuficient de a permite o schimbare radicală în condiţiile economice ale producţiei muncii şi în dezvoltarea resurselor naturale, concluzia ce se impune este că legea care reglează creşterea capitalului este absurdă şi inadmisibilă.

Or, singurele două mijloace care permit creşterea foarte rapidă a capitalului sunt speculaţia şi legea dobânzii compuse. În ce priveşte munca, oricât de intensă şi inteligentă ar fi ea, nu suportă comparaţia.

Speculaţia este o operaţie pur intelectuală în care munca propriu-zisă nu intervine în niciun fel; noi înţelegem prin aceasta munca oferind noi produse sau care face să crească valoarea produselor deja existente. Speculaţia nu-şi realizează beneficiile decât prin jocul pur artificial al legii cererii şi ofertei. Spunem artificial, căci nici cererea, nici oferta nu pot varia decât în măsura în care cantitatea sau calitatea obiectului destinat vânzării variază; or nici calitatea, nici

cantitatea grâului, fierului, pielii nu pot varia în interval de 24 de ore în proporțiile în care speculația face să oscileze prețurile. Aceasta permite oamenilor abili să-și multiplice de sute de ori capitalul pe seama celor care sunt în afara combinațiilor lor; dar mijloacele întrebuințate care nu au nimic comun cu știința explică cum se poate ajunge în acest caz la rezultatul absurd al creșterii infinite a capitalului; aceasta se întâmplă deoarece capitalul acumulat în acest fel nu reprezintă muncă.

* * *

Legea dobânzii compuse este poate singura lege socială de oarecare importanță formulată într-o manieră atât de precisă încât ea poate fi exprimată prin ecuația:

$$B = A(1 + r)^t,$$

unde *A* este capitalul primitiv, *r* beneficiul unității de capital în unitatea de timp și *B* ceea ce devine valoarea capitalului *A* după timpul *t*.

Principiul acestei formule este echitabil pentru creditorul care are dreptul la o recompensă pentru serviciul prestat, împrumutându-și banii. Dar formula este absurdă căci dacă *B* crește împreună cu *t*, el crește atât de repede încât depășește curând orice limită admisibilă. Pentru a da o idee asupra acestui lucru, vom arăta că, după această formulă, o sumă de un franc plasată cu dobânzi compuse de 5%, acumulate după fiecare semestru timp de 1.346 de ani, va ajunge la o valoare egală cu cea a unei sfere masive de aur pur de un volum egal cu Pământul. La capătul a 2.000 de ani, o sferă în aur cu raza egală cu de două ori distanța de la Pământ la Soare nu ar mai fi suficientă pentru a plăti acest împrumut de un franc.

Ajunge să enunțăm asemenea rezultate pentru a arăta că, sub o aparență de echitate, s-a introdus în ecuația dobânzii compuse un anume principiu inadmisibil. Și într-adevăr această formulă nu dă decât un mijloc automat de a crește capitalul considerat ca simplă abstracție. Or, capitalul nu poate desconsidera legile vieții, fiindcă nici el nu este decât un produs al muncii și al inteligenței, ele însele manifestări ale vieții. Prima rațiune pentru care formula precedentă este absurdă constă în aceea că ea nu ține seama nici de limitele muncii, nici de cele ale inteligenței, nici de limitele resurselor; nu este decât o simplă formulă abstractă care nu reprezintă nimic real. Dar societățile umane nu sunt făcute pentru a satisface formule abstracte; iar când aceste formule nu sunt în acord cu adevăratul scop al oricărei societăți, acela de a asigura fiecăruia partea ce-i revine proporțional cu munca și inteligența sa, trebuie să se renunțe la ele fără ezitare.

A doua cauză pentru care formula dobânzii compuse conduce la rezultate absurde este că ea admite că beneficiul este proporțional cu capitalul și cu timpul. Dovadă că nu așa stau lucrurile este faptul că rata dobânzii variază permanent diminuându-se continuu. Dobânda legală era de cel puțin 12% în Antichitate, de

6% în timpurile lui Ludovic al XIV-lea. Suntem tulburați când ne gândim la greutățile pe care le-ar impune unei țări un împrumut pe termen de 60 de ani cu asemenea dobânzi, când se știe că un împrumut cu 5% multiplică de 20 de ori capitalul împrumutat în decursul acestui timp. Dacă rata dobânzii scade, aceasta se întâmplă pentru că valoarea banilor scade și ea; diminuarea e neîndoielnică și cauzele sale sunt bine cunoscute. Formula nu ar fi deci admisibilă decât pentru intervale de timp destul de scurte, pentru ca în această perioadă rata să nu varieze; or se știe cu ce rapiditate scade această rată. De asemenea, și țările care au realizat cândva împrumuturi pe termen lung sunt obligate să procedeze din vreme în vreme la conversiuni, pentru a ușura cât de cât sarcinile ce le strivesc, dar creditorii încearcă să se opună impunându-le pentru noile împrumuturi o clauză ce împiedică conversiunea cel puțin pentru un anumit timp.

Dacă principiul că orice serviciu făcut merită o recompensă este echitabil, nu este mai puțin echitabil să spunem că niciun serviciu prestat, oricât de mare ar fi el, nu poate pretinde o recompensă infinită. S-a înfierat cu numele de *cămătă* orice recompensă pentru bani împrumutați, care depășește o anumită limită. Creditorul care cere 20 de franci dobândă pentru 100 de franci împrumutați pe un an este pedepsit ca fiind cămătar; dar dacă același creditor pentru suma de 100 de franci pe care a împrumutat-o astăzi cere 1.934 franci după 60 de ani, se apreciază că acesta este dreptul său. Or, beneficiul pe care-l realizează atunci din banii săi este de 31 de franci, 67 centime pe an și, cu toate acestea, acest beneficiu nu mai este calificat drept cămătă.

Știm prea bine că pentru a justifica această flagrantă contradicție și absurditatea evidentă a formulei, se răspunde prin aceea că dobânzile se adaugă mereu capitalului împrumutat la început și produc noi dobânzi, în așa fel încât în cele din urmă nu mai avem de-a face cu cei 100 de franci de la început, ci cu acești 100 de franci la care se adaugă toate dobânzile corespunzătoare. Acest argument este înșelător, căci dacă se poate admite că cei 100 de franci împrumutați la început reprezentau fructul muncii și inteligenței creditorului, nu mai este același lucru pentru cei 5 franci pe care acești 100 de franci i-au produs în timpul primului an. Acești 5 franci sunt produsul nu numai al forței acumulate în cei 100 de franci, dar și ai muncii și inteligenței debitorului. Dacă acești 5 franci produc un beneficiu, în anul următor este just ca acest beneficiu să aparțină debitorului cel puțin în bună parte; iar partea care ar trebui să-i revină debitorului, trebuie să crească continuu de-a lungul următorilor ani, căci munca și inteligența sa se acumulează continuu, în timp ce munca și inteligența pe care creditorul le-a depus pentru a forma acești 100 de franci rămâne aceeași pe tot timpul împrumutului.

Aceste considerații permit să se stabilească o formulă ce ține seama într-un mod echitabil de drepturile debitorului ca și de cele ale creditorului.

Să presupunem că un franc ar constitui capitalul întrebuințat și r dobânda acestui capital la sfârșitul primului an.

În cel de al doilea an vom avea de considerat două capitaluri juxtapuse: capitalul de un franc, datorat exclusiv muncii şi inteligenţei creditorului, şi capitalul *r* a cărui existenţă este datorată în parte capitalului primitiv şi în parte muncii şi inteligenţei debitorului. Dobânda produsă de primul trebuie deci să aparţină în întregime creditorului, cea produsă de al doilea trebuie să revină debitorului, măcar parţial.

Pe de altă parte, trebuie să se ţină seama că rata dobânzii scade gradual, ceea ce face ca, dacă în primul an rata a fost de *r* la 1, în al doilea an va trebui să fie de *ar* la 1, *a* fiind un coeficient pozitiv mai mic decât 1. În al doilea an rata va fi de a^2r ş.a.m.d.

Continuând astfel calculul, din aproape în aproape, s-ar putea stabili o formulă generală care să dea valoarea capitalului sporit prin dobânzile ce aparţin creditorului, după ce am ţinut seama şi de diminuarea graduală a ratei dobânzii şi de partea dobânzilor ce trebuie să revină debitorului ca plată a muncii şi inteligenţei sale în fructificarea capitalului. Această formulă va fi destul de complicată.

O altă formulă, urmărind acelaşi scop, poate fi mai repede stabilită, pe o cale diferită.

Capitalul total care există în lume, la un moment dat, este susceptibil de creştere: modul de a lucra pământul se perfecţionează continuu, se redau noi terenuri agriculturii, se descoperă noi mine, industria face să crească valoarea unei cantităţi din ce în ce mai mari de materie primă, ţările nou descoperite aruncă în consum produsele lor, marile invenţii pun fără încetare noi forţe la dispoziţia omului. Şi, cu toate acestea, există o limită ce nu va putea fi depăşită: limita impusă de întinderea globului pe care-l locuim, prin bogăţia sa în minerale şi forţa sa de producţie, la fel ca şi prin nevoile omului, deloc infinite.

Să presupunem că se cunoştea valoarea actuală *A* a întregului capital de pe Pământ, valoarea maximă *B* pe care acest capital ar putea s-o atingă, la fel ca şi momentul *t* în care acest eveniment ar avea loc. Formula dobânzii compuse

$$B = A(1 + r)^t$$

va da rata *r* a creşterii medii a capitalului general în această ipoteză. Chiar dacă s-ar aplica această rată, formula nu ar fi adevărată decât până la momentul *t*, căci acest moment odată atins capitalul nu ar mai avea posibilitatea de a creşte ş.a.m.d.

Valoarea lui *r* găsită astfel va fi desigur mult inferioară ratei obişnuite a banilor de astăzi. Pentru a ne forma o imagine vom face următoare presupunere: capitalul total actual ar fi susceptibil de a creşte până la o valoare de 1.000 de ori mai mare, ceea ce pare excesiv şi, cu toate acestea, valoarea ar putea fi atinsă numai într-o mie de ani, ceea ce, evident, nu este suficient. În pofida acestor două ipoteze care, ambele, tind să facă să crească valoarea lui *r*, această valoare va fi abia de 7‰ pe an.

La prima vedere, ar părea just ca rata banilor să nu depăşească valoarea astfel găsită; căci altfel vom recădea în pericolul ca formulele să ne ducă la o

valoare a capitalului total mai mare decât maximul posibil. Şi, cu toate acestea, nu putem să ne gândim la o asemenea soluţie. În primul rând, pentru că o măsură atât de radicală impusă fără nicio tranziţie ar provoca o asemenea tulburare în relaţiile economice mondiale, încât ar echivala cu un dezastru enorm; în sfârşit, pentru că o scădere atât de bruscă a ratei dobânzii nu ar fi justă. Într-adevăr, această rată trebuie să fie în raport cu posibilitatea de a produce capitalul. Or, această posibilitate variază de la un moment la altul. Ea a fost foarte mare în secolul trecut, după descoperirea maşinii cu aburi, a căilor ferate, a telegrafului, a minelor de aur din California şi Australia; ea va scădea gradual pe măsură ce forţele de producţie ale Pământului şi celelalte elemente ce concură la fructificarea capitalului se vor apropia de limită. Rata banilor trebuie să urmeze aceste variaţii.

Formula dobânzii trebuie să îndeplinească aceste două condiţii: rata trebuie să fie variabila şi să scadă proporţional cu timpul considerat; valoarea capitalului dată de formulă nu trebuie să depăşească o anumită valoare prestabilită, chiar dacă timpul devine foarte mare.

Aceste două condiţii sunt satisfăcute de formula

$$B = A(1 + r/t)^t,$$

care nu diferă de formula cunoscută a dobânzii compuse decât prin înlocuirea lui r prin r/t. Într-adevăr, se vede că în această formulă rata este cu atât mai mică cu cât t este mai mare; aceasta este prima condiţie. Se demonstrează, apoi matematic că al doilea membru al acestei ecuaţii creşte continuu cu t; cu toate acestea, valoarea nu depăşeşte orice limită, căci atunci când t devine infinit, valoarea celui de al doilea membru devine

$$Ae^r,$$

unde e este un număr constant incomensurabil pe care-l putem calcula cu aproximarea dorită. Valoarea sa apropiată este 2,7182818. Formula precedentă, odată adoptată, dă valoarea lui r pentru valorile date ale lui t şi ale raportului B/A.

Să ne propunem, de exemplu, problema următoare: să găsim rata la care trebuie făcut un împrumut cu condiţia ca, în decurs de o sută de ani, capitalul să crească de cinci ori.

Avem:

$$B/A = 5, \quad t = 100,$$

şi formula ne dă:

$$r = 1{,}6232.$$

* * *

Discuția precedentă va ridica numeroase obiecții. Ar trebui să ne surprindă contrariul, căci nu te poți atinge nepedepsit de obiceiuri atât de vechi și de profund înrădăcinate încât sfidează însăși rațiunea. Dar cifrele au și ele forța și elocvența lor.

Incontestabil capitalul reprezintă o forță socială de prim rang, fără de care punerea în valoare a altor forțe sociale ar deveni dificilă sau chiar pe de-a-ntregul imposibilă. Toate atacurile îndreptate împotriva existenței capitalului sunt contrare evidenței și bunului-simț și este de neconceput ca partizanii muncii să ceară distrugerea capitalului, care reprezintă și el muncă și inteligență acumulată.

Dar, pe de altă parte, nu se poate contesta că, în ceea ce privește formarea capitalului, societatea modernă este sclava unei formule abstracte care, stabilită cândva pentru intervale de timp foarte scurte – împrumuturile pe termen lung nu erau în obiceiurile anticilor – a fost extinsă, printr-o extrapolare forțată și contra naturii lucrurilor, la intervale de timp foarte lungi.

Creșterea excesivă a dobânzilor capitalului este dușmanul liberei dezvoltări a muncii; căci bogăția nu poate avea o creștere atât de rapidă cum este creșterea convențională a dobânzilor, iar diferența nu poate fi acoperită decât în dauna muncii. Astfel, un stat împrumută 100 de milioane și efectuează lucrări de utilitate publică pentru această sumă. Dar se obligă în același timp să ramburseze în 60 de ani o sumă de 317 milioane. Dacă produsul ameliorărilor realizate cu cele 100 de milioane nu se ridică la 217 milioane, diferența nu poate fi acoperită decât prin impozite pe care populația le plătește prin munca sa. Dacă serviciile prestate de capital sunt plătite mai scump decât valorează ele, capitalul poate deveni dăunător pentru muncă, în loc de a-i veni în ajutor.

Un alt pericol al organizării actuale este acumularea excesivă a capitalului în mâini puține. Întrucât capitalul este un element indispensabil al prosperității și cum toți oamenii au dreptul să aspire la această prosperitate, trebuie să fie accesibil tuturor în mod egal, în raport cu munca și inteligența lor. Acest drept este de același ordin ca dreptul pe care fiecare îl are de a putea să-și procure totdeauna pâinea pentru a se hrăni, lâna pentru a se îmbrăca și locuința pentru a se adăposti. Cel sau cei care ar încerca să acapareze pâinea, lâna sau locuințele ar acționa împotriva interesului general și există legi, iar acolo unde nu există trebuie tăcute, pentru a împiedica, sub sancțiunea pedepsei, astfel de tentative.

Același lucru, și în cazul capitalului. Trebuie să se împiedice acapararea sa, iar legile ce s-ar da în acest scop ar fi tot atât de necesare și de justificate ca și cele care ar împiedica acapararea pâinii. Nu li s-ar putea opune libertatea tranzacțiilor. Orice lege reprezintă o limitare a libertății; este vorba numai de a nu pronunța această limitare decât cu bună știință și numai în măsura exactă a necesităților. Anumite coduri civile conțin deja dispoziții după care dobânzile simple ale unui

capital, prin acumulare, nu pot depăși o anumită limită. De ce o lege analoagă nu ar putea impune o limită, oricât de permisivă, și creșterii capitalului? De ce protecția legii nu ar trebui să fie retrasă operațiilor de speculație care nu contribuie cu nimic la creșterea forței de producție a capitalului și care nu sunt decât mijloace artificiale de a produce acumularea bogăției în afara legii?

Dacă se menține organizarea socială actuală, se poate calcula aproape matematic ziua în care tot capitalul pământului ar fi reunit în mâinile câtorva. Din fericire, există și împrejurări ce se opun în mod natural acestui proces, așa cum într-un organism sănătos acționează la nivelul individului forțe care îl apără împotriva invaziei organismelor dăunătoare. Dar eficacitatea acestor condiții favorabile scade în fiecare zi. Dovada este cifra fantastică la care au ajuns câteva averi din zilele noastre, ceea ce ar fi fost absolut imposibil acum câteva zeci de ani. Dacă vreodată va sosi ziua în care acest fenomen va pune oamenii în fața alternativei, fie de a muri de foame din respect pentru formulele stabilite, fie de a se debarasa energic de ele, ei nu vor ezita niciun moment asupra a ceea ce au de făcut.

O țară este cu atât mai bogată cu cât avuția publică este repartizată unui număr mai mare de oameni. Nimic nu dă o impresie de mizerie atât de mare ca existența unui mic număr de oameni foarte bogați planând deasupra unei mase de săraci. Imperiul Roman a sucombat mai degrabă de mizerie decât în urma loviturilor date de barbari; provinciile erau sărăcite, ogoarele părăginite, monumentele în ruină, industria și comerțul reunite în mâinile sclavilor câtorva case bogate; și în tot acest timp se formau avuții colosale; prin ce mijloace și în ce măsură contribuiau ele la realizarea binelui general ne-o spune îndeajuns poemul lui Trimalcion.

Fie ca Dumnezeul Bunului Simț să scape de o asemenea soartă societățile moderne!

8. Considerații generale

Studiul forțelor sociale și a modului lor de acțiune constituie partea cea mai însemnată a științei sociale și nu este scopul acestei lucrări de a se preocupa mai îndeaproape de ele. Ceea ce am spus a avut drept obiectiv principal de a da o idee asupra aspectului sub care se va prezenta acest studiu privit prin prisma punctului de vedere pe care ne-am situat. De aceea, nu vom insista mai mult și nu ne vom opri asupra anumitor forțe sociale de prim ordin, cum sunt religia, și multe altele.

Pentru a încheia acest capitol vom prezenta câteva observații generale asupra celor expuse mai înainte.

În general, cuvântul *forță* trezește în minte ideea unei acțiuni mai mult sau mai puțin direct sensibile. Noi înțelegem prin aceasta forțele materiale, cele ce produc mișcarea materiei, precum și forțele sociale, așa cum le-am definit. Și cu toate acestea, în cele mai multe cazuri, nu așa stau lucrurile.

Să luăm de exemplu atracția, cea mai bine cunoscută dintre toate forțele naturii, cea care regizează universul întreg și în același timp cea a cărei acțiune se manifestă prin efectele cele mai puternice, pentru că face să se miște corpuri imense cu viteze ce depășesc închipuirea. Totuși, intensitatea atracției exercitată între două mase de câte 1 kg fiecare, plasate la distanță de un metru una de cealaltă, este de-abia la 7 milionimi de miligram; această cifră este cel puțin de o mie de ori mai mică decât cea mai mică greutate pe care o pot deosebi aparatele noastre de cântărire cele mai sensibile.

Am spus, de asemenea, că se evaluează de-abia la un sfert de miligram pe metru pătrat forța presiunii luminii solare asupra Pământului; cu toate acestea, această forță atât de mică este aceea care reprezintă foarte probabil cauza unui fenomen considerabil, acela al cozii cometelor și poate și a altor fenomene încă neexplicate.

Urcarea sevei în vasele organismelor vegetale este datorată capilarității și vidului produs în acestea prin evaporarea din frunze. Aceste forțe sunt desigur atât de mici încât nu ar putea fi exprimate decât prin fracțiuni infinitezimale ale unui miligram pentru fiecare vegetală; cu toate acestea, ele sunt cele ce dau naștere fenomenului vegetației; fără ele viața ar dispărea în întregime de pe suprafața pământului.

Aceste exemple pot fi multiplicate: forța ce transportă semnalele telegrafice de-a lungul unui fir metalic de o lungime de mai multe mii de kilometri, cea care face să vibreze placa telefonului sau corzile vocale ale unui orator, cea care este suficientă pentru a excita nervul ce contractă mușchii, cea care prin variația pe care o imprimă fluxului sanguin purtat către cap este probabil cauza producerii gândirii unui om de geniu, toate sunt forțe care dacă ar putea fi exprimate prin numere, prin micimea lor, ar sfida imaginația cea mai puternică.

În toate aceste exemple, cu toată micimea forței întrebuințate, efectul poate fi considerabil, fie el pur mecanic ca în primele, fie de natură socială ca în ultimele, căci forța mecanică infinitezimală care a permis unui orator să pronunțe un discurs sau care a transmis o anumită telegramă poate dezlănțui evenimente cu urmări incalculabile.

Această constatare lasă să se vadă că amploarea efectului unei forțe mecanice sau sociale nu este în raport numai cu mărimea forței, ci depinde și de alte împrejurări.

Conform demonstrației, cantitatea de mișcare dezvoltată de o forță asupra unei mase date este cu atât mai mare cu cât ea acționează într-un timp mai îndelungat. Rezultă că o forță mică ce acționează mult timp poate da naștere unei cantități de mișcare tot atât de mare ca o forță considerabilă, într-un timp foarte scurt.

Dar forțele mici pot avea efecte importante și într-un alt mod.

Să luăm un corp greu așezat pe o masă orizontală perfect lustruită. Acest corp va rămâne imobil atâta timp cât nu va fi supus la alte forțe decât greutatea sa și rezistența mesei care îl împiedică să cadă.

Dar să aplicăm asupra acestui corp o forță orizontală, oricât de mică; el se va pune în mișcare în sensul acestei forțe, căci masa fiind perfect lustruită, nu există frecare și, în consecință, nu există nicio cauză ce anulează efectul forței orizontale. Dacă această forță este foarte mică, mișcarea orizontală a corpului va fi foarte înceată. Cu toate acestea, există un moment în care corpul va ajunge la marginea mesei și atunci va cădea vertical, iar această cădere va putea da naștere unor efecte mecanice majore: ea poate sfărâma un obstacol, poate înfige un țăruș în pământ, poate declanșa mișcarea unei mașini cu abur cu mii de cai putere. Toate aceste efecte vor putea avea loc în foarte scurt timp, dacă corpul greu era așezat inițial foarte aproape de marginea mesei.

Iată deci un caz în care o forță foarte mică a putut conduce la efecte mari într-un timp foarte scurt. Se vede însă bine că în acest caz nu forța mică pe care am aplicat-o corpului greu este aceea care a produs acest efect puternic, ci greutatea corpului. Forța foarte mică nu a făcut decât să permită atracției terestre să-și exercite acțiunea, îndepărtând rezistența mesei care i se opunea; ea nu a făcut decât să *declanșeze* această atracție.

Fenomenele de declanșare a unor forțe mari de către altele mici se întâlnesc adeseori în mecanica corpurilor materiale și sunt probabil încă și mai frecvente în mecanica socială. Evenimente care la o primă examinare ar părea nefirești devin astfel perfect explicabile.

Istoria este plină de exemple de mișcări populare care au izbucnit brusc, ca niște adevărate explozii datorate cel mai adesea unor cauze în aparență nesemnificative. Revoluția de la Masaniello nu ar fi fost decât rezultatul supărării unei femei bătrâne care vindea smochine; căderea Burbonilor în Franța, al campaniei de presă împotriva ordonanțelor din iulie; cea a lui Iacob al II-lea din Anglia, insolenței și cruzimii unuia dintre consilierii săi. Dar, în realitate, în fiecare din aceste cazuri, adevărata forță care a acționat a fost cea a unui întreg popor a cărui energie nu aștepta decât o ocazie pentru a răsturna obstacolele ce se opuneau de mult expansiunii sale într-o anumită direcție. Printr-o comparație foarte justă, se spune că în aceste ocazii incidentul care a fost punctul de plecare al evenimentelor nu a fost decât „scânteia care a aprins pulberea".

Modul în care Japonia și-a făcut intrarea în lumea civilizată nu poate fi atribuit numai revoluției de la 1867 și inteligenței superioare a unor suverani și a câtorva miniștri care nu s-au temut să introducă în țara lor inovațiile civilizației occidentale. Acestea nu sunt decât incidente, grație cărora forțe imense de energie și inteligență ale poporului japonez au putut să se manifeste.

Acțiunea unui individ asupra mersului unei societăți ar trebui să fie întotdeauna aproape nulă căci, oricât de puternică ar fi personalitatea sa, este evident că ea va rămâne incapabilă să împingă numai prin propria sa forță o societate întreagă într-o anumită direcție. Dacă se întâmplă contrariul, dacă atâția indivizi au exercitat într-adevăr o influență adeseori decisivă asupra evenimentelor,

aceasta se întâmplă fiindcă, întotdeauna şi fără excepţie, aceşti indivizi, fie spontan, fie premeditat, au putut declanşa anumite forţe sociale sau le-au putut orienta într-o anumită direcţie. În mecanica socială, ca şi în mecanica raţională, nu este posibil să se creeze forţă, nici să se determine o forţă să producă un efect ce nu se află în raport cu mărimea sa şi cu timpul în decursul căruia acţionează.

Dacă Mahomed a putut să pună în mişcare lumea, aceasta se datorează faptului că doctrina sa, adaptată exact calităţilor şi defectelor poporului arab, a putut pune în mişcare forţele vii ale acestuia. Dacă aceasta s-ar fi adresat unui popor cu totul diferit, aşa cum sunt, de pildă, chinezii, ea ar fi dispărut de mult, fără urme.

Dacă vom încerca vreodată să facem pentru forţele sociale ceea ce s-a făcut pentru forţele fizice şi să stabilim şi pentru ele principiul echivalenţei forţelor, va trebui să ţinem seama de aceste observaţii şi să dăm locul cuvenit fiecăreia dintre forţele ce intră în joc în fiecare dintre cazuri.

Capitolul VII

Privire generală asupra civilizației

Opiniile pe care le-am expus în lucrare sugerează câteva reflecții asupra mersului civilizației, dintre care unele constituie confirmări ale teoriei; de aceea, credem că este necesar să ne oprim puțin asupra lor.

1. Caractere generale ale stării civilizate

Sensul atribuit cuvântului *civilizație* este foarte relativ. O anume societate e considerată civilizată în comparație cu alta; ea poate trece drept barbară în momentul în care se schimbă termenul de comparație. De aceea, ar fi dificil să se dea o definiție pentru starea de civilizație absolută. O asemenea stare, ca orice absolut, nu va fi niciodată realizabilă; și, chiar dacă ar fi, ea ar înceta să fie absolută prin însuși faptul de a fi fost atinsă, căci aspirațiile omului nu sunt limitate și, din momentul în care a atins binele, el caută ceva mai bun. Ca și fericirea, civilizația absolută este un scop care se îndepărtează mereu de cel ce-l urmărește.

Ostwald a dat această definiție: „Civilizația constă în arta de a se servi de energia brută a naturii“[1]. Este insuficientă, căci nu ia în considerare decât o singură latura a problemei. Ar rezulta că ciclopii moderni din Pittsburg ar fi mai civilizați decât florentinii din secolul al XVI-lea. Problema trebuie privită dintr-un pun de vedere general.

Am determinat starea socială a unei societăți prin starea sa economică, intelectuală și morală. Nu ar fi deci suficient să definim civilizația prin considerarea unei singure asemenea stări. Un popor oarecare va fi mai civilizat decât altul din punct de vedere moral, prin moravurile sale mai pure, mai blânde și mai stilate, dar i-ar putea fi inferior în ceea ce privește starea sa economică sau intelectuală.

---

1. Citat de B. Brunhes, *Degradarea energiei*, p. 196.

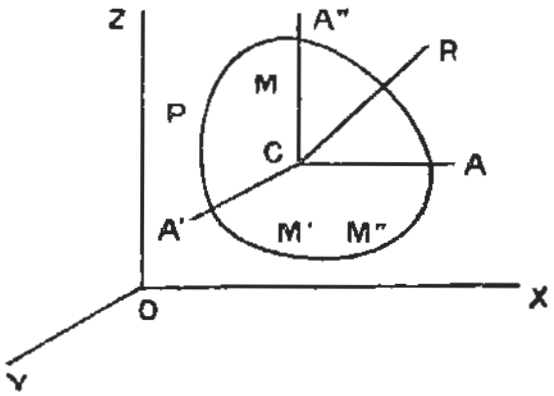


Fig. 31.

Se poate reprezenta prin vector fiecare dintre aceste stări economice, intelectuale și morale ale unui corp social.

Fie corpul *P* compus din elementele *M, M',...* coordonatele *x* ale acestor elemente fiind proporționale cu avuția economică a fiecăruia dintre ele. Dacă îi reprezentăm prin vectori paraleli la *OX* și egali cu aceste coordonate, și dacă se face compunerea acestor vectori, vom găsi un vector rezultant *CA* paralel cu *OX* și aplicat în centrul de greutate *C* al corpului. Se mai poate spune că vectorul reprezintă *ponderea economică* a corpului social.

Vom găsi de asemenea vectorii *CA'* și *CA",* de asemenea paraleli la *OY* și *OZ*, care vor reprezenta *ponderea intelectuală* și *ponderea morală* ale aceluiași corp.

Vectorul *CR,* rezultând din acești vectori și redus la unitatea de masă, reprezintă, prin mărimea și direcția sa, *starea de civilizație* a corpului social.

Vedem că pentru a compara starea de civilizație a două popoare trebuie să ținem seama de lungimea vectorilor, precum și de unghiurile α, β și γ pe care le fac cu axele de coordonate și care determină direcția acestor vectori.

Acestea fiind spuse, se poate defini *civilizația integrală* sau *completă* a unui corp social ca o stare în care vectorul rezultant face unghiuri egale cu axele de coordonate, ceea ce înseamnă că corpul social se bucură de o egală dezvoltare din punct de vedere economic, intelectual și moral. Într-adevăr, trebuie să considerăm drept starea cea mai de dorit a unei societăți aceea în care dezvoltarea sa are loc, în cele trei direcții, în modul cel mai armonios posibil.

O civilizație integrală este cu atât mai avansată cu cât vectorul sau rezultanta este mai mare. Dacă lungimea acestui vector ar fi fost susceptibilă de a atinge o valoare maximă, s-ar putea da numele de *civilizație absolută* civilizației integrale astfel definite. Dar nimic nu ne indică faptul că acest maxim ar exista; dimpotrivă, creșterea vectorului rezultant nu pare să fie limitată decât prin epuizarea energiei speciei umane. Nu este deci cazul să ne ocupăm de o civilizație absolută; dar putem aspira la dezvoltarea unei civilizații integrale și putem merge pe această cale oricât de departe.

* * *

Definiția precedentă nu este completă; ea nu ia în calcul decât ponderea totală economică, intelectuală și morală a societății considerate, ceea ce nu este suficient pentru a da adevărata măsură a ceea ce trebuie să înțelegem prin civilizația sa. Într-adevăr, nu ajunge ca suma bunăstării economice, intelectuale și morale a unei societăți să fie mare; mai este necesar ca ea să fie repartizată cât se poate de armonios în masa socială, căci este greu să numim bogată sau cultă o societate în care avuțiile colosale ale câtorva indivizi se ridică deasupra unei mulțimi de înfometați sau în care pătura subțire de intelectuali maschează și ascunde masa de jos care zace în ignoranță. Dacă vreun ideal trebuie urmărit, el trebuie căutat numai în această direcție; căci se poate concepe foarte bine o stare socială în care indivizii să-și aibă partea lor suficientă din toate foloasele civilizației; și, dacă atingerea unui asemenea ideal pare dificilă, este totuși permis să se facă mereu eforturi pentru a ne apropia de el, cât mai mult cu putință. Starea astfel definită reprezintă într-o oarecare măsură *civilizația interioară* în opoziție cu *civilizația exterioară*, reprezentată prin mărimea și direcția vectorului rezultant al ponderilor sociale ale masei considerate.

* * *

Este încă departe momentul în care se va cădea de acord asupra formei sociale care ar realiza în mod perfect starea de civilizație interioară. Se predică egalitatea absolută, dar ea este evident imposibil de realizat; mai mult, am demonstrat (capitolul IV, 9) chiar că, dacă ar exista, ea nu ar reprezenta, în general, o stare socială stabilă.

Nu este suficient să spunem că pentru ca o societate să fie perfect civilizată condiția este ca toți membrii săi să fie absolut fericiți. Cuvântul fericire este un termen vag, care nu desemnează decât o stare sufletească esențialmente variabilă nu numai de la un individ la altul, dar chiar și de la un moment la altul pentru același individ. Altădată, băștinașii Polineziei erau fericiți atâta timp cât adăpostul lor se afla în perfectă stare și proviziile de nuci de cocos erau asigurate; fericirea lor a încetat în ziua în care și-au dat seama că ar putea fi *mai fericiți,* posedând tutun sau rachiu.

Mai degrabă ar trebui să spunem că civilizația trebuie să aibă drept scop diminuarea sumei suferințelor societății umane. Suferința este ceva real și, din nefericire, mai stabil decât ceea ce se numește fericire. De când există, umanitatea nu a făcut decât să lupte într-un mod mai mult sau mai puțin conștient, dar fără încetare, pentru a micșora relele de pe urma cărora suferă și pentru a dobândi o parte mai mare din bucuriile vieții. Ea merită cu atât mai mult numele de civilizată cu cât reușește mai bine acest lucru. Orice eveniment care are drept efect creșterea sumei suferințelor sau chiar se opune scăderii sale, înseamnă o mișcare de reîntoarcere la barbarie.

Dar nu este suficient să se emită principii; de aceea sociologii şi oamenii de ştiinţă se străduiesc să definească din ce în ce mai clar obiectul eforturilor lor. Se ştie astăzi ceea ce niciodată nu ar fi trebuit să fie ignorat, anume că fiecare om are dreptul la un minimum de bunăstare care cuprinde: libertate şi securitate personală, hrană sănătoasă şi îndestulătoare, locuinţă igienică, îmbrăcăminte. Dacă aceste condiţii nu sunt împlinite, limita de suferinţă suportabilă riscă să fie depăşită, ceea ce creează pericolul unor comoţii care ameninţă existenţa corpului social şi care, în orice caz, reprezintă pentru el cauze ale pierderii de energie. De aceea, societăţile în care acest minim nu este asigurat sunt prost aşezate, prost echilibrate şi cu atât mai mult îndepărtate de starea de civilizaţie integrală.

2. Civilizaţiile trecute

Civilizaţia umană are origini foarte vechi. Sunt aproape 7.000 de ani de când Menes dăduse societăţii egiptene forma pe care a păstrat-o, în linii mari, aproape 35 de secole, iar Hammurabi, în regiunea Eufratului de jos, fusese legiuitor, aproape cam în aceeaşi epocă, cu câteva secole diferenţă.

Dar nu este corect să socotim vechimea civilizaţiei numai după data primilor legislatori cunoscuţi. Nu se poate admite că societăţile pentru care Menes şi Hammurabi dăduseră legi ar fi fost încă sălbatice, căci nu se parcurge fără tranziţie şi prin simpla putere a unei legislaţii numai de la starea sălbatică la o stare atât de avansată pe care o presupun înseşi aceste legi. Menes nu a putut decât să dea o organizare nouă şi mai bună, potrivită progreselor deja realizate în timpul său, unor elemente sociale care preexistau. Nu el este acela care a inventat religia egipteană, nici principiul proprietăţii, nici pe cel al familiei sau al autorităţii, căci, în timpurile primei dinastii, toate acestea existau deja. De altfel, ultimele cercetări, care pretind că au scos la lumină chiar mormântul lui Menes, au descoperit în acelaşi timp vestigii indiscutabile ale unor civilizaţii foarte vechi care au precedat cu multe secole civilizaţia egipteană şi se crede chiar, pe baza acestor urme, că rasa care i-a dat naştere şi-a luat elementele dintr-o altă civilizaţie încă mai veche, venind din Asia.

Aceste descoperiri nu trebuie să ne surprindă, căci observaţia şi raţionamentul sunt în acord în a dovedi că dezvoltarea civilizaţiei urmează un curs accelerat şi că este necesar un timp mai lung pentru a străbate primele etape decât următoarele. Dar civilizaţiei egiptene i-au fost necesare treizeci şi cinci de secole pentru ca, plecând din punctul în care se găsea ea în timpul lui Menes, să atingă culmea în timpurile celei de a 12-a dinastii şi să decadă apoi până la sfârşit; trebuie să admitem că au fost necesare sute de ani ca strămoşii sălbatici, care îşi disputau cu fiarele sălbatice hrana în pădurile şi deserturile Asiei, să fi ajuns la formarea societăţii relativ avansate, din care Menes a construit edificiul social egiptean.

Este indiscutabil că distanța este încă și mai mare între pitecantropi sau chiar omul primitiv de Neanderthal și primul om care a cunoscut zorile civilizației, decât dintre acesta și reprezentantul cel mai ilustru al civilizației contemporane.

După un drum atât de lung și atât de greu de parcurs, trebuie să ne întrebăm mai întâi dacă mersul umanității a fost continuu ascendent. Răspunsul este ușor de dat și este negativ. Civilizația speciei umane cuprinde un foarte mare număr de civilizații parțiale, care, toate, după ce au luat naștere în diverse centre, au evoluat separat și, după perioade de progres mai important sau mai modest, au cunoscut decadența și au sfârșit prin a dispărea sau a se pierde în lăuntrul altor civilizații.

Decadența sau dispariția unei civilizații nu antrenează după sine totdeauna distrugerea oricărui progres pe care îl realizase. Civilizația modernă își implântă rădăcinile în civilizațiile asiriene, elamite, babiloniene și egiptene, dispărute de foarte mult timp, precum și în cea a grecilor care au cules și au sporit zestrea Orientului pentru a o transmite romanilor, care, la rândul lor, ne-au lăsat-o moștenire. Rasele kimrică și celtică, câteva mii de ani înaintea erei noastre, ocupau Europa, de la stepele Donului până în Spania și s-au topit în rasele germanice și latine, aducându-le contribuția civilizației lor mai mult sau mai puțin avansate. Civilizațiile contemporane ale lumii musulmane, deși mai puțin strălucitoare, mai puțin profunde decât cea a arabilor, nu sunt mai puțin continuarea lor. Chiar și civilizațiile închise, cum sunt cele ale chinezilor, exercită în jurul lor o influență irezistibilă, a cărei întindere se află în raport cu intensitatea lor. Dacă deci civilizația chineză ar dispărea într-o zi, ceea ce, de altminteri, nu pare să se întâmple în curând, s-ar păstra încă mult timp urmele ei în Japonia, în Indochina și în Asia Centrală. Civilizații ale căror nume au fost chiar uitate, cum sunt cele ale sumerienilor și ale accadienilor, ajung din nou la lumină și apar drept precursoare ale altor civilizații care le-au urmat. În ceea ce privește Islamul, el aduce umanității prețioase servicii, pătrunzând lent, dar sigur, în populațiile Africii, inaccesibile până atunci, prin situația lor geografică și prin mentalitatea lor proprie, altor influențe civilizatoare, și smulgându-le terorii unui regim social, pe care, cel al Dahomey-ului l-a ilustrat îndeajuns. Este adevărat că aceste servicii sunt compensate într-o măsură foarte largă prin vânătoarea de sclavi pe care negustorii misionari o practică, drept răsplată pentru greutățile avute.

Un exemplu instructiv este și acela al vechilor sciți, care sunt departe de a fi meritat numele de civilizați, dar care au făcut civilizației un serviciu însemnat, dacă într-adevăr ei au inventat arta călăriei, cum pare să rezulte din anumite izvoare.

Cum orice civilizație reprezintă energie socială acumulată, exemplele precedente dovedesc că, dacă decadența unei civilizații se produce prin pierderea unei părți a acestei energii, această pierdere nu este întotdeauna totală și deseori chiar vestigiile unei civilizații dispărute pot constitui cauza declanșării unor noi forțe sociale, în alt punct, dând naștere unei noi civilizații.

Dimpotrivă, nu lipsesc exemplele de civilizații care au dispărut pentru totdeauna și fără să fi lăsat urme vizibile în cele ce le-au urmat.

Nu vom vorbi de ruinele descoperite acum șaizeci de ani de suedezul Anderson, în Africa de Sud, la marginile deșertului Calahari și regăsite acum câteva luni de un alt călător. Se pare că aceste ruine prezintă caracterele indiscutabile ale construcțiilor feniciene și, în acest caz, ele nu ar reprezenta decât urmele unei civilizații necunoscute înflorite în aceste regiuni, ci pur și simplu dovada că vechea țară a Ophir-ului, frecventată de fenicieni, nu ar fi fost decât Transvaal-ul și Rhodesia actuală.

America ne oferă exemplul civilizațiilor atât de avansate ale Mexicului, Perului și ale Americii Centrale, unde cuceritorii europeni au putut admira temple, drumuri, apeducte, palate, școli și biblioteci, așa cum bătrâna Europă nu poseda prea multe; toate acestea au fost distruse de invazie și ruinele lăsate de această catastrofă le-au acoperit pe cele ale civilizației, cu mult mai vechi, ale căror singure urme sunt *puehlos*-urile și *mound*-urile.

Dacă orgoliul nostru ne-ar face să credem că nu am avea nimic de învățat de la aceste vechi civilizații, nu e mai puțin adevărat că soarta populațiilor americane, decăzute în atât de puțin timp în stare de sălbăticie și în cea mai cruntă mizerie, dovedește că, din punctul de vedere al genului uman, în general, orice distrugere de civilizație înseamnă o distrugere de energie acumulată și de bunăstare.

Polinezia pare să fi fost și ea sediul unei civilizații remarcabile. Se găsesc în insulele Caroline ruine a căror importanță nu este în raport cu întinderea arhipelagului și cu instituțiile sociale pe care le aveau resturile vechii populații ale acestor insule, care mai existau către 1830, reprezentând dovada unei stări sociale destul de avansate.

Dar mărturia cea mai sigură a acestor civilizații dispărute o constituie monumentele din insula Paștelui, despre care am vorbit în capitolul V, 9.

3. Despre unele cauze ce se opun dezvoltării civilizației

Enumerarea de mai înainte arată că actuala civilizație s-a ridicat pe ruine. Creația umană pare să fie condamnată la reluare perpetuă și nimic nu ne asigură că noul edificiu va fi mai bine așezat și mai durabil decât cel vechi.

Rațiunea acestui adevăr este că orice civilizație pretinde să creeze o stare socială diferită de cea care ar fi rezultatul unui simplu joc al cauzelor naturale, altele decât intervenția omului. Civilizația este fructul unei bătălii neîncetate și în orice bătălie înfrângerea e posibilă, la fel ca și victoria.

Instabilitatea stării de civilizație se datorează în special faptului că în foarte puține cazuri cauzele naturale împotriva cărora se luptă își păstrează întotdeauna aceeași energie, cum ar fi gradul de fertilitate a pământului, climatul,

intemperiile, nevoile vieții animale. Dimpotrivă, nimic nu este mai variabil ca suma energiei intelectuale și în special morale care formează aproape unica armă a omului împotriva forțelor dușmane și chiar împotriva propriei sale naturi. Astfel se explică, de altminteri, că marile catastrofe fac să scadă nivelul moral și intelectual al unui popor; să reamintim eclipsele care au urmat subjugării Greciei și invaziile barbare; și nu aceasta este cauza unică a variației energiei morale și intelectuale.

Or, unul din principalele obiective ale civilizației este în mod cert modificarea naturii intelectuale și morale a omului într-un sens ce pare cel mai potrivit pentru a-i asigura maximum de bunăstare în cele trei direcții, economică, intelectuală și morală. Această modificare trebuie să fie generală și permanentă, sub sancțiunea ca genul uman să fie obligat să reînceapă, în fiecare moment, o muncă de Sisif. Un asemenea rezultat nu poate fi decât fructul unor eforturi mult prelungite, astfel încât ereditatea să aibă timp să transforme în calități organice ceea ce la început nu era decât produs trecător al educației.

Problema este de a ști, după atâtea civilizații distruse și dispărute, în ce măsură a fost atins acest scop. Trebuie să recunoaștem că rezultatul examenului nu este prea încurajator.

Incontestabil, umanitatea își dă seama în general că prima condiție a fericirii sale este îndulcirea moravurilor, și o bună parte din forțele sale este dirijată în acest sens. Legislațiile popoarelor civilizate sau ale celor ce aspiră la această stare se străduiesc, toate, să tempereze violența naturală a omului și să-i formeze noțiunile de justiție, milă și indulgență, pe care omul primitiv, ca și majoritatea animalelor, nu le cunoștea. Dacă, cu timpul, aceste noțiuni iau o formă din ce în ce mai bună, trebuie să recunoaștem că legislații extrem de vechi au creat principii pe care un legiuitor modern nu le-ar dezavua și că religii de felul budismului și creștinismului nu ar putea fi depășite sub raportul moralei lor elevate. Pe de altă parte, este incontestabil că sentimentele violente în relațiile dintre oameni tind să devină din ce în ce mai slabe.

Din păcate, trebuie să recunoaștem și faptul că scopul principal al civilizației, care este acela de a face să dispară, complet și definitiv, orice urmă de barbarie originară, nu a fost atins decât parțial și aici este probabil pericolul cel mai serios pentru stabilitatea edificiului atât de greu înălțat al civilizației contemporane.

Asprimea cu care este dusă lupta pentru viață nu este mai mică în zilele noastre decât în trecut; forma luptei s-a schimbat, dar ardoarea este aceeași ca în timpurile pe care nimeni nu ar voi să le vadă reîntorcându-se. Dar lupta pentru existență este o condiție inexorabilă a vieții înseși și de aceea înseamnă un rezultat mare că s-a ajuns, cât de cât, la egalizarea șanselor luptătorilor și la diminuarea violenței șocurilor. Un pericol este că numeroasele straturi ale civilizației nu au făcut decât să acopere cu un văl strălucitor fondul naturii umane, fără a ajunge la transformarea ei definitivă. Avem un sentiment de adevărată descurajare la

constatarea faptului că timpul a avut prea puțină influență în modificarea caracterului primar violent al omului. Fără îndoială, manifestările exterioare ale acestei violențe sunt astăzi mai puțin frecvente și în special mai puțin vizibile decât în timpul îndepărtat al strămoșilor care cutreierau pădurile din Auvergne; dar câte precauții, câte greutăți pentru a face imposibile aceste manifestări! Suntem tentați să ne întrebăm care ar fi situația societăților noastre moderne, dacă le-am priva de aparatul complicat și costisitor al jandarmilor, judecătorilor și soldaților. Este suficient să ne gândim la scenele ce nu lipsesc niciodată în timpul mișcărilor populare, ori de câte ori sabia legii și agentul de poliție nu mai. Tocmai acest rest de barbarie ascunsă sau încătușată, dar nu distrusă de civilizație, care este veritabila cauză a războaielor, a atentatelor la libertate și la dreptul de proprietate, a disprețului față de lege, uneori brutal, alteori șiret sau ipocrit, luând forma șicanei. Aceste influențe ancestrale fac ca un copil să chinuiască un animal sau un tovarăș mai slab pentru a se distra și ca părinții săi să se delecteze la vânătoare sau la corride, unde privesc, în extaz voluptos, suferința și vărsarea de sânge. Sub acest raport, omul secolului al XX-lea nu este cu mult superior vechilor spectatori ai Coliseului, care se bucurau văzând cum sufereau și cum mureau gladiatorii. Avem azi legea linșării, strivirea popoarelor mici de către cele mari, grevele cu excesele lor, războiul „la cuțite" al luptelor politice, iar, până mai ieri, aveam și luptele religioase, care duceau la masacrarea oamenilor în numele principiului dragostei față de aproape. Peste tot și întotdeauna iese la iveală necesitatea de a urî pe cineva sau ceva în așa măsură încât se pot așeza în Pantheon indivizii foarte rari ce fac excepție.

Este ușor de înțeles în ce măsură civilizația clădită pe o asemenea bază este fragilă. Și într-adevăr suntem izbiți de ușurința cu care se distrug în foarte puțin timp civilizații ce au necesitat secole pentru a fi întemeiate. Ajunge un război pierdut pentru ca Ninive să dispară și bandele de curzi sălbatici și prădalnici să ia locul asirienilor, sculptori puternici și constructori de palate somptuoase.

Un deceniu sau două sunt suficiente pentru a distruge civilizația americană. Și, în sfârșit, exemplu ilustru între toate, cât de repede a urmat înfloririi civilizației romane cea mai profundă decandență! Traian ridică monumente nepieritoare și Septimiu Sever acoperea încă Palatinul cu fastuoasele sale palate. Cu un secol mai târziu, arcul lui Constantin, monedele sale, toate aceste monumente dădeau deja măsura căderii înfricoșătoare, suferite într-un interval atât de scurt de imperiul a cărui soliditate părea să sfideze asalturile timpului, încercarea de restaurare a templului lui Saturn, care trebuia să fi avut loc desigur înainte de Constantin, arată la ce grad de decădere ajunsese gustul artistic, precum și mizeria care înlocuise marea bogăție trecută a imperiului. A fost de ajuns valul invaziilor și câțiva ani pentru ca decăderea să înlocuiască opulența și înflorirea literelor și artei.

Este adevărat că se pot cita, de asemenea, exemple contrare. În ultimul secol, grație în special dezvoltării extraordinare a mijloacelor de comunicație,

s-au făcut adevărate minuni, ducând în câțiva ani la pătrunderea civilizației în regiuni încă sălbatice. În Noua Zeelandă, unde acum o jumătate de secol se mai practica canibalismul, parlamentele guvernează un regim constituțional foarte avansat. Plantatorii englezi exploatează insulele Fidji, patria clasică a canibalismului; se însămânțează cafea și trestie de zahăr la Ombay, la mică distanță de bogatele așezări din Batavia și Singapore, pe locul satelor de canibali care în 1830 mâncau încă echipajele naufragiate pe coastele lor. Dar toate aceste exemple dovedesc același lucru: distanța mică de separație între civilizațiile barbare și lipsa de soliditate în ceea ce privește prosperitatea materială, progresul științific și artistic. Numai transformarea naturii intime a omului prin eliberarea lui totale de resturile de sălbăticie primitivă va putea pune bazele unui edificiu durabil, cu condiția ca această transformare să fie definitivă, încât ereditatea însăși să preia sarcina de a-i asigura perenitatea.

Cât timp această țintă nu va fi atinsă, cu toate aparențele sale strălucitoare, civilizația modernă va fi tot atât de puțin asigurată pe termen lung ca și cele care au precedat-o. Or, ceea ce se petrece sub ochii noștri, starea de surescitare a societății, nenumăratele conflicte în care violența și abuzul de forță au întotdeauna ultimul cuvânt, ca și în cele mai frumoase momente ale vremurilor barbare, toate aceste semne nu ne liniștesc asupra viitorului acestei civilizații.

* * *

Dacă violența naturii umane, prea puțin dominată de civilizație, constituie pericolul cel mai serios pentru existența sa, mai sunt și alte laturi slabe care nu trebuie omise.

În primul rând, este vorba de proasta întrebuințare a rezervei de energie, atitudine de care dau dovadă societățile moderne. Bugetele de război în timp de pace absorb mai mult de 11 miliarde pe an, sumă care ar fi suficientă pentru traiul populației unui mare imperiu; această cheltuială iresponsabilă nu are drept unic scop decât pregătirea momentului în care războiul însuși va genera ruine și nenorociri. Se apreciază că numai războiul din 1870 a costat cele două părți mai mult de 14 miliarde, fără a socoti viețile omenești sacrificate și sutele de mii de infirmi; se presupune că se va putea face și mai mult, mulțumită noilor invenții care vor permite să se extermine într-un timp fulgerător întreaga populație a orașelor, inclusiv bătrânii, femeile și copiii.

Când nu se poate face războiul de masă, se face în detaliu; se fac revoluții, răscoale sau greve, care, dacă fac rău autorilor lor, le dau cel puțin satisfacția de a face același lucru și adversarilor pe care, atunci când nu există, îi inventează. Întreținem ura și discordia între oamenii care ar trăi liniștiți și fericiți dacă am vrea să nu le alimentăm neîncetat acea parte a sufletului pe care ar fi mai bine să nu o trezim.

Toate acestea reprezintă o risipă colosală de energie socială, a cărei întrebuințare judicioasă, în loc să servească la semănarea doliului, ruinei și urii, ar

putea servi la mărirea domeniului economic, intelectual şi moral al umanităţii – scopul oricărei civilizaţii. Atâta timp cât se va lucra la împiedicarea acestei creşteri şi la demolarea în fiecare zi a ceea ce s-a construit în ajun, atâta timp cât plaga pauperismului va roade societatea, în timp ce miliardele vor zbura în vânt, nu vom avea dreptul să vorbim în numele civilizaţiei.

Un duşman al progresului social este şi abuzul de convenţii şi de formule, care reprezintă una din formele rutinei. Sub acoperirea formulelor, se ajunge adesea la consecinţe care constituie o negare a celui mai elementar bun-simţ.

Libertatea cuvântului este un măreţ principiu, căci ea este consfinţirea unuia şi mai înălţător, acela al libertăţii de gândire. Dacă însă cuvântul este întrebuinţat pentru aţâţarea urii între cetăţeni, atunci, în mod evident, el va fi în opoziţie cu orice principiu de ordine.

Acest abuz de formule şi de convenţii a făcut să dispară noţiunea dreptului în haosul procedurii, ceea ce se exprimă prin dictonul: „forma înghite fondul“ – o adevărată monstruozitate. Or, dacă noţiunea de justiţie trebuie să fie considerată cel mai nobil dintre scopurile pe care civilizaţia trebuie să le realizeze, este evident că asemenea aforisme nu sunt făcute pentru a dovedi că am fi aproape de a le atinge.

Este inutil să continuăm aceste exemple, existând deja numeroase scrieri celebre.

* * *

Cele spuse arată că civilizaţia actuală, cu toată intensitatea şi strălucirea sa, nu este încă aproape de realizarea stării pe care am definit-o sub numele de civilizaţie integrală. Cu toate acestea, este incontestabil că societatea contemporană se apropie cu mult mai mult de aceasta decât toate cele care au precedat-o.

Fără a ne opri asupra civilizaţiilor puţin sau deloc cunoscute, este uşor să ne dăm seama în ce măsură perioadele cele mai strălucitoare ale istoriei societăţilor umane au laturi întunecate.

Desigur, societăţile asiriene şi babiloniene nu pot fi luate drept ideal; templele minunate, palatele somptuoase, Mesopotamia admirabil fertilizată nu pot face să se uite regimul extrem de sângeros care a terorizat Asia de-a lungul secolelor. Egiptul îşi face un merit, pe bună dreptate, din moravurile sale relativ blânde, arta sa, legile sale înţelepte, morala şi filozofia înaltă a preoţilor săi; dar nu se vede ce parte avea din toate aceste binefaceri marea masă a poporului, care, după ce şi-a petrecut în mizerie întreaga viaţă şi a pierit cu miile, pentru a construi piramide şi temple nepieritoare, nu avea nici măcar mijloacele de a-şi asigura viaţa eternă, îmbălsămându-se cu arome scumpe. Incomparabila strălucire a literelor, artelor şi filozofiei grecilor nu a împiedicat nesfârşitele războaie interne, existenţa sclaviei şi a ilotismului, egoismul şi îngustimea politicii

spartane, condamnarea lui Socrate şi ţintuirea lui Cleon pe vârful unei stânci; în ceea ce priveşte civilizaţia romană, gloria lui Cicero şi a lui Virgiliu, binefacerile păcii romane nu ar putea acoperi plăgile pauperismului, ale sclaviei, ale corupţiei celor puternici şi ale cruzimii tuturor. Renaşterea oferă spectacolul moravurilor sale uşoare, al războiului tuturor contra tuturor şi al scandalurilor care au făcut necesară Reforma, încununată de cumplitele războaie religioase; în ce priveşte *le grand siécle* al lui Ludovic al XIV-lea, ajunge să recitim câteva pagini din La Bruyere pentru a şti cum stăm în privinţa bazei pe care se ridica această măreţie.

Societatea contemporană suferă, fără îndoială, şi ea de numeroase rele şi nu ne-am sfiit să arătăm unele din ele. Nu putem face să dispară într-un secol stări de lucruri, dintre care cele mai multe ţin de însăşi natura oamenilor şi de tradiţii de câteva ori milenare. Dar, ceea ce constituie gloria civilizaţiei noastre şi o distinge de cele ce au precedat-o este că bunăstarea economică, intelectuală şi morală a celor săraci şi dezmoşteniţi ocupă primul loc în preocupările sale şi, cu toate exploziile inevitabile de violenţă, ea se străduieşte fără încetare să facă să dispară resturile anticei barbarii.

Aceste eforturi sunt departe de a fi încoronate întotdeauna cu succes. Dar, dacă idealul civilizaţiei integrale pare încă atât de îndepărtat pentru majoritatea popoarelor, există din fericire şi altele al căror exemplu ne poate încuraja. Printre acestea, vom aşeza, în primul rând, popoarele scandinave.

Trăind într-un climat atât de aspru, pe un pământ destul de sărac, acoperit în cea mai mare parte de păduri, lacuri, mlaştini sau nisipuri, având de luptat împotriva iernilor lungi şi aspre, precum şi împotriva marilor distanţe, aceste popoare au transformat ţara lor într-o adevărată grădină care satisface din plin nu numai toate trebuinţele lor, dar şi pe cele ale vecinilor. Ţăranii lor obţin maximum de randament din loturile de pământ nisipos sau mlăştinos; s-au priceput să creeze cea mai admirabilă organizaţie de cooperaţie care există, produsele lor alimentează Anglia şi alte ţări. Ele sunt probabil singurele state în care pauperismul este aproape necunoscut; au găsit şi aplică mijloace sigure şi eficace pentru înfrânarea alcoolismului. De aceea, nu există alte ţări în care bunăstarea materială să fie generală.

Tot aici şi instrucţiunea populară este cea mai solidă şi mai răspândită, astfel încât aceste ţări sunt singurele în care analfabeţii au dispărut cu totul. Cât priveşte latura morală, toţi cei care au vizitat aceste regiuni sunt cuprinşi de admiraţie pentru calităţile de profundă onestitate, calm şi amabilitate ale populaţiei.

Aceste popoare prezintă, deci, exemplul expansiunii complete şi intense în cele trei direcţii, economică, intelectuală şi morală, expansiune care nu e parţială, ci priveşte populaţia întreagă până în păturile sale cele mai profunde. Acestea sunt, fără îndoială, trăsături ale ceea ce am numit civilizaţie integrală şi aceste ţări mici le realizează cel mai bine.

Dacă această concluzie poate surprinde până într-un anumit punct pe cei ce sunt obișnuiți să judece valoarea unei civilizații numai după părțile sale strălucitoare, noi socotim că însuși exemplul acestor țări, calmul și fericirea pe care le asigură locuitorilor lor, demonstrează justețea punctului nostru de vedere.

De altfel, evenimentele recente au dovedit în ce măsură civilizația astfel înțeleasă este superioară. Suedia și Norvegia au trecut în acești din urmă ani prin două crize mari: greva generală și separarea politică a celor două state. Lumea întreagă a urmărit cu uimire și admirație felul cum s-au desfășurat aceste evenimente, care oriunde în altă parte ar fi dat naștere desigur la excese și conflicte sângeroase. A fost un spectacol admirabil de convingere și energie cu care fiecare parte și-a apărat ceea ce credea că reprezintă dreptul său, dar în același timp și de calm, înțelepciune și dominare a pasiunilor proprii de care au dat dovadă toți, în aceste împrejurări periculoase. S-a oferit o dovadă strălucitoare că transformarea sufletului omenesc în sensul dispariției definitive a înclinației naturale spre violență, despre care am spus că e scopul suprem al civilizației, nu este un cuvânt zadarnic. Acest fapt singur ar fi de ajuns pentru a asigura acestor țări locul de onoare printre națiunile civilizate.

De altfel, popoarelor scandinave nu le lipsesc nici acele manifestări înalte ale spiritului uman, care, după concepții general admise, nu pot lipsi niciunei civilizații avansate. Națiuni care se mândresc cu un geniu universal ca Svedenborg, cu gânditori, savanți, artiști și exploratori ca Ibsen, Björnson, Linné, Abel, Thorwaldsem, Grieg, Nordenskjöld, Nansen, Sven Hedin ocupă desigur un loc de cinste în mișcarea intelectuală a lumii.

Cu această pagină reconfortantă încheiem lucrarea de față.

NOTE

1. *Victor Alexandre Puiseux* (1820–1883), matematician şi astronom francez. Profesor de mecanică cerească la Sorbonna. Membru al Academiei Franceze, secţiunea geometrie.

2. *Charles Auguste Briot* (1817–1882), matematician şi fizician francez. Profesor de fizică matematică la Facultatea de ştiinţe din Paris. A publicat împreună cu Bouquet lucrări despre funcţiile eliptice şi funcţiile abeliene. Lucrări: *Essai sur la théorie mathématique de la lumière* şi *Théorie mécanique de la chaleur*.

3. *Benjamin Baillaud* (1848–1934), astronom francez. Director al Observatorului din Toulouse şi al celui din Paris. Decan al Facultăţii de ştiinţe din Toulouse. Preşedinte fondator al Uniunii Astronomice Internaţionale.

4. *A la mémoire de mon père et de ma mère; – à Mr. N. Cretzulesco, témoignage de reconnaissance* (fr.), În memoria tatălui meu şi a mamei mele; domnului N. Creţulescu în semn de apreciere

5. *Dorobanţul*, ziar editat la Bucureşti, 15 nov. 1877 – 31 mai 1878, editor Carol Göbl.

6. *Românul*, cotidian fondat de C.A. Rosetti la 9 august 1857. A apărut până la 9 iunie 1864, şi apoi între 14 februarie 1866 – 1891. A fost organul de presă al Partidului Liberal până în data de 10 iulie 1884.

7. *Pierre-Simon, Marchiz de Laplace* (1749–1827), astronom, matematician şi fizician francez. Ministru de Interne în Consulatul lui Napoléon I. A formulat ipoteza conform căreia sistemul solar a apărut dintr-o nebuloasă în mişcare. O idee similară a fost enunţată de I. Kant în 1755, necunoscută de Laplace. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Exposition du système du monde, Mécanique céleste* (5 vol.), *Théorie analytique des probabilités, Essai philosophique sur les probabilités.*

8. *Joseph-Louis Lagrange* (în italiană Giuseppe Lodovico Lagrangia) (1736–1813), matematician şi astronom de origine italiană. A fondat în 1758 Academia de Ştiinţe din Torino. Conducătorul secţiei de matematică a Academiei din Berlin. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Réflexions sur la résolution algébrique, Mécanique Analytique, Théorie des fonctions analytiques, Leçons sur le calcul des fonctions*.

9. *Siméon Denis Poisson* (1781–1840), matematician şi fizician francez. Studii asupra seriilor şi integralelor definite. Studii asupra integralelor Fourier. Cercetări în domeniul calculului variaţiilor, electricităţii şi magnetismului. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Nouvelle théorie de l'action capillaire*, *Théorie mathématique de la chaleur*, *Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile*, *Traité de Mécanique* (2 vol.).

10. *François Félix Tisserand* (1845–1896), astronom francez. Profesor de astronomie matematică la Sorbona. Directorul Observatorului din Toulouse şi al celui din Paris.

11. *Carl Gustav Jacob Jacobi* (1804–1851), matematician german. Lucrări: *Comnienlatio de transformatione integralis duplicis indefiniti in formam simpliciorem*, *Canon arithmeticus*, *Opuscula mathematica*.

12. *Bulletin des Sciences Mathématiques*, revistă fondată în 1870 de către Gaston Darboux (1842–1917), matematician francez. În prezent este editată de Elsevier.

13. *Jules Henri Poincaré* (1854–1912), matematician și fizician francez. A avut contribuții importante în astronomie, geodezie, mecanica cuantică și filosofie. Primul laureat al Royal Society din Anglia. Președinte al Societății matematice din Franța și președinte al Societății franceze de fizică. La 1 octombrie 1904 a fost numit profesor de astronomie generală la L'École polytechnique. La Facultatea de Științe din Paris a ținut cursul de mecanică cerească. Lucrări: *La Science et l'Hypothèse, La Valeur de la Science, Science et Méthode, Les méthodes nouvelles de mécanique céleste*

14. *Urbain Jean Joseph Le Verrier* (1811–1877), astronom și matematician francez. Specialist în mecanica cerească. Membru al secțiunii de astronomie al Academiei de Științe. Director al Observatorului din Paris. Deputat și senator. A descoperit planeta Neptun. Royal Astronomical Society i-a decernat medalia de onoare în 1876. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel.

15. *Roberto Marcolongo* (1862–1943), matematician și fizician italian. Profesor de mecanică rațională la Universitatea din Messina și Universitatea din Napoli. Autor al unuia dintre primele tratate cu privire la relativitatea generală și specială. Lucrări: *Meccanica razionale*, *Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici*, *Analyse vectorielle générale: Transformations linéaires* (împreună cu Cesare Burali-Forti).

16. *Traian Lalescu* (1882–1929), matematician. Membru al Academiei Române. Profesor universitar la București. A înființat Școala Politehnică din Timișoara și a fost primul ei rector. Contribuții în multiple domenii ale matematicii. Este unul din fondatorii teoriei ecuațiilor. Lucrări: *Introducere la teoria ecuațiilor integrale*, *Le problème ethnographique du Banat, Calculul algebric, Tratat de geometrie analitică*.

17. Este vorba de volumul omagial *Lui Spiru Haret – „Ale tale dintru ale tale"*, București: Inst. de Arte Grafice „Carol Göbl", 1911, editat cu prilejul împlinirii vârstei de șaizeci de ani.

18. În 16 mai 1914 Gheorghe Țițeica ține Discursul de recepțiune la Academie, „Din viața și activitatea lui Spiru Haret".

19. *Joseph Liouville* (1809–1882), matematician francez. A publicat lucrări despre teoria numerelor, geometrie diferențială, topologie diferențială, fizică matematică și astronomie. O teoremă din cadrul analizei complexe îi poartă numele. Lucrări: *Sur le développement des fonctions ou parties de fonctions en séries de sinus et de cosinus, dont on fait usage dans un grand nombre de questions de Mécanique et de Physique. Suivi de Sur la figure d'une masse fluide homogène en équilibre, et douée d'un mouvement de rotation*.

20. *Constantin Stătescu* (1878–?), fizician. Profesor universitar la Facultatea de științe, Universitatea București.

21. *Ștefan Fălcoianu* (1835–1905), general, matematician, istoric și politician. Membru titular și vicepreședinte al Academiei Române. Senator. Profesor la Școala Militară de Ofițeri. Ministru de Război (1884–1886). A înființat, la 8 august 1889, Școala Superioară de Război.

22. *Constantin Olănescu* (1845–1928), inginer. Politician. Ministrul Lucrărilor Publice. A avut o contribuție importantă în organizarea învățământului superior tehnic.

23. *Petrache Poenaru* (1799–1875), inginer și matematician. Membru al Academiei Române. Fondatorul colegiilor naționale din București și Craiova. Inventatorul tocului rezervor.

24. *Nicolae Cucu Starostescu* (1851–?), inginer. Director al Lucrărilor Orașului în cadrul Primăriei Capitalei. Lucrări: *Căile ferate de interes local*, *Asupra canalizațiunei orașului București, Nou sistem pentru alimentarea orașelor cu apă*.

25. *William Oughtred* (1574–1660), matematician englez. I se atribuie crearea, în 1622, a riglei de calcul. A introdus semnul „×“ pentru operația de înmulțire și prescurtările „sin“, „cos“ pentru funcțiile trigonometrice sinus și cosinus.

26. *Ioan Ianov* (1834–1903), scriitor. Avocat. Deputat. Membru al Societății Junimea. A compus cântecul „Von Kalikenberg“, o satiră la adresa lui Strussberg, concesionarul căilor ferate din România.

27. *Convorbiri literare*, revistă culturală care se înființează la Iași la 1 martie 1867 de către societatea „Junimea“. Apare bilunar, iar din anul 1872 lunar. Redactor-șef a fost Iacob Negruzzi până la 1 ianuarie 1895. Din 1 aprilie 1885, redacția se mută la București. Din anul 1896 până în anul 1899 revista este condusă de un comitet. Apoi, este condusă de un director: Ion Bogdan (1902–1906), Simion Mehedinți (1907–1921), Al. Tzigara-Samurcaș (1921–1939), I.E. Torouțiu (1939–1944). Din anul 1895 revista este interzisă în Transilvania. Din mai 1970 apare la Iași ca revistă a Uniunii Scriitorilor din România.

28. „Eu sunt von Kalikenberg, Tocmai din Berlin alerg, Cu înaltă protecție, Pentru mare concesiune.“

29. *Lascăr Catargiu* (1823–1899), om politic. Membru al Locotenenței domnești instaurată după abdicarea lui Al.I. Cuza la 11 februarie 1866. Președinte al Partidului Conservator (1880–1899), prim-ministru (11 mai – 15 iulie 1866, martie 1871 – 4 aprilie 1876, martie 1889 – nov. 1890, nov. 1891 – oct. 1895).

30. *I.Em. Florescu* (1819–1893), general și om politic. Pregătirea militară în Franța. Unionist. Ministru de Război de mai multe ori în timpul domniei lui Al.I. Cuza. După 1866 ministru de Război. Prim-ministru (ad-interim 4–26 sept. 1876, 21 febr. – 26 nov. 1891). A contribuit la formarea armatei române moderne. Pentru că guvernul Lascăr Catargi din care el a făcut parte a fost dat în judecată, Florescu a fost împiedicat să participe la Războiul de independență.

31. *Manolache Costake Epureanu* (1824–1880), om de stat. A luat parte la mișcările naționale din anii 1848 și 1857 din Moldova, minstru-prezident în anul 1860, președintele Camerei Constituante din anul 1866, înaintea căruia depune jurământul principele Carol. Minstru de Justiție 1872–1873 în cabinetul Lascăr Catargi, ministru-prezident alături de I.C. Brătianu în cabinetul liberal de la 1876, dar demisionează după trei luni și reintră în Partidul Conservator.

32. *Ion C. Brătianu* (1821–1891), om de stat. Fondator al Partidului Național-Liberal. Participant la revoluția de la 1848 din Țara Românească. A făcut parte din grupul care a complotat împotriva lui Cuza. De mai multe ori ministru. Prim-ministru (1876–1888).

33. *Dimitrie A. Sturdza* (1833–1914), istoric și om politic român. Secretar al Divanului ad-hoc din Moldova. Secretar particular al domnitorului Al.I. Cuza, apoi opozant al acestuia. Ministru în mai multe cabinete liberale. Prim-ministru (oct. 1895 – nov. 1896, martie 1897 – aprilie 1899, febr. 1901 – dec. 1904, martie 1907 – dec. 1908). Membru al Academiei Române. Președinte și Secretar al Academiei. Fondator al Partidului Național Liberal, președinte al PNL. Deputat și senator. Scrieri: *Banca Națională și reforma monetară, Acte și documente relative la renascerea României* (11 vol.)*, Chestiunea națională, Bibliografie a numismaticii române.*

34. *Otto Eduard Leopold von Bismarck* (1815–1898), om de stat german. Ca prim-ministru al Prusiei (1862–1890) este artizanul unificării Germaniei. În 1867, a devenit cancelar al Confederației Germane de Nord. A proiectat Imperiul German în 1871, devenind primul

său cancelar. A fost demis în 1890. În plan extern a impus doctrina numită Realpolitik. Datorită modului autoritar în care conducea statul a fost etichetat „Cancelarul de Fier".

35. *Emil Costinescu* (1844–1921), finanțist și om politic. Unul dintre fondatorii și directorii Băncii Naționale a României. Deputat liberal. De mai multe ori ministru în guverne liberale.

36. *Ferice care în versuri e dotat d-acel mister / Să treacă din grav în dulce, din plăcut în mai sever*. Versurile sunt din *L'Art Poétique* de Nicolas Boileau-Despréaux în traducerea lui Ion Heliade-Rădulescu.

37. *Joseph Louis François Bertrand* (1822–1900), matematician și economist francez. Membru al Academiei de Științe din Franța. Membru al Academiei Regale de Științe din Suedia. Lucrări: *Traité de calcul différentiel et de calcul intégral, Rapport sur les progrès les plus récents de l'analyse mathématique, Traité d'arithmétique, Thermodynamique*.

38. Probabil greșeală de transcriere. Corect este Le Verrier. Vezi nota 14.

39. *Edmond Halley* (1656–1742), astronom și matematician englez. El a descoperit metoda de măsurare a distanței dintre două stele. A calculat orbita cometei, denumită apoi Cometa Halley. Această cometă este vizibilă pe cer la fiecare 76 de ani.

40. *Richard Dunthorne* (1711–1775), astronom englez. Lucrări: *Practical Astronomy of the Moon, On the motion of the Moon, On the acceleration of the Moon, Concerning comets.*

41. *Christian Mayer* (1719–1783), preot iezuit, astronom, filosof ceh. A studiat stelele binare. Un crater de pe Lună îi poartă numele. Lucrări: *Pantometrum Pacechianum, seu instrumentum novum pro elicienda ex una statione distantia loci inaccessi*, *Basis Palatina*, *Expositio de transitu Veneris*, *Nouvelle méthode pour lever en peu de temps et à peu de frais une carte générale et exacte de toute la Russie.*

42. *George Airy Biddell* (1801–1892), astronom și matematician englez. Astronom Regal. A instituit pentru localitatea Greenwich locul de primul meridian. I s-a reproșat că, datorită lui, Marea Britanie a pierdut prioritatea în descoperirea planetei Neptun. Un crater de pe Lună și un crater de pe Marte îi poartă numele. Lucrări: *Mathematical Tracts on Physical Astronomy*, *On the Lunar Theory*, *The Figure of the Earth*, *Precession and Nutation, and Calculus of Variations, to which, in the second edition of 1828, were added tracts on the Planetary Theory and the Undulatory Theory of Light*, *Experiments on Iron-built Ships, instituted for the purpose of discovering a correction for the deviation of the Compass produced-by the Iron of the Ships*, *On the Algebraic and Numerical Theory of Errors of Observations and the Combination of Observations.*

43. *Peter Andreas Hansen* (1795–1874), astronom danez. Director al Observatorului de la Seeberg, Gotha. Contribuții în astronomia gravitațională. A primit Medalia de Aur de la Royal Astronomical Society din Anglia.

44. *Charles Bossut* (1730–1814), matematician francez. Lucrări: *Traité théorique et expérimental d'hydrodynamique*, *Traité élémentaire de méchanique statique*, *Cours de mathématiques*, *Histoire générale des mathématiques.*

45. *Hiparh sau Hipparchus* (cca. 190 î.Hr. – cca. 120 î.Hr.), astronom, geograf și matematician grec. Este considerat întemeietor al trigonometriei.

46. *Giovanni Antonio Amedeo Plana* (1781–1864), astronom și matematician italian. A elaborat tabele lunare bazate pe legea gravitației universale. Fondator al Observatorului astronomic din Torino. Lucrări: *Théorie du mouvement de la lune.*

47. *Marie-Charles-Théodore de Damoiseau de Montfort* (1768–1846), astronom francez. Director adjunct al Observatorului din Lisabona. În 1825, devine membru al Academiei de Științe din Franța. A fost ales membru al Royal Society din Anglia în 1832. Lucrări: *Éphémérides nauticas, ou Diario astronomico para 1799 [-1805] calculado no Observatorio real*

da marinha (8 vol.), *Memoria relativa aos eclipses do sol visiveis em Lisboa, desde 1800 até 1900 inclusivamente*, *Tables de la lune, formées par la seule théorie de l'attraction et suivant la division de la circonférence en 400 degrés*, *Tables de la lune, formées par la seule théorie de l'attraction et suivant la division de la circonférence en 360 degrés*, *Tables écliptiques des satellites de Jupiter, d'après la théorie de leurs attractions mutuelles et les constantes déduites des observations*.

48. *John Couch Adams* (1819–1892), matematician și astronom englez. Pornind de la neregularitățile observate în mișcarea planetei Uranus, a dedus prin calcul matematic existența planetei Neptun, independent de Le Verrier, în 1845. Adams nu a publicat descoperirea sa, care va fi confirmată în anul 1846 de către astronomul german Johann Gottfried Galle. Un crater de pe Lună îi poartă numele.

49. *Charles-Eugène Delaunay* (1816–1872), astronom și matematician francez. Profesor de mecanică fizică. Director al Observatorului din Paris. A primit medalia de aur de la Royal Astronomical Society. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Cours élémentaire de mécanique théorique et appliquée*, *Traité de mécanique rationnelle*, *La Théorie du mouvement de la lune* (2 vol.), *Cours élémentaire d'astronomie*.

50. *John William Lubbock*, 3rd Baronet (1803–1865), bancher, matematician și astronom englez. Studii asupra mareelor. Membru în Royal Astronomical Society.

51. *Arthur Cayley* (1821–1895), matematician englez. A fost unul din fondatorii școlii britanice moderne de matematică. Noțiunile matematice care îi poartă numele ocupă o listă impresionantă.

52. Haret se referă la teza sa de doctorat *Sur l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires* susținută în 30 ianuarie 1878.

53. Acest memoriu a fost citit de S. Haret în ședința din 19 martie 1892 a Academiei Române.

54. *Gaspard-Clair-François-Marie Riche, baron de Prony* (1755–1839), inginer hidraulic și enciclopedist francez. S-a implicat în crearea Școlii politehnice din Paris. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Exposition d'un méthode pour construire les équations déterminées qui se rapportent aux sections coniques, à l'usage des ponts et chaussées, Description hydrographique et historique des marais Pontins, Mécanique philosophique, ou analyse des diverses parties de la science de l'équilibre et du mouvement, Leçons de mécanique analytique données à l'école royale polytechnique.*

55. *Pierre-Louis-Georges Dubuat* (1734–1809), inginer hidraulic francez. Lucrări: *Principes d'hydraulique*.

56. *Antoine Chézy* (1718–1798), inginer și hidrolog francez. A realizat primele nivelări ale canalului Bourgogne în 1752. A condus operațiunile de construcție a podurilor Trilport și Neuilly sur la Marne și a finalizat construcția podului Concorde din Paris.

57. *Johann Albert Eytelwein* (1764–1848), inginer și arhitect german. Profesor universitar. Lucrări: *Praktische Anweisung zur Konstruktion der Faschinenwerke an Flüssen und Strömen*, *Praktische Anweisung zur Wasserbaukunst*, *Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, Handbuch der Statik fester Körper*, *Handbuch der Hydrostatik. Vergleichung der in den königlich preußischen Staaten eingeführten Maße und Gewichte.*

58. *Reinhard Woltman* (1957–1837), inginer hidraulic german.

59. *Franz Ernst Theodor Funk*, inginer hidraulic al regatului Westphalen.

60. *Christiaan Brunings* (1736–1805), inginer hidraulic olandez. A avut funcții în administrația apelor din Olanda.

61. *Giorgio Bidone* (1781–1839), inginer și matematician italian. Profesor de hidraulică. Lucrări: *Experiences sur le remou et sur la propagation des ondes*.

62. *Teodoro Bonati* (1724–1820), inginer hidraulic italian.

63. *Henry Philibert Gaspard Darcy* (1803–1858), inginer hidraulic francez. A realizat aducțiunea apei potabile în orașul Dijon. Lucrări: *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau*, *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux*.

64. *Henry Émile Bazin* (1829–1917), inginer hidraulic francez. Director al Departamentului Ape al orașului Dijon.

65. *Pierre Boileau* (1811–1891), matematician francez.

66. *Andrew Atkinson Humphreys* (1810–1883), inginer și ofițer american. A fost inginer șef al U.S. Army.

67. *ardue*, dificil.

68. *Antoine Deparcieux* (1703–1768), matematician francez. Lucrări: *Traité de trigonométrie rectiligne et sphérique*, *Nouveau traité de trigonométrie, avec table des sinus et logarithmes*, *Traité complet de gnomonique*, *Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine, contenant des Tables de mortalité qui ont longtemps servi de base aux placements viagers*, *Mémoire sur la courbure des ondes*.

69. *Spiridon Popescu* (1864–1933), scriitor. A colaborat la revistele *Avântul*, *Viața românească*, *Adevărul literar și artistic*. Director al învățământului primar din Ministerul Instrucțiunii Publice. Senator. Deputat. Profesor de matematică la liceul „Gh. Lazăr". Scrieri: *Scrisori către vărul meu*, *Moș Gheorghe la expoziție*, *Rătăcirea de la Stoborani*.

70. Prin afirmația că Haret ar fi la fel ca toți politicienii români cheltuind din avutul autohton al țării, C. Rădulescu-Motru dovedește partizanat politic, el fiind în 1911 membru în Partidul Conservator-Democrat condus de Take Ionescu. Filosoful spera, în eventualitatea accederii la guvernare a PCD, să devină ministrul Instrucțiunii Publice.

71. *Charles Émile Picard* (1856–1941), matematician francez. Membru al Academiei Franceze. Lucrări: *Application de la théorie des complexes linéaires à l'étude des surfaces et des courbes gauches*, *Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes*, *La science mathématique et son état actuel*, *La théorie de la relativité et ses applications à l'astronomie*.

72. *Constantin Rădulescu-Motru* (1868–1957), filosof. Profesor la Universitatea București. Președinte al Academiei Române (1938–1941). A înființat și a condus *Noua Revistă Română* și *Ideea Europeană, Revista de filosofie*. Senator și deputat. Lucrări: *Cultura română și politicianismul, Puterea sufletească, Elemente de metafizică*, *Personalismul energetic*, *Vocația. Factor hotărâtor în cultura popoarelor*, *Timp și destin*, *Etnicul românesc*.

73. *Vilfredo Pareto* (1848–1923), sociolog și economist italian. Profesor de economie politică la Universitatea Lausanne. Contribuții în studiul distribuirii veniturilor și analiza alegerilor individuale. A elaborat conceptul de eficacitate. Lucrări: *Cours d'économie politique*, *Les systèmes socialistes*, *Manuale di economia politica con una introduzione alla scienza sociale*, *Trattato di sociologia generale*, *Fatti e teorie*, *Transformazione della democrazia*.

74. *Maffeo Pantaleoni* (1857–1924), economist și politolog italian. Profesor de economie politică la universitățile din Napoli, Pavia și Roma. Ministru de Finanțe în guvernul lui Gabriele D'Annunzio care administra statul independent Fiume (astăzi Rijeka, în Croația), separat de Italia până în 1921. Lucrări: *Contributions to the Theory of the Distribution of Public Expenditure*, *An attempt to analyze the concepts of "Strong" and "Weak" in their*

economic connexion, *Una visione cinematografica del progresso della scienza economica*, *Note in Margine della Guerra*, *Politica.*

75. *Herbert Spencer* (1820–1903), filosof şi sociolog englez. Întemeietor al pozitivismului. Contribuţii la dezvoltarea evoluţionismului. Lucrări: *Statica socială*, *Fundamentele sociologiei*, *Individul contra statului.*

76. *Antoine Augustin Cournot* (1801–1877), matematician francez. A formulat printre primii legea cererii şi a ofertei. Lucrări: *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal*, *Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique*, *Considérations sur la marche des idées et des évènements dans les temps modernes.*

77. *Lambert Adolphe Jacques Quetelet* (1796–1874), matematician, astronom, şi statistician belgian. Fondator al Observatorului Regal din Belgia. Lucrări: *Recherches sur la population, les naissances, les décès, les prisons, les dépôts de mendicité, etc., dans le royaume des Pays-Bas*, *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale* (2 vol.), *Sur la statistique morale et les principes qui doivent en former la base*, *Anthropométrie, ou Mesure des différentes facultés de l'homme*.

78. *William Stanley Jevons* (1835–1882), economist şi logician englez. Este considerat co-fondator, împreună cu Léon Walras şi Carl Menger, al Şcolii neoclasice şi al „revoluţiei marginaliste". Lucrări: *The Coal Question: An Inquiry Concerning the Progress of the Nation and the Probable Exhaustion of Our Coal Mine*, *Theory of Political Economy*, *Money and the Mechanism of Exchange*.

79. *Léon Walras* (1834–1910), economist francez. Profesor la Lausanne. Lucrări: *Théorie critique de l'impôt*, *La Bourse et le crédit*, *Recherche de l'idéal social*, *Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale.*

80. *Bertrand Arthur William Russell* (1872–1970), matematician, logician şi filosof englez. Profesor la Universitatea Cambridge. A militat împotriva războiului. A primit Premiul Nobel pentru literatură. Lucrări: *German Social Democracy*, *Principia Mathematica* (3 vol. în colaborare cu Alfred North Whitehead), *The Problems of Philosophy*, *The Analysis of Mind*, *Sceptical Essays*, *Marriage and Morals*.

81. *Rerum cognoscere nexus* (lat.), cunoaşterea lucrurilor prin cauză.

82. *Titus Lucretius Carus* (cca. 99 î.Hr. – cca. 55 î.Hr.), poet şi filosof latin. A dezvoltat concepţia atomistă a lui Epicur. Singura sa lucrare cunoscută este poemul filosofic *De Rerum Natura*.

83. Devenind tot mai obiectivă şi extinzându-ne cunoaşterea asupra realului, Ştiinţa avansează puţin câte puţin graţie corecţiilor şi adăugirilor progresive. Ce se va întâmpla cu aceste aproximări succesive? Plecăm de la premisa, dată fiind credinţa noastră în Ştiinţă, că aceste aproximări succesive sunt convergente şi că ne apropiem fără încetare de un număr mic de adevăruri din ce în ce mai cuprinzătoare, sinteză a mai multe adevăruri parţiale descoperite.

84. *Frederic al II-lea, cel Mare* (1712–1786, rege al Prusiei (1740–1786). Provine din dinastia de Hohenzollern.

85. *Leonhard Euler* (1707–1783), matematician şi fizician elveţian. Şeful Comisiei de matematică a Academiei Imperiale de Ştiinţe din Sankt Petersburg, Rusia. La propunerea lui Frederic cel Mare al Prusiei a lucrat la Academia din Berlin. Lucrări: *Introductio in analysin infinitorum*, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*, *Opera Omnia*.

86. *Jean Le Rond d'Alembert* (1717–1783), matematician, filosof şi enciclopedist francez. Împreună cu Denis Diderot a coordonat *l'Encyclopédie*. Are cercetări semnificative asupra ecuaţiilor diferenţiale. Lucrări: *Mémoire sur le calcul intégral*, *Traité de dynamique*,

Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, *Recherches sur la précession des équinoxes et sur la mutation de l'axe de la terre*, *Essai sur les éléments de philosophie.*

87. *Immanuel Kant* (1724–1804), filosof german. Profesor la Universitatea din Königsberg. Lucrări: *Kritik der reinen Vernunft, Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik*, M*etaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, *Kritik der praktischen Vernunft*, *Kritik der Urteilskraft*, *Die Religion innerhalb der Grenzen der bloßen Vernunft*.

88. *Galileo Galilei* (1564–1642), fizician, matematician, astronom și filosof italian. A susținut heliocentrismul. Printre realizările sale se numără îmbunătățirea telescoapelor și observațiile astronomice. Lucrări: *Le Operazioni del compasso geometrico et militare di Galileo-Galilei, nobil Fiorentino*, *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua et che in quella si muovono*, *Storia e dimonstrazioni intorno alle macchie solari et loro accidenti*, *Il Saggiatore nel quale con bilancia esquisita et giusta si ponderano le cose contenute nella libra astronomica et filosofica di Lotario Sarsi, etc.*, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, *Discorsi e Dimonstrazioni matematiche intorno a due scienze attenanti alla mecanica ed i movimenti locali.*

89. *Serghei Iulievici Witte* (1849–1915), om politic rus. Conte. Ministru de Finanțe sub împărații Rusiei Alexandru III și Nicolae II. A fost președinte al Consiliului de Miniștri al Imperiului Rus. A organizat procesul de industrializare a Rusiei. Este autor al Manifestului din octombrie 1905, precursorul primei Constituții a Imperiului.

90. *Friedrich Wilhelm Ostwald* (1853–1932), chimist germano-lituanian. Laureat al Premiului Nobel pentru chimie (1909) pentru studiile despre echilibru chimic și viteza de reacție. Director al Institutului de fizică-chimie din Leipzig. Este considerat unul din fondatorii chimiei fizice. C. Rădulescu-Motru a elaborat doctrina asupra personalismului energetic pornind de la teza lui Ostvald despre structura energetică a universului. Lucrări: *Grundriss der allgemeinen Chemie*, *Process of manufacturing nitric acid. Patent, Energetische Grundlagen der Kulturwissenschaft*, *Grundriss der allgemeinen Chemie*.

91. *Gazeta Matematică*, revistă de matematică din România, prima de acest gen apărută în limba română. A fost fondată de zece ingineri români: Ion Ionescu-Bizeț, Vasile Cristescu, Victor Balaban, Mihail Roco și Ion Zottu, cărora li s-au alăturat Emanoil Davidescu, Mauriciu Kinbaum, Nicolae Niculescu, Tancred Constantinescu și Andrei Ioachimescu. Revista a fost finanțată de fondatori, fiecare contribuind cu câte douăzeci de lei aur. Primul număr a apărut la data de 15 septembrie 1895.

92. *Leonardo da Vinci* (1452–1519), pictor, sculptor, arhitect și om de știință italian. Lucrări: *Trattato della Pittura*, *De Ludo geometrico*, *Trattato delli uccelli.*

93. *Johannes Gensfleisch zur Laden zum Gutenberg* (1398–1468), inventator german. A inventat tehnologia tiparului.

94. *Ion Ionescu-Bizeț* (1870–1946), inginer și matematician. Membru corespondent al Academiei Române. Profesor la Școala politehnică din București. A condus lucrările de construcție a podului peste Borcea (Dunăre). A elaborat proiectul pentru Șantierul naval de la Turnu-Severin. A executat harta hidrografică a bazinului Dunării. A fost unul dintre întemeietorii revistei *Gazeta matematică*.

95. *Claude-Henri de Rouvroy, conte de Saint-Simon* (1760–1825), economist și filosof francez. Lucrări: *Lettre d'un habitant de Genève à ses contemporains*, *L'industrie*, *Le politique*, *L'organisateur*, *Du système industriel*, *Catéchisme des industriels*, *Nouveau christianisme.*

96. *Isidore Marie Auguste François Xavier Comte* (1798–1857), sociolog și filosof francez. Fondator al sociologiei. Creator al curentului pozitivist în filosofie. Lucrări: *Plan de*

travaux scientifiques nécessaires pour réorganiser la société, *Cours de philosophie positive*, *Système de politique positive* (4 vol.).

97. *Léon Winiarski* (1865–1915), sociolog și economist polonez. Profesor de sociologie la Universitatea din Geneva. A aplicat matematica la studiul sociologiei. A abordat societățile umane prin legile termodinamicii. Lucrări: *Essai sur la Mécanique Sociale*, *L'enseignement de l'economie politique pure et de la mecanique sociale en Suisse*.

98. *Paul Painlevé* (1863–1933), matematician și politician francez. Profesor la Facultatea de Științe din Paris și la Școala Politehnică. Membru al Ligii drepturilor omului. Ministru de mai multe ori. Prim-ministru al celei de-a treia Republici: 12 septembrie – 13 noiembrie 1917 și 17 aprilie – 22 noiembrie 1925.

99. *Jean-Marie Guyau* (1854–1888), filosof și poet francez. Datorită sistemului său de gândire a fost considerat „Nietzsche francez". Lucrări: *Essai sur la morale littéraire*, *Mémoire sur la morale utilitaire depuis Epicure jusqu'à l'ecole anglaise*, *Première année de lecture courante*, *Morale d'Epicure*, *Morale anglaise contemporaine*, *Vers d'un philosophe*, *Problèmes de l'esthétique contemporaine*, *Esquisse d'une morale sans obligation ni sanction*

100. Nu cunoaștem continuarea analizei lui G.D. Scraba despre *Mecanica socială* a lui S. Haret.

101. *G.D. Scraba* (1868–1940), sociolog. Profesor. Deputat. Director în Ministerul Justiției. Membru în Comisiunea internațională de filosofie și sociologie. Perspectiva sa sociologică se axează pe cercetarea determinismului valoric din societate, care întregește determinismul socio-economic. Lucrări: *Condițiunile de trai ale săteanului*, *Vasile Conta*, *Viața popoarelor*, *Sociologie*, *I.H. Rădulescu*.

102. Expresia completă este *Si tacuisses, philosophus mansisses* (lat.), Dacă tăceai, filosof rămâneai.

103. *Dimitrie Pompeiu* (1873–1954), matematician. Profesor la universitățile din Iași, București și Cluj. Membru al Academiei Române.

104. *Ernest Gaston Joseph Solvay* (1838–1922), chimist, industriaș și filantrop belgian. A descoperit procedeul de fabricare a sodei. Este fondatorul întreprinderii chimice și farmaceutice Solvay SA și al l'École de commerce Solvay din cadrul Universității libere din Bruxelles.

105. Probabil o transcriere greșită a numelui Emil Triandafil (1866–1919), ziarist. Redactor la multe cotidiene: *Epoca*, *Conservatorul*, *Acțiunea Română*, *Ordinea*, *Universul*, *Viitorul*. Lucrări: *Puterea calomniei* (piesă de teatru), *Lumină nouă* (piesă de teatru), *Românii în ghiarele bolșevicilor.*

106. *Hippolyte Adolphe Taine* (1828–1893), filosof și istoric francez. Membru al Academiei Franceze. Profesor la École nationale supérieure des beaux-arts și la École spéciale militaire de Saint-Cyr. Lucrări: *La Fontaine et ses fables*, *Histoire de la littérature anglaise* (5 vol.), *Philosophie de l'art*, *Les origines de la France contemporaine.*

107. *Sebastian Șerbescu* (1892–?), jurist și jurnalist. Doctor în științe juridice la Paris. A întemeiat și a condus agenția telegrafică de presă „Orient-Radio" (Rador). A publicat în *Noua Revistă Română*. Lucrări: *La Roumanie et la guerre*, *La condition civile de l'ennemi en France*, *La dévolution des biens des personnes morales disparues.*

108. *Bernard Brunhes* (1867–1910), geofizician francez. Lucrări: *Cours élémentaire d'électricité*, *Lois expérimentales et principes généraux*, *Introduction à l'électrotechnique*, *Leçons professées à l'Institut industriel du Nord de la France*, *La dégradation de l'énergie*.

109. *Ernest Lebon* (1846–1922), matematician francez. Lucrări: *Henri Poincaré*, *Gaston Darboux*.

110. *Gustave Le Bon* (1841–1931), sociolog francez. Este considerat a fi creatorul disciplinei psihologiei sociale. Lucrări: *L'Homme et les sociétés*, *Lois psychologiques de l'évolution des peuples*, *Psychologie des Foules*, *Les opinions et les croyances*.

111. Bănuim că în realitate este Ferdinand Tönnies (1855–1936), sociolog şi filosof german, autor al lucrării *Gemeinschaft und Gesellschaft*.

112. Haret transcrie numele lui Gutenberg, după ortografia franceză Gutemberg.

113. *George Stephenson* (1781–1848), inginer britanic. Este considerat inventatorul căilor ferate.

114. *Johannes Kepler* (1571–1630), matematician, astronom şi naturalist german. A formulat legile mişcării planetelor (Legile lui Kepler). Este considerat precursor al calculului integral.

115. Haret se referă la statuile greceşti de la muzeul Luvru din Paris.

116. *Pierre-Joseph Proudhon* (1809–1865), economist şi sociolog francez. Teoretician al socialismului. Părintele anarhismului. Îi aparţine expresia: „Proprietatea e furt!". Lucrări: *Qu'est-ce que la propriété ? Ou Recherche sur le principe du Droit et du Gouvernement*, *Système des contradictions économiques ou Philosophie de la misère*, *Idée générale de la révolution au XIXe siècle*.

117. *Dante Alighieri* (1265–1321), poet italian. Lucrări: *Vita Nuova*, *Divina Comedie*, *Il Convivio*, *De vulgari eloquentia*, *De Monarchia*.

118. *Homer*, poet grec. A trăit în Antichitate. Lucrări: *Iliada*, *Odiseea*.

119. *Publius Vergilius Maro* (70–19 î.Hr.), poet latin. Lucrări: *Bucolicele*, *Georgicele*, *Eneida*.

120. *Carol cel Mare* (Charlemagne) (742/748–814), rege al francilor din 768 până la moarte. Fondator al Imperiului Carolingian. A cucerit o mare parte a vestului şi centrului Europei. A fost încoronat Imperator Augustus de papa Leon al III-lea pe 25 decembrie 800.

121. *Thomas d'Aquino* (1225–1274), călugăr dominican, teolog, filosof, doctor al Bisericii. Lucrări: *Summa contra Gentiles*, *Summa theologiae*, *De substantiis separatis*.

122. *Albertus Magnus* (Albrecht von Bollstädt) (1195–1280), filosof creştin, călugăr dominican. Profesor al lui Toma din Aquino şi al lui Pedro Hispano, viitor papă Ioan al XXI-lea. Lucrări: *De animalibus*, *De Anima*, *De causis et processu universitatis*.

123. *Ramon Llull* (1232–1315), filosof, alchimist, poet, teolog de limbă catalană. Lucrări: *Ars generalis ultima*, *Tractatus novus de astronomia*, *Arbor scientiae*, *Liber de Lumine*, *Ars notatoria*, *Introductoria Artis demonstrativae*.

124. *Hesiod* (aprox. sec. al VIII-lea î.Hr.), poet epic grec. Lucrări: *Munci şi zile*, *Teogonia.*

125. *Pericle* (cca. 495–429 î.Hr.), general, orator şi om de stat atenian. Conducător al Atenei. A iniţiat numeroase reforme democratice. A construit Partenonul, noul Erehteion.

126. *Heinrich Rudolf Hertz* (1857–1894), fizician german. Profesor de fizică la Universitatea Tehnică din Karlsruhe şi la Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität din Bonn. A descoperit existenţa undelor electromagnetice, care au stat la baza dezvoltării telegrafiei fără cablu şi a radioului. Unitatea frecvenţei poartă numele Hertz.

127. *James Clerk Maxwell* (1831–1879), fizician şi matematician scoţian. Autorul al unui set de ecuaţii care descriu legile de bază ale electrotehnicii. Lucrări: *On the Theory of Compound Colours, and the Relations of the Colours of the Spectrum*, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, *A Treatise on Electricity and Magnetism*.

128. *Adolfo Bartoli* (1851–1896), fizician italian. A elaborat conceptul de presiunea radiaţiei, denumită apoi presiunea „Maxwell-Bartoli".

129. *John William Strutt, lord Rayleigh* (1842–1919), fizician englez. Profesor universitar la Cambridge și Londra. Laureat al Premiului Nobel pentru fizică în 1904. Lucrări: *The Theory of Sound* (2 vol.), *The Becquerel rays and the properties of radium*, *Scientific papers* (6 vol.).

130. *Piotr Nikolaïevitch Lebedev* (1866–1912), fizician rus. Profesor la Universitatea de Stat din Moscova. A descoperit presiunea radiației, care a constituit prima confirmare cantitativă a teoriei lui Maxwell asupra electromagnetismului.

131. *Ignace de Loyola* (1491–1556), cavaler spaniol. Principalul fondator și primul superior general al *Societății lui Isus*. A luptat împotriva Reformei protestante a lui Martin Luther și a promovat Contrareforma. A fost canonizat ca Sfânt pe 12 martie 1622. Lucrări: *Ejercicios espirituales*.

132. *Louis XVI*, născut Louis Auguste de France (1754–1793), rege al Franței. A murit ghilotinat în Piața Revoluției din Paris.

133. *Jean-Sans-Terre* (John, King of England) (1167–1216), rege al Angliei (1199–1216). Poreclit „fără (de) țară“ (Lackland). Sub presiunea aristocrației engleze, a semnat *Magna Charta Libertatum*, fundamentul democrației engleze.

134. *Louis XIV* (1638–1715), rege al Franței și al Navarei. A condus Franța vreme de 72 de ani – cea mai lungă domnie din istoria europeană. A urcat pe tron în 1643, dar a condus personal guvernul din 1661 până la moartea sa.

135. *Tommaso Aniello d'Amalfi*, cunoscut ca Masaniello (1620–1647), revoluționar napolitan. Protagonist al revoltei populației napolitane din 7-16 iulie 1647, împotriva creșterii impozitelor impusă de viceregele spaniol.

136. *James II of England* (1633–1701), rege al Angliei, Scoției și Irlandei, din 6 februarie 1685 până pe 11 decembrie 1688. A fost ultimul monarh catolic al celor trei regate. A fost obligat să abdice în 1688. Restul vieții l-a trăit în Franța sub protecția vărului și aliatului său regele Ludovic al XIV-lea.

137. *Marcus Ulpius Nerva Traianus* (53–117), împărat roman (98–117). În timpul domniei sale, imperiul roman a atins întinderea teritorială maximă. A cucerit Dacia în anul 106 și a primit titlul de Dacicus Maximus.

138. *Lucius Septimius Severus* (146–211), împărat roman (193–211). Transformă Mesopotamia în provincie romană.

139. *Arcul lui Constantin*, arc de triumf în Roma, situat între Colosseum și Palatin. A fost construit pentru sărbătorirea victoriei lui Constantin de la Ponte Milvio împotriva lui Maxentius la 28 octombrie 313. A fost inaugurat în anul 315.

140. *Socrate* (cca. 470–399 î.Hr.), filosof din Grecia Antică. A formulat principiul filosofic „Cunoaște-te pe tine însuți“, cea dintâi cerință pe care o poruncește rațiunea.

141. *Cleon*, om politic atenian. Lider ale democrației ateniene, după moartea lui Pericle.

142. *Marcus Tullius Cicero* (106–43 î.Hr.), om politic, orator și scriitor roman. Lucrări: *De Inventione*, *De Optimo Genere Oratorum*, *Topica*, *De Oratore*, *De Fato*, *Paradoxa Stoicorum*, *De Partitione Oratoria*, *De Natura Deorum*, *Academica*, *Cato Maior de Senectute*, *Laelius de Amicitia.*

143. *Jean de La Bruyère* (1645–1696), scriitor francez. Lucrări: *Les Caractères ou les Mœurs de ce siècle.*

144. *Emanuel Swedenborg* (1688–1772), savant, teolog și filosof suedez. Lucrări: *Arcana Caelestia, Œconomia regni animalis, De cultu et Amore Dei.*

145. *Henrik Ibsen* (1828–1906), dramaturg norvegian. Lucrări: *Peer Gynt*, *Rosmersholm*, *Hedda Gabler.*

146. *Bjørnstjerne Martinus Bjørnson* (1832–1910), scriitor și om politic norvegian. Laureat al Premiului Nobel pentru literatură în 1903. Lucrări: *Synnøve Solbakken*, *Arne*, *Sigurd Slembe*.

147. *Carl von Linné* (1707–1778), botanist, zoolog și medic suedez. Întemeietor al taxonomiei. Lucrări: *Systema naturae*, *Species plantarum*.

148. *Abel, Niels Henrik Abel* (1802–1829), matematician norvegian.

149. *Bertel Thorvaldsen* (1770–1844), sculptor danez.

150. *Edvard Hagerup Grieg* (1843–1907), compozitor și pianist norvegian.

151. *Adolf Erik Freiherr von Nordenskiöld* (1832–1901), geolog finlandez. Explorator al Regiunii Polare. Membru al Parlamentului suedez. Membru al Academiei Suedeze.

152. *Fridtjof Nansen* (1861–1930), explorator norvegian. Om politic. În 1922, a primit Premiul Nobel pentru pace. A traversat calota glacială a Groenlandei.

153. *Sven Anders von Hedin* (1865–1952), explorator, geograf și geopolitician suedez. A efectuat patru expediții în Asia Centrală. A descoperit Transhimalaia.

154. *Aurel Vlaicu* (1882–1913), inginer și inventator. Pionier al aviației române și mondiale. Constructor al unui avion care a zburat fără modificări.

155. *Louis Blériot* (1872–1936), aviator francez. A fost primul care a traversat cu avionul Canalul Mânecii în 25 iulie 1909.

156. *Giovanni Domenico Cassini* (1625–1712), astronom și inginer italian.

157. *Giacomo Filippo Maraldi* (1665–1729), matematician și astronom franco-italian. În 1705, a elaborat un catalog al pozițiilor stelelor. A determinat perioada de rotație a planetei Marte (24 h 40 min).

158. *George Washington Hough* (1836–1909), astronom american. Profesor de astronomie la Universitatea din Chicago. A descoperit 627 de stele duble. A studiat sistematic planeta Jupiter.

159. *detritus*, material granulat rezultat din sfărâmarea rocilor.

160. *Grigore Antipa* (1867–1944), biolog și oceanolog. Profesor universitar. Membru al Academiei Române. Este întemeietorul Muzeului Național de Istorie Naturală din București, care îi poartă numele.

161. *Carl Friedrich Gauss*, (1777–1855), matematician, fizician și astronom german. Director al Observatorului din Göttingen. Lucrări: *Disquisitiones Arithmeticae*, *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium*, *Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi.*

162. *George Howard Darwin* (1845–1912), astronom și matematician englez. Fiul lui Charles Darwin. Lucrări: *The tides and kindred phenomena in the solar system, Problems connected with the tides of a viscous spheroid, Scientific papers* (5 vol.).

163. *Lazarus Immanuel Fuchs* (1833–1902), matematician german.

164. *Felix Christian Klein* (1849–1925), matematician german. Contribuții în teoria grupurilor, analiza complexă, geometria non-euclidiană.

165. *Paul Émile Appell* (1855–1930), matematician francez. Profesor și decan al Facultății de științe din Paris. Rector al Academiei din Paris. Membru al Academiei de Științe.

166. *Sophus Lie* (1842–1899), matematician norvegian. Creator al algebrei Lie.

167. *Ivar Fredholm* (1866–1927), matematician suedez. Profesor la Universitatea din Stockholm.

168. *Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet* (1805–1859), matematician german. Profesor la Universitatea din Göttingen.

169. *Simon Newcomb* (1835–1909), astronom, matematician și economist american.

170. *Johan August Hugo Gyldén* (1841–1896), astronom finlando-suedez. Director al Observatorului din Stockholm. Un crater de pe Lună îi poartă numele.

171. *Anders Lindstedt* (1854–1939), matematician și astronom suedez. Este cunoscut pentru metoda Lindstedt-Poincaré.

172. *Étienne Léopold Trouvelot* (1827–1895), astronom și entomolog amator francez.

173. *Gustave-Adolphe Hirn* (1815–1890), fizician, astronom și matematician francez. Contribuții la dezvoltarea termodinamicii. Lucrări: *Mémoire sur les anneaux de Saturne*.

174. *Hervé Auguste Étienne Albans Faye* (1814–1902), astronom francez. Lucrări: *Sur l'origine du monde, théories cosmogoniques des anciens et des modernes*, *Sur les tempêtes, théories et discussions nouvelles*, *Nouvelle étude sur les tempêtes, cyclones, trombes ou tornados*.

175. *Joseph Norman Lockyer* (1836–1920), astronom britanic. Este creditat împreună cu Jules Janssen pentru descoperirea heliului. În 1869 a fondat revista *Nature*, una din cele mai reputate reviste științifice din lume. Astăzi revista este publicată de grupul de presă britanic Nature Publishing Group.

176. *Svante August Arrhenius* (1859–1927), chimist suedez. Premiul Nobel pentru chimie în 1903. A făcut cercetări în domeniul ionizării electroliților și în astronomie (teoria cozii cometelor – 1900). Este unul din fondatorii chimiei fizice.

177. *Lazare Nicolas Marguerite Carnot* (1753–1823), matematician, fizician, general și om politic francez. Membru al Convenției Naționale. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel. Lucrări: *Essai sur les machines en général*, *Métaphysique du calcul infinitésimal*, *Géométrie de position*, *Est-il avantageux au Roi de France qu'il y ait des places fortes sur les frontières de ses États ?*, *De la défense des places fortes*, *Ouvrage composé pour l'instruction des élèves du Corps du Génie*.

178. *Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz* (1821–1894), medic, fizician și acustician german. A elaborat teorii asupra vederii cromatice. În fizică, este cunoscut pentru teoriile lui privind conservarea forței, lucrările din electrodinamică, termodinamică chimică.

179. *Hendrik Antoon Lorentz* (1853–1928), matematician și fizician olandez. Profesor de fizică matematică la Universitatea din Leiden, laureat al Premiului Nobel pentru fizică în anul 1902 împreună cu Pieter Zeeman, pentru studiile lor privind influența magnetismului asupra unor fenomene de radiație (efectul Zeeman).

180. *Pieter Zeeman* (1865–1943), fizician olandez. Laureat al Premiului Nobel pentru fizică în anul 1902 împreună cu Hendrik Lorentz.

181. *Wilhelm Conrad Röntgen* (1845–1923), fizician german. Profesor de fizică la Strasbourg (1876–1879), Giessen (1879–1888), Würzburg (1888–1900) și Geneva. A descoperit razele X. I-a fost acordat primul Premiu Nobel pentru fizică în 1901.

182. *Augustin Jean Fresnel* (1788–1827), fizician francez. Fondator al opticii moderne. Propune o explicație a tuturor fenomenelor optice în cadrul teoriei ondulatorie a luminii. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel.

183. *André-Marie Ampère* (1775–1836), matematician și fizician francez. Inventatorul primului telegraf electric. În 1827 a elaborat teoria electromagnetismului. Numele său a fost dat unității internaționale a curentului electric: amperul. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel.

184. *Gabriel Lamé* (1795–1870), matematician francez. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel.

185. *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768–1830), matematician și fizician francez. Numele său este înscris pe Turnul Eiffel.

186. *Georg Friedrich Bernhard Riemann* (1826–1866), matematician german.

187. *die erste Autorität von dieser Zeit* (germană), prima autoritate a acestui timp.

CUPRINS

Notă redacțională / 5
Precuvântare / 9
Introducere / 11

1. Sur l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires. 1878 / 13
2. Despre măsura capacității buților. 1878 / 65
3. Cercetări asupra părții financiare a proiectului de răscumpărare a căilor ferate. 1880 / 137
4. Despre accelerațiunea seculară a mișcării medii a Lunii. 1880 / 171
5. Morișcă cu indicațiuni electrice, indicator electric și sistemul de suspensiune al morișcei – pentru a măsura iuțeala unui curent lichid într-un punct oarecare. 1882 / 181
6. Considerațiuni relative la studiul experimental al mișcării apei în canale descoperite și la constituțiunea intimă a fluidelor. 1883 / 207
7. Adaos la relațiunea dlui N. Coculescu despre observarea eclipsei totale de Soare de la 4 aprilie 1893 / 219
8. Teorema ariilor în mișcarea sistemelor materiale. 1894 / 223
9. Notă asupra poporațiunii României. 1903 / 229
10. Observațiuni științifice. 1905 / 235
11. Raport despre cartea „Contribuții la munca pentru ridicarea poporului" de Sp. Popescu, prezentată la Academie pentru premiu. 1905 / 241
12. Mécanique sociale. 1910 / 249
13. Despre mecanica socială. 1911 / 491
14. Meteorul de la 29 noiembrie 1911 / 509
15. Raport despre aeroplanul Vlaicu, prezentat Academiei pentru premiu. 1912 / 513
16. Pata cea mare roșie de pe planeta Jupiter. 1912 / 519
17. Henri Poincaré. 1912 / 525

Anexă – Mecanica socială / 539
Note / 681